

Vedecká rada Fakulty matematiky, fyziky a informatiky
Univerzita Komenského v Bratislave

RNDr. Martin Šmotlák

Autoreferát dizertačnej práce

Excitácie mnohonukleónových systémov
v zriedkavých jadrových procesoch

Na získanie vedecko-akademickej hodnosti *philosophiae doctor*
v odbore doktorandského štúdia:
11–24–9 Jadrová a subjadrová fyzika

Bratislava 2003

Dizertačná práca bola vypracovaná v dennej forme doktorandského štúdia na Katedre jadrovej fyziky Fakulty matematiky, fyziky a informatiky, Univerzity Komenského v Bratislave

Predkladateľ: RNDr. Martin Šmotlák
Katedra jadrovej fyziky
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky UK
842 15 Bratislava

Školiteľ: RNDr. Fedor Šimkovic, PhD.
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky UK

Oponenti: doc. RNDr. Emil Běták, DrSc. SAV Bratislava
Ing. Jan Dobeš, CSc. AV ČR Řež
doc. RNDr. Michal Hnatič, CSc. SAV Košice

Autoreferát bol rozoslaný dňa _____

Obhajoba dizertačnej práce sa koná dňa

na Fakulte matematiky, fyziky a informatiky Univerzity Komenského, Mlynská dolina,
842 15 Bratislava, miestnosť č. _____

pred komisiou pre obhajobu dizertačnej práce doktorandského štúdia vymenovanou dňa
_____ predsedom spoločnej odborovej komisie vo vednom odbore 11–24–9 Jadrová a
subjadrová fyzika

Predseda spoločnej odborovej komisie:

prof. RNDr. Jozef Masarik, DrSc.
FMFI UK, 842 15 Bratislava

Obsah

1	Súčasný stav	4
1.1	Dvojitý beta rozpad a štruktúra jadra	4
1.2	QRPA a jej modifikácie	5
2	Ciele práce	7
3	Výsledky	8
3.1	QRPA s optimálnym základným stavom	8
3.2	QRPA s nelineárnym fonónovým operátorom	10
3.3	Rozptylové členy hamiltoniánu. Plne renormalizovaná QRPA	13
3.4	Greenove funkcie $\beta\beta$ -rozpadu v integrálnej reprezentácii	14
3.5	QRPA s perturbatívnym splnením Pauliho princípu	16
	Zoznam publikácií	17
	Literatúra	18
	Zhrnutie	20
	Summary	21

1 Súčasný stav

1.1 Dvojitý beta rozpad a štruktúra jadra

Dvojitý β -rozpad ($\beta\beta$ -rozpad) je v súčasnosti najzriedkavejším jadrovým procesom, ktorý bol v prírode pozorovaný. Jeho skúmanie má veľký dosah na mnohé oblasti jadrovej fyziky, fyziky častíc a astrofyziky. Rozlišujeme *dvojneutrínový mód* $\beta\beta$ -rozpadu ($2\nu\beta\beta$ -rozpad), v ktorom sú spolu s elektrónmi emitované aj ich antineutrína, a *bezneutrínový mód* ($0\nu\beta\beta$ -rozpad), kde dochádza len k emisii dvoch elektrónov.

Dvojneutrínový mód $\beta\beta$ -premeny je dovolený v štandardnom modeli (ŠM) elektroslabých interkácií a bol pozorovaný na viacerých jadrách s polčasmi rozpadu pohybujúcimi sa v rozmedzí od 10^{19} do 10^{24} rokov [1]. Z teoretického hľadiska amplitúda $2\nu\beta\beta$ -rozpadu neobsahuje neznáme parametre fyziky elementárnych častíc a dá sa vyjadriť ako súčin fázového faktora a príslušného jadrového maticového elementu pre tento prechod [2]. Pri konštrukcii $2\nu\beta\beta$ maticového elementu štandardným spôsobom je nutné poznať úplnú sadu vzbudených stavov (s daným momentom hybnosti a paritou) prechodového jadra. Na jej výpočet treba použiť vhodný jadrovo-štruktúrny model. Z meraného polčasu premeny priamo vyplýva experimentálna hodnota jadrového maticového elementu, ktorú môžeme konfrontovať s teoretickou predpoveďou vypočítanou v rámci vybraného modelu. $2\nu\beta\beta$ -rozpad z tohto hľadiska predstavuje citlivý test správnosti opisu jadrovej štruktúry.

Bezneutrínový mód dvojitého beta rozpadu nie je možný v ŠM, lebo nezachováva leptónový náboj. Mnohé rozšírenia ŠM (teórie veľkého zjednotenia, supersymetrické teórie a ďalšie) predpokladajú slabé narušenie zachovania leptónového náboja a poskytujú viacero mechanizmov pre opis $0\nu\beta\beta$ -premeny [3]. Pravdepodobnosť $0\nu\beta\beta$ -prechodu je daná súčinom fázového faktora, kvadrátu jadrových maticových elementov a parametrov súvisiacich s narušením leptónového náboja [3] (efektívna hmotnosť Majoranovských neutrín, parametre pravých tokov, R-paritu narušujúce parametre supersymetrických teórií...). Jadrové maticové elementy $0\nu\beta\beta$ -prechodu vyžadujú konštrukciu tých istých vlnových funkcií ako v prípade $2\nu\beta\beta$ -premeny. V súčasnosti sú známe dolné ohraničenia na polčasy $0\nu\beta\beta$ -rozpadov v prípade viacerých izotopov [1] a tiež prvá experimentálna evidencia $0\nu\beta\beta$ -rozpadu [4], ktorá je však predmetom diskusií. Na základe známych experimentálnych hodnôt, alebo ohraničení na polčasy $0\nu\beta\beta$ -rozpadu a výpočtu príslušných jadrových maticových elementov sa dajú získať limity pre rôzne parametre reprezentujúce nezachovanie leptónového čísla. Presnosť vymedzenia možných hodnôt týchto parametrov je daná hlavne správnym určením jadrových maticových elementov a tak závisí od spoľahlivosti jadrového modelu použitého na ich výpočet.

Na opis jadrových prechodov dvojitého β -rozpadu boli aplikované rozličné metódy

[2; 3; 5; 6; 7]. Najviac používaným modelom je **kvázičasticové priblíženie náhodných fáz** (QRPA)¹ [8; 9; 10]. Uvedená metóda je založená na harmonickom opise kolektívnych vzbudených stavov jadra v relatívne veľkom energetickom intervale. Napriek tomu, že sa QRPA a jej modifikácie používajú už mnoho rokov, ich predpovedaciu schopnosť znižuje fakt, že vypočítané maticové elementy $2\nu\beta\beta$ -prechodu citlivo závisia od parametrov jadrového hamiltoniánu, konkrétne od sily časticovo-časticovej zbytkovej interakcie g^{pp} [7]. V oblasti fyzikálnej hodnoty uvedenej interakcie ($g^{pp} \approx 1$) sú QRPA výpočty maticových elementov veľmi nestabilné a kolabujú (t.j. najnižšia excitačná energia mnohonukleónového systému sa stáva imaginárnou a teda nefyzikálnou) [10]. Na dôvažok vzbudené stavy prechodového jadra počítané z pôvodného a výsledného systému pri $2\nu\beta\beta$ -premene nie sú vďaka používaným priblíženiam ekvivalentné (ide o tzv. dvojvákuový problém). QRPA a jej súčasné modifikácie preto nemôžu byť považované za definitívnu teóriu vhodnú na opis kolektívnych excitácií jadra v súvislosti s $\beta\beta$ -premenou.

Treba poznamenať, že popri štandardnom postupe výpočtu maticových elementov $\beta\beta$ -rozpadu (pomocou úplnej sústavy vzbudených stavov medzijadra) existuje aj netradičná možnosť konštrukcie zodpovedajúcich Greenových funkcií. Ide o využitie definície $\beta\beta$ maticových elementov v integrálnej reprezentácii, ktorá nevyžaduje poznať sústavu vzbudených stavov prechodového jadra [11]. Maticové elementy sú vyjadrené pomocou vlnových funkcií pôvodného a výsledného jadra a obsahujú komutátor časovo závislých β -prechodových operátorov. Dôležitým bodom načrtnutého výpočtu je analytické určenie časového vývoja β -operátorov. Takýto postup bol dosiaľ realizovaný len s výrazne aproxi- mačnými požiadavkami na jadrový hamiltonián a na spôsob výpočtu vyššie spomenutého komutátora (Metóda expanzie prechodového operátora [3; 12]).

Otázka opisu jadrovej štruktúry a výpočtu Greenových funkcií β a $\beta\beta$ -prechodov je preto stále otvorená a aktuálna. Náplňou predloženej práce je vývoj nových mnohonukleónových metód na výpočet jednoduchých a dvojitých β -prechodov v schématických modeloch s existenciou presného - exaktného riešenia [13; 14; 15; 16; 17] a aplikácia nových QRPA priblížení vo výpočtoch s realistickým hamiltoniánom. Cieľom je tiež analýza vyššie spomenutých nedostatkov existujúcich QRPA modifikácií ako aj skúmanie vplyvu a dôsledkov jednotlivých použitých priblížení na predpovedané fyzikálne veličiny.

1.2 QRPA a jej modifikácie

QRPA (resp. protón-neutrónová QRPA) [8; 9; 10] predstavuje najrozšírenejší model používaný na opis jadrovej štruktúry pri $\beta\beta$ -rozpade. Formalizmus QRPA pozostáva z dvoch

¹z anglického Quasiparticle Random Phase Approximation

hlavných krokov: (i) Bogolyubova transformácia medzi časticovými a kvázičasticovými operátormi [8], pomocou ktorej sa rozmaže Fermiho úroveň jadra cez relatívne veľký počet stavov, (ii) rovnica pohybu v kvázičasticovej reprezentácii, ktorá určí vzbuđené stavy. Samotným QRPA výpočtom predchádza riešenie BCS rovnice [8], v rámci ktorej sa určia elementy Bogolyubovej transformácie, t.j. obsadzovacie amplitúdy kvázičastíc a ich energie.

Pri QRPA opise $\beta\beta$ -premeny je m -tý excitovaný stav prechodového jadra s uhlovým momentom J a jeho projekciou M vytvorený pôsobením kreačného fonónového operátora $Q_{JM}^{m\dagger}$ na základný stav $|0_{RPA}^+\rangle$ pôvodného alebo výsledného jadra [3]. Vlnová funkcia $|0_{RPA}^+\rangle$ je určená z požiadavky vákuu pre operátor Q_{JM}^m [$Q_{JM}^m|0_{RPA}^+\rangle = 0$]. QRPA modelové rovnice sú odvodené zo Schrödingerovej rovnice [8]. Ich riešením sa získajú energie a vlnové funkcie vzbuđených stavov. Aproximačný postup sa uplatňuje pri výpočte RPA matíc, ktoré predstavujú vstupné hodnoty QRPA rovníc a obsahujú dvojné komutátory operátorov páru protón–neutrónových kvázičastíc (bifermiónové operátory) s hamiltoniánom. **Štandardná QRPA** metóda počíta modelové matice pomocou kvázibozónového priblíženia (QBA) [8], čo znamená, že príslušné bifermiónové operátory sa správajú ako bozónové. Tento postup narúša platnosť Pauliho vylučovacieho princípu. Uvedená aproximácia je zároveň dôvodom nestabilného správania sa QRPA riešenia a jeho kolapsu v oblasti fyzikálnej hodnoty sily g^{pp} [10].

Daný nedostatok čiastočne odstraňuje **renormalizovaná QRPA** (RQRPA) metóda [18; 19], kde sa spomenuté komutátory v RPA maticiach vyjadrujú presnejšie v rámci renormalizovaného QBA, čím sa čiastočne odstraňuje bozónový charakter bifermiónových operátorov. Pauliho princíp je splnený aproximatívne, čo spôsobuje posunutie kolapsu RQRPA riešenia do väčších - nefyzikálnych hodnôt g^{pp} a tiež väčšiu stabilitu vypočítaných $2\nu\beta\beta$ maticových elementov v porovnaní s QRPA výsledkami. Cenou za presnejší výpočet modelových matíc v RQRPA je však narušenie Ikedovho sumačného pravidla (ISR) [20] pri konštrukcii jednoduchých β -prechodov, ktoré bolo v QRPA splnené presne. Veľkosť narušenia ISR sa dá značne zmenšiť modifikáciou stredného poľa (BCS amplitúd) v rámci RQRPA. Ide o „**self-konzistentnú**“ **RQRPA** metódu [21; 22], v ktorej sú kvázičasticové obsadzovacie amplitúdy (pôvodne počítané BCS rovnicami) modifikované na základe požiadavky zachovania počtu častíc v korelovanom RPA vákuu $|0_{RPA}^+\rangle$.

Limitný prípad QRPA modelu predstavuje Tamm–Dancoffova aproximácia (TDA) [8]. Získame ju „vypnutím“ konštrukcie QRPA korelácií medzi nukleónmi v základnom stave. Je to jednoduchší model než QRPA, určený na výpočet vzbuđených stavov jadra s použitím vopred definovaného základného stavu (napríklad $|0_{RPA}^+\rangle$), ktorý sa v rámci TDA nepočíta, iba používa. TDA môže byť užitočná v prípadoch, keď poznáme dobrý

(QRPA) opis základného stavu jadra a potrebujeme počítať - dopĺňať jeho kolektívne vzбудenia.

2 Ciele práce

Cieľom dizertačnej práce je vývoj a štúdium nových mnohonukleónových metód na opis jadrovej štruktúry s aplikáciou vo výpočtoch jednoduchých a dvojitých β -prechodov. V rámci piatich projektov, sú stanovené nasledovné ciele:

1. Pochopenie fyzikálnej podstaty kolapsu štandardného QRPA riešenia pri kritickej hodnote parametra g^{pp} . Vytvorenie novej QRPA modifikácie (QRPA-OGS) so zlepšením opisu základného stavu jadra variačným spôsobom. Hľadanie nových QRPA riešení v oblasti veľkých hodnôt časticovo-časticovej interakcie hamiltoniánu. Aplikácia QRPA-OGS na výpočet β -prechodov a Fermiho maticového elementu $2\nu\beta\beta$ -premeny.
2. Hľadanie vhodného nelineárneho tvaru QRPA fonónového operátora s cieľom získania dokonalejšieho QRPA opisu prvého excitovaného stavu ako aj dvoj a viacfonónových vzbudení mnohonukleónových sústav v algebraických modeloch. Použitie QRPA modifikácií s vhodným nelineárnym tvarom fonónového operátora na konštrukciu jednoduchých a dvojitých β -prechodov.
3. Štúdium možnosti splnenia Ikedovho sumačného pravidla pre jednoduché β -prechody zahrnutím takzvaných rozptylových členov hamiltoniánu do rôznych modifikácií QRPA metód idúcich za rámec RQRPA priblíženia. V štandardnom a renormalizovanom QRPA priblížení sa rozptylové členy zanedbávajú. Realizácia nedávno prezentovanej *Plne renormalizovanej QRPA metódy* (FR-QRPA) [23], ktorá je navrhnutá tak, aby univerzálne spĺňala Ikedovo sumačné pravidlo. Výpočet FR-QRPA matíc a riešenie FR-QRPA rovníc dosiaľ nebolo uskutočnené.
4. Výpočet síl jednoduchých β -prechodov a $2\nu\beta\beta$ Fermiho maticového elementu v integrálnej reprezentácii (t.j. bez konštrukcie vzbudných stavov prechodového jadra). Porovnanie $2\nu\beta\beta$ maticového elementu určeného integrálnym výpočtom s existujúcimi QRPA výsledkami, ktorého cieľom je hodnotenie vplyvu dvojjákuovej neurčitosti v QRPA prístupe.
5. Prvé realistické výpočty jednoduchých a dvojitých β -prechodov v rámci metódy *QRPA s perturbatívnym splnením Pauliho vylučovacieho princípu*. Táto QRPA modifikácia ide za rámec priblížení RQRPA. Bola prezentovaná len v schématických

štúdiách [16], kde viedla k stabilnejším výsledkom voči zmene časticovo–časticovej interakcie medzi nukleónmi ako poskytuje v súčasnosti používané RQRPA priblíženie.

3 Výsledky

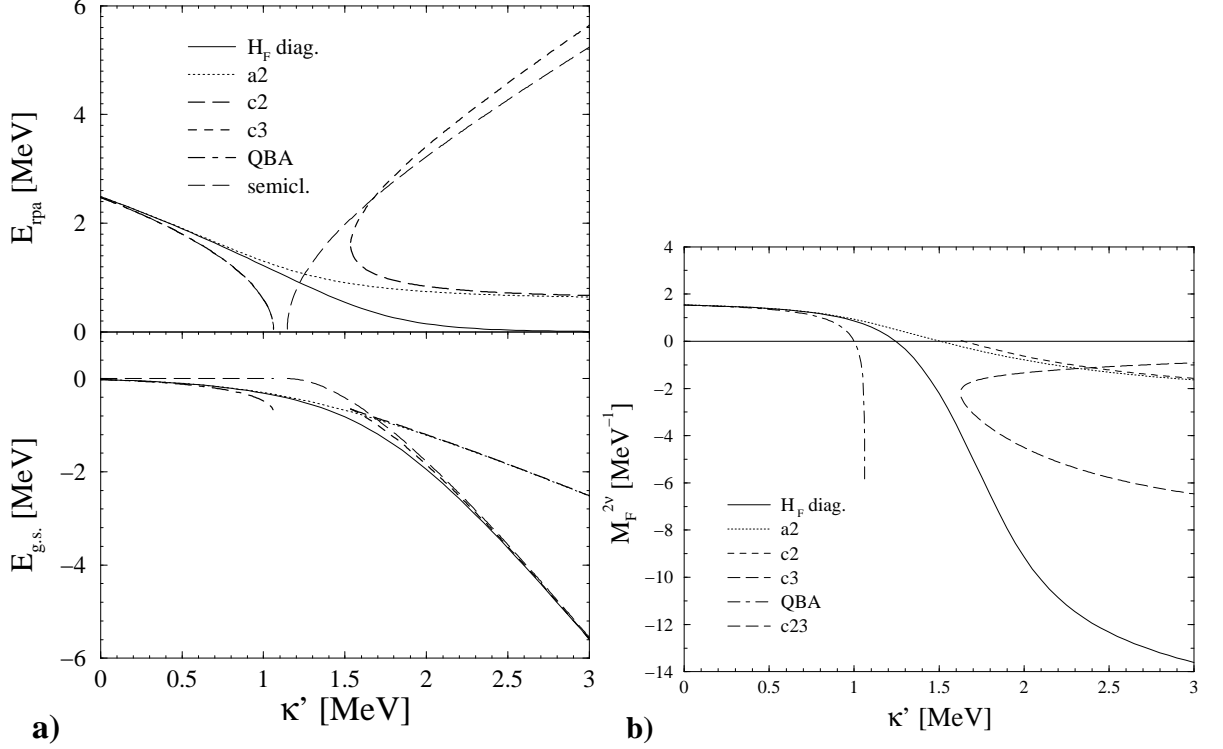
3.1 QRPA s optimálnym základným stavom

Prvá kapitola výsledkov dizertačnej práce je venovaná prezentácii nového QRPA modelu (QRPA-OGS) s optimalizovanou definíciou základného stavu jadra. Predchádzajúce štúdie [16] ukázali, že QRPA podmienka $Q_{JM}^m |0_{RPA}^+\rangle = 0$ nie je postačujúca na správne určenie základného stavu mnohonukleónového systému. Navrhnutá metóda QRPA-OGS definuje nový predpis pre QRPA vlnovú funkciu s dodatkovým stupňom voľnosti. Tento umožňuje súčasne splniť vyššie uvedenú QRPA podmienku a optimalizovať základný stav minimalizáciou jeho energie. Nová definícia QRPA vlnovej funkcie s dodatočným stupňom voľnosti dáva možnosť nájsť nové QRPA riešenia - kolektívne módy v oblasti veľkých hodnôt časticovo–časticovej sily medzi nukleónmi a ukazuje na súvislosť kolapsu štandardného QRPA riešenia s reorganizáciou mnohonukleónového systému do nového základného stavu. Tento jav bol dosiaľ indikovaný len v semiklasických výpočtoch [15].

Metódu QRPA-OGS sme formulovali v bozónovej reprezentácii v rámci schématického protón-neutrónového Lipkinovho modelu [17]. Ide o jednovrstvový model charakterizovaný uhlovým momentom j s degeneráciou vrstvy $2j + 1 \equiv 2\Omega$ a energiami protónových a neutrónových kvázičastíc E_p, E_n . Zvyšková časticovo–dierová (p–h) interakcia medzi nukleónmi má označenie χ a vo výpočtoch je fixovaná. Časticovo–časticová (p–p) interakcia κ je považovaná za voľný parameter. Získané výsledky sa zvyčajne uvádzajú v preškálovaných jednotkách $\chi' \equiv 2\Omega\chi, \kappa' \equiv 2\Omega\kappa$.

Na obrázku 1 a) sú uvedené grafy základnej ($E_{g.s.}$) a excitačnej (E_{rpa}) energie mnohonukleónového systému v závislosti od parametra κ' . Výpočty sú prevedené v modeli s parametrami $j = 9/2, E_p = E_n = 1\text{MeV}$ a $\chi' = 0.5\text{MeV}$. $H_F\text{-diag.}$ sú presné riešenia určené diagonalizáciou modelového hamiltoniánu, QBA sú energie vypočítané v štandardnej QRPA metóde a $a2, c2, c3$ sú nové hodnoty získané v rámci QRPA-OGS. Pre porovnanie sú uvedené aj krivky *semicl.* nájdené semiklasickým výpočtom [15]. Nové riešenie $a2$ existuje na celom intervale uvažovaných hodnôt κ' a je podobné hodnotám vypočítaným v rámci QRPA s exaktným splnením Pauliho princípu (EPP-QRPA) [16]. Módy $c2, c3$ sú typické pre novodefinovanú QRPA-OGS vlnovú funkciu. Vznikajú v novom reorganizovanom základnom stave za kolapsom štandardného QRPA riešenia. $c3$ vynikajúco

Obrázok 1: **a)** Energia základného ($E_{g.s.}$) a excitovaného stavu (E_{rpa}) počítaná z jadrového systému ($N = 6, Z = 4$) ako funkcia parametra κ' . **b)** Fermiho maticový element $2\nu\beta\beta$ -rozpadu ($N = 14, Z = 6$) \rightarrow ($N = 12, Z = 8$) v závislosti od sily κ' .



reprodukuje presnú energiu $E_{g.s.}$ a $c2$ sa asymptoticky blíži k $a2$ riešeniu. Nové módy $c2$, $c3$ neposkytujú lepšiu predpoveď exaktnej excitačnej energie ako $a2$ riešenie. $c3$ mód dobre korešponduje so semiklasickým riešením a na základe toho môžeme tvrdiť, že tento súvisí s harmonickými kmitmi okolo zmeneného základného stavu, zatiaľ čo v exaktnom vzbudenom stave sú prítomné aj neharmonické efekty.

Graf 1 b) ukazuje vypočítaný Fermiho maticový element $2\nu\beta\beta$ -rozpadu ako funkciu parametra κ' . Jeho definícia je uvedená v dizertačnej práci, alebo v [13; 16]. Moment hybnosti nukleónov je v tomto prípade $19/2$, ostatné modelové charakteristiky sú rovnaké ako pri grafe 1 a). Vidíme, že štandardné QRPA riešenie (QBA) kolabuje v okolí p-p sily $\kappa' = 1$ MeV. Exaktné riešenie po prechode nulou pri $\kappa' \approx 1.25$ MeV klesá do veľkých záporných hodnôt. Takéto asymptotické správanie nepredpovedá ani jeden z nových módov $a2, c2, c3$. Priebeh podobný exaktnému však môžeme dostať, ak uvažíme najlepšie výsledky pre jednoduché β -amplitúdy. Týmto spôsobom je vytvorené $c23$ riešenie ako kombinácia $c2$ hodnôt pre β^- amplitúdu a $c3$ hodnôt pre β^+ amplitúdu. Nové riešenie $c23$ získané pomocou reorganizovanej štruktúry základného stavu jadra predstavuje dosiaľ najlepší

opis exaktných Fermiho maticových elementov $2\nu\beta\beta$ -rozpadu pre veľké hodnoty κ' .

3.2 QRPA s nelineárnym fonónovým operátorom

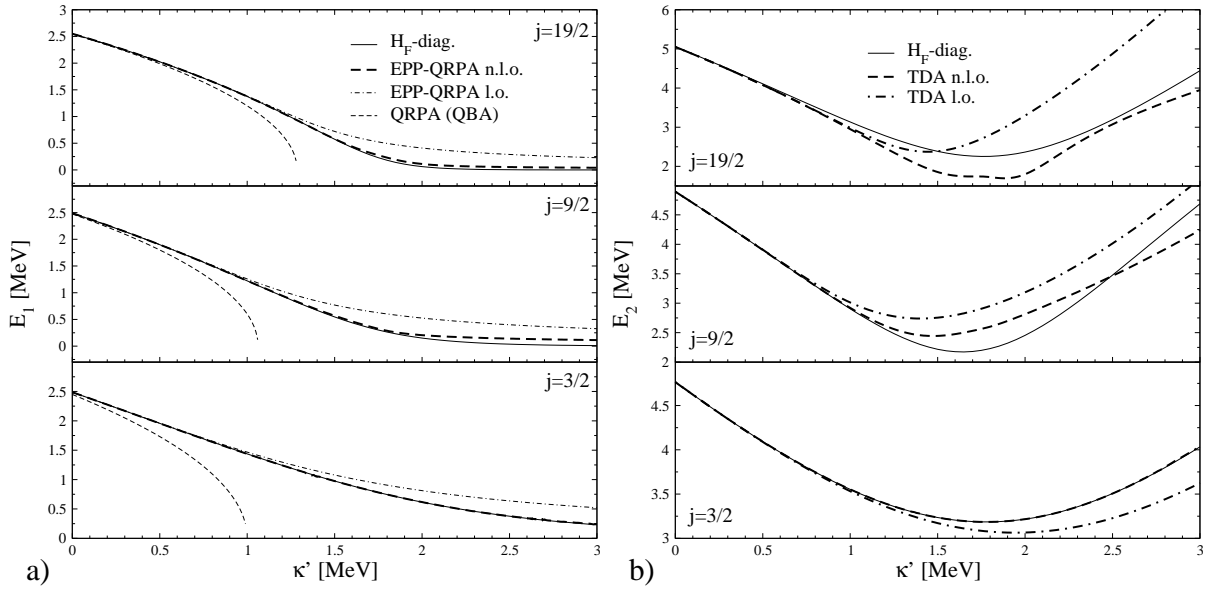
V druhej kapitole výsledkov predkladanej práce sa zaoberáme vývojom vhodnej nelineárnej štruktúry excitačného fonónového operátora za účelom lepšieho opisu vzbuđených stavov jadra v rámci QRPA modifikácií. Zo schématických štúdií [16] vyplynulo, že EPP-QRPA metóda napriek presnému splneniu Pauliho vylučovacieho princípu zle predpovedá exaktnú excitačnú energiu pri veľkej sile p-p interakcie κ' . Predpokladaným dôvodom je použitá jednoduchá lineárna štruktúra fonónového operátora (Q^\dagger). Podobný problém s opisom vzbuđeného stavu jadra má aj nový model QRPA-OGS, prezentovaný v predchádzajúcej časti 3.1. Je opodstatnený predpoklad, že zložitejší tvar QRPA fonónového operátora môže zabezpečiť lepší opis kolektívnych excitácií mnohonukleónového systému. Dodajme, že myšlienka použitia nelineárneho fonónového operátora v QRPA výpočtoch nie je nová. V práci [24] je navrhnutý nelineárny tvar Q^\dagger na opis dvojfónových vzbuđení. Jeho použitie v QRPA výpočtoch [25] však nevedlo k uspokojivej zhode s experimentálnymi dátami. Presný opis dvojfónových excitácií má svoju veľkú motiváciu vo výpočtoch $\beta\beta$ -prechodov do vzbuđených koncových stavov s dvojfónovou štruktúrou. Takéto výpočty [26; 27] sú dosiaľ realizované len veľmi približne.

Systematické štúdium rôznych nelineárnych tvarov QRPA fonónových operátorov sme realizovali v protón-neutrónovom Lipkinovom modeli. Jednotlivé možnosti vyjadrenia operátora Q^\dagger boli posudzované v QRPA výpočtoch, pričom kritériom úspešnosti bola čo možno najlepšia zhoda predpovedaných excitačných energií s exaktnými výsledkami. Týmto spôsobom sme našli predpis pre vhodnú nelineárnu štruktúru QRPA fonónového operátora v danom modeli charakterizovanom momentom hybnosti nukleónov j . Získaný nelineárny rozvoj Q^\dagger je uvedený v dizertačnej práci. Ukázalo sa, že pomocou nájdeneho vyjadrenia operátora Q^\dagger je možné v rámci EPP-QRPA výpočtov získať presný opis nepárnych exaktných vzbuđených stavov vytvorených diagonalizáciou modelového hamiltoniánu na celom intervale uvažovaných hodnôt p-p interakcie κ' . Čím väčší je modelový priestor (uhlový moment j), tým viac nelineárnych členov z vytvoreného rozvoja Q^\dagger je potrebné uvažovať v EPP-QRPA výpočtoch, aby sa dosiahla reprodukcia exaktných vzbuđených stavov.

Na grafe 2 a) je zobrazený QRPA výpočet prvej excitačnej energie (E_1) mnohonukleónového systému v modelových priestoroch s rôznymi momentami hybnosti nukleónov. Výpočty EPP-QRPA s nelineárnym fonónovým operátorom (*EPP-QRPA n.l.o.*) sú prevedené s najjednoduchším nelineárnym tvarom Q^\dagger , ktorý zabezpečuje reprodukciu exakt-

ných vzbuđených stavov v modeli $j = 3/2$. Pre porovnanie sú uvedené aj presné energie (H_F -diag.), hodnoty získané EPP-QRPA výpočtom s pôvodným lineárnym operátorom Q^\dagger (EPP -QRPA *l.o.*) a štandardné QRPA riešenie ($QRPA(QBA)$). Vidíme, že aj najjednoduchšia nelinearita zahrnutá vo fonónovom operátore spôsobuje v porovnaní s EPP -QRPA *l.o.* riešením výrazné posunutie výsledkov pre E_1 bližšie k exaktným hodnotám.

Obrázok 2: **a)** Prvá excitačná energia, **b)** excitačná energia druhého vzbuđeného stavu v závislosti od sily p-p interakcie κ' .



Dôležitým záverom pri vývoji QRPA nelineárnych fonónových operátorov je fakt, že v rámci QRPA sa získa len opis nepárnych vzbuđených stavov. Skúmali sme preto možnosť doplnenia chýbajúcich párných vzbuđení jadrového systému, a teda aj opisu dvojfonónových stavov, TDA výpočtami založenými na QRPA výsledkoch. Rovnakým postupom ako pri hľadaní nelineárnej štruktúry QRPA fonónového operátora bol nájdený nelineárny rozvoj TDA excitačného operátora (Γ^\dagger), ktorý v rámci TDA výpočtov zabezpečuje presnú predpoveď exaktných párných vzbuđených stavov v modelovom priestore s danou hodnotou j . Nelinearita fonónového operátora Γ^\dagger je určovaná príslušným QRPA fonónovým operátorom, ktorý je súčasťou Γ^\dagger . Samotná TDA zložka Γ^\dagger je vždy lineárna.

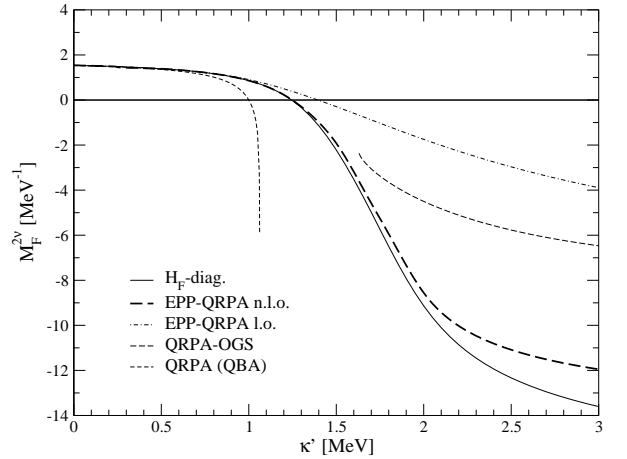
Obrázok 2 b) ukazuje excitačnú energiu druhého vzbuđeného (dvojfonónového) stavu počítanú pomocou TDA s nelineárnym fonónovým operátorom (TDA *n.l.o.*). Použitý je najjednoduchší nelineárny tvar Γ^\dagger , pomocou ktorého sú reprodukované párne exaktné vzbužené stavy v modeli s $j = 3/2$. Okrem daného riešenia sú uvedené aj presné výpočty (H_F -diag.) a TDA výpočty s pôvodným lineárnym operátorom (TDA *l.o.*). Podobne ako

v grafe 2 a), aj tu pozorujeme, že nelineárna štruktúra TDA fonónového operátora (v *TDA n.l.o.* priblížení) poskytuje lepši opis 2. vzbuđeného stavu ako *TDA l.o.* metóda vo všetkých uvažovaných modeloch. Ak chceme reprodukovat presné hodnoty energií pri veľkej sile p–p interakcie κ' vo väčších modelových priestoroch ($j = 9/2$, $j = 19/2$), je potrebné použiť v TDA výpočtoch ďalšie členy z rozvoja operátora Γ^\dagger , adekvátne k zvolenej hodnote momentu hybnosti j . Pomocou QRPA a TDA výpočtov s vhodnými nelineárnymi tvarmi excitačných fonónových operátorov je možné reprodukovat celé spektrum exaktných vzbuđených stavov jadrového systému, získané diagonalizáciou modelového hamiltoniánu.

Príkladom aplikácie QRPA metódy s nelineárnym fonónovým operátorom je výpočet Fermiho maticového elementu $2\nu\beta\beta$ -prechodu ($M_F^{2\nu}$), ktorý uvádzame na obrázku 3. Z neho jednoznačne vyplýva, že prezentované *EPP-QRPA n.l.o.* výpočty sú najpresnejšie v opise exaktného $2\nu\beta\beta$ maticového elementu na celom intervale možných hodnôt κ' . Všimnime si, že aj jednoduchá nelinearita zahrnutá vo fonónovom operátore *EPP-QRPA n.l.o.* metódy spôsobila významné zlepšenie výsledkov pre $M_F^{2\nu}$ v porovnaní s prípadom lineárneho tvaru Q^\dagger (*EPP-QRPA l.o.*). Poznamenajme tiež, že optimalizácia určenia základného stavu jadra v metóde QRPA-OGS síce znamenala presnejši výpočet hodnôt $M_F^{2\nu}$ v porovnaní s *EPP-QRPA l.o.* priblížením, avšak tým, že uvedené QRPA-OGS riešenie súvisí s harmonickým opisom excitácií mnohonukleónového systému, nedokáže tak dobre kopírovať exaktné hodnoty ako *EPP-QRPA n.l.o.* výpočty, ktoré cez nelinearitu fonónového operátora zahrňujú aj neharmonické efekty prítomné v exaktnom vzbuđenom stave.

Na záver pripomeňme, že nájdený lepši spôsob konštrukcie druhého vzbuđeného stavu môže mať veľký význam pre realistické výpočty dvojfónových excitácií. Pomocou lepšieho opisu dvojfónového stavu v rámci *TDA n.l.o.* sme tiež navrhli nový postup výpočtu $2\nu\beta\beta$ jadrového maticového elementu, umožňujúci vyhnúť sa dvojkávuovému priblíženiu, ktorého dôsledky dosiaľ nie sú dobre známe. Tento postup je bližšie rozpracovaný

Obrázok 3: Fermiho maticový element $2\nu\beta\beta$ -rozpadu ako funkcia parametra κ' . Použitý jadrový prechod je rovnaký ako v grafe 1 b). QRPA-OGS je riešenie *c23* z grafu 1 b). Zmysel ostatných označení riešení je vysvetlený v texte.



v dizertačnej práci a môže zohrať dôležitú úlohu v realistických výpočtoch $\beta\beta$ -prechodov.

3.3 Rozptylové členy hamiltoniánu. Plne renormalizovaná QRPA

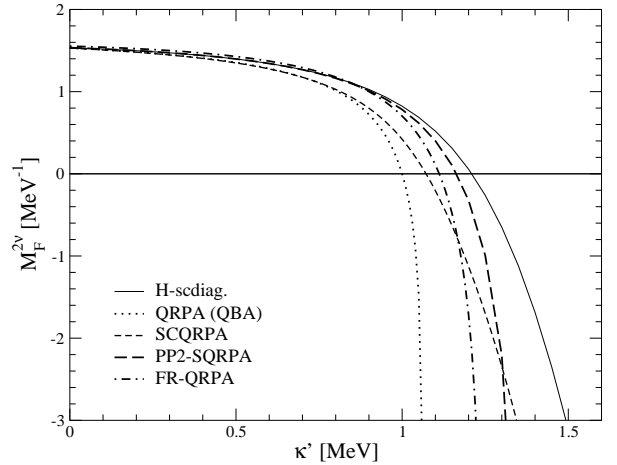
Štúdiom vplyvu tzv. rozptylových členov hamiltoniánu v súvislosti s platnosťou Ikedovho sumačného pravidla [20] pri výpočtoch β -prechodov a realizáciou princípu plne renormalizovanej QRPA metódy [23] sa zaoberá tretia kapitola výsledkov dizertačnej práce. Úloha rozptylových operátorov hamiltoniánu, ktoré sú vďaka kvázibozónovému priblíženiu v QRPA a RQRPA metódach zanedbané, bola študovaná v exaktných a PP2-QRPA výpočtoch [16], idúcich za rámec RQRPA priblíženia. Pre tento účel sme použili schematický hamiltonián s $SO(5)$ symetriou [28], vhodný na opis jednoduchých a dvojitých β -prechodov. Ukázalo sa, že rozptylové členy hamiltoniánu majú malý vplyv na počítané excitačné energie ako v presnom postupe (danom diagonalizáciou modelového hamiltoniánu), tak aj v PP2-QRPA metóde. Napriek publikovaným predpokladom [16] sme tiež zistili, že uvedené členy nespôsobujú obnovenie platnosti narušeného Ikedovho sumačného pravidla (ISR) v presných a PP2-QRPA výpočtoch jednoduchých β -prechodov. Z hľadiska zachovania ISR je naopak dôležitá modifikácia stredného poľa (BCS amplitúd v_τ , u_τ , $\tau = p, n$) v uvažovaných metódach na základe požiadavky zachovania počtu nukleónov na úrovni použitého (exaktného alebo PP2-QRPA) základného stavu [21; 22]. Ide o „self-konzistentné“ verzie uvedených metód, pomocou ktorých sa dosiahlo úplné splnenie ISR pri výpočte Fermiho jednoduchých β -prechodov. Nie je to však definitívne riešenie, pretože v prípade Gamow–Tellerových prechodov zmena stredného poľa spôsobuje len čiastočné obnovenie platnosti ISR.

Princíp plne renormalizovanej QRPA metódy (FR-QRPA) je navrhnutý tak, aby ňou vypočítané β -prechody univerzálne splňali ISR [23], bez ohľadu na to, či ide o Gamow–Tellerove alebo Fermiho prechody. Pokusy o numerickú realizáciu publikovanej FR-QRPA modifikácie boli dosiaľ neúspešné. Prvé riešenie FR-QRPA rovníc sa nám podarilo získať na základe použitia rozšírenej definície QRPA základného stavu. FR-QRPA vlnová funkcia obsahuje okrem bežných protón–neutrónových korelácií aj čisto protónové a neutrónové časti. Ako sa ukázalo, tieto sú podstatné pri zabezpečení stability FR-QRPA riešenia pri zmene p–p sily κ' . Na obrázku 4 je uvedený výsledok vôbec prvého FR-QRPA výpočtu maticového elementu $2\nu\beta\beta$ -rozpadu. Je porovnaný s hodnotami získanými v rámci štandardného QRPA priblíženia ($QRPA(QBA)$) a nasledovnými „self-konzistentnými“ metódami: presné výpočty (H -*sdiag.*), renormalizované QRPA výpočty ($SCQRPA$) a perturbatívne PP2-QRPA výpočty ($PP2-SQRPA$). Z hľadiska kolapsu je dané FR-QRPA priblíženie lepšie len od štandardnej QRPA predpovede. Je to však dôsledok väčšieho množstva korelácií zahrnutých v základnom stave v porovnaní s PP2-SQRPA a SCQRPA

metódami. Dôležité ale je, že ich uvažovanie vo FR-QRPA prispieva k stabilite vypočítaných $2\nu\beta\beta$ maticových elementov v oblasti pred samotným kolapsom FR-QRPA riešenia. Vidíme, že QRPA a SCQRPA výsledky sú menej stabilné (menej spoľahlivé) ako FR-QRPA a PP2-QRPA hodnoty.

Vážnym nedostatkom FR-QRPA metódy podrobnejšie diskutovaným v dizertačnej práci je divergencia FR-QRPA riešenia v prípade ekvivalentnosti BCS amplitúd v_n a v_p . V uvažovanom schématickom modeli je podmienka $v_n = v_p$ splnená pre rovnaký počet protónov (Z) a neutrónov (N). Divergencnosť FR-QRPA matic v prípade $N = Z$ sme nedokázali ovplyvniť voľbou rôznych vlnových funkcií základného stavu a tak otázka použitia danej FR-QRPA metódy na opis excitácií v jadrách s rovnakým počtom protónov a neutrónov ostáva otvorená.

Obrázok 4: Fermiho maticový element $2\nu\beta\beta$ -rozpadu v závislosti od parametra κ' , počítaný v rámci FR-QRPA a ďalších metód charakterizovaných v texte.



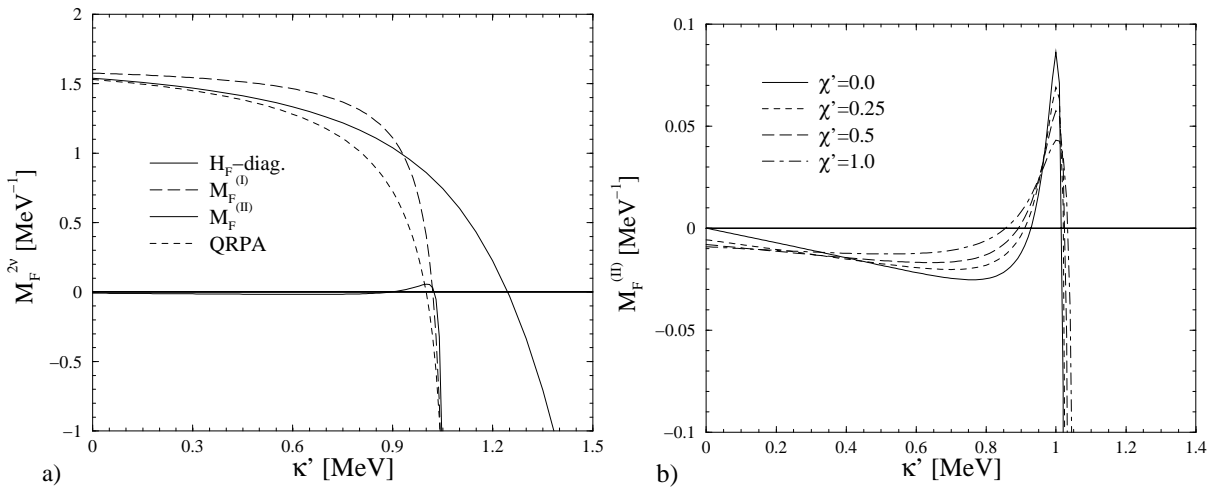
3.4 Greenove funkcie $\beta\beta$ -rozpadu v integrálnej reprezentácii

Netradičný výpočet celkových síl jednoduchých β -prechodov a Fermiho maticového elementu $2\nu\beta\beta$ -rozpadu je prezentovaný vo štvrtej kapitole výsledkov práce. Uvedené veličiny je možné formulovať v integrálnej reprezentácii [11; 12]. Výhodou týchto definícií je, že neobsahujú úplnú sústavu vzbuđených stavov a energií prechodového jadra z $\beta\beta$ -premeny. Na konštrukciu daných elementov potrebujeme poznať len základný stav pôvodného a výsledného jadrového systému a časový vývoj jednoduchých β -prechodových operátorov. Z hľadiska opisu jadrovej štruktúry teda nie je konštrukcia β a $2\nu\beta\beta$ Greenových funkcií v integrálnom tvare tak náročná ako bežne používaný postup so sumovaním cez intermediálne stavy. Dôležitou časťou integrálnych výpočtov je analytické určenie časových závislostí β -prechodových operátorov [12]. Daný výpočet nie je jednoduchý. V realistickom prípade (Metóda expanzie prechodového operátora [3; 12]) bol uskutočnený na základe viacerých aproximačných požiadaviek diskutovaných v článkoch [3; 12].

V rámci približného bozónového obrazu protón-neutrónového Lipkinovho modelu [17] sme našli spôsob, ktorý umožňuje presný výpočet časových vývojev β -operátorov a následne aj Greenových funkcií β - a $2\nu\beta\beta$ -prechodu. Použili sme pritom elementy teórie

operátorového počtu [29]. Podrobný postup je uvedený v dizertačnej práci. Treba poznamenať, že integrálne vyjadrenie maticového elementu $2\nu\beta\beta$ -premeny nie je zaťažené dvojvákuovým problémom pozorovaným pri QRPA výpočtoch daného procesu a umožňuje z celkového prechodového operátora extrahovať zložku zodpovednú za $2\nu\beta\beta$ -rozpad. Na obrázku 5 a) sú uvedené výsledky nášho výpočtu Fermiho maticového elementu $2\nu\beta\beta$ -premeny ($M_F^{2\nu}$) v integrálnej reprezentácii. Rozlišujeme v ňom fyzikálne ($M_F^{(II)}$) a nefy-

Obrázok 5: **a)**: maticový element $2\nu\beta\beta$ -rozpadu počítaný v integrálnej reprezentácii. Jednotlivé riešenia sú vysvetlené v texte. Parametre modelového priestoru sú totožné s hodnotami uvedenými pri grafe 1 b). **b)**: štúdium citlivosti fyzikálnej zložky $M_F^{(II)}$ $2\nu\beta\beta$ maticového elementu na zmenu p-p a p-h interakcie κ' a χ' .



zikálne ($M_F^{(I)}$) riešenie. Nefyzikálne riešenie ($M_F^{(I)}$) vyplýva z konštantnej časti prechodového operátora medzi iniciálnym a finálnym jadrovým stavom pri $2\nu\beta\beta$ -premene. Konštantný operátor nemôže byť zodpovedný za $2\nu\beta\beta$ -proces a daný príspevok je nenulový len vďaka neortogonálnosti reálnych vlnových funkcií počiatočného a koncového jadrového stavu. Fyzikálne relevantné riešenie ($M_F^{(II)}$) je získané na základe výberu tej časti z celkového prechodového operátora, ktorá zodpovedá za $2\nu\beta\beta$ -proces. Pre porovnanie je v grafe 5 a) zobrazené presné ($H_F - diag.$) a štandardné QRPA riešenie. Z uvedeného obrázku vyplýva, že nefyzikálna časť $2\nu\beta\beta$ maticového elementu vykazuje podobné správanie ako štandardný QRPA výpočet $M_F^{2\nu}$. To znamená, že dvojvákuový problém výrazne ovplyvňuje QRPA opis $2\nu\beta\beta$ -prechodu a spôsobuje veľký nefyzikálny príspevok do $2\nu\beta\beta$ maticového elementu. Toto dôležité zistenie dosiaľ nebolo pozorované. Fyzikálna časť $M_F^{(II)}$ je silne potlačená hlavne pri malých hodnotách κ' a nadobúda svoje maximum až v blízkosti kolapsu QRPA výpočtov. Treba uviesť, že získané riešenia $M_F^{(I)}$ a $M_F^{(II)}$ vykazujú kolaps podobne ako QRPA hodnoty. Je to dôsledok použitia rovnakého modelového

hamiltoniánu ako v QRPA výpočtoch.

Na grafe 5 b) je bližšie načrtnutý priebeh fyzikálneho riešenia $M_F^{(II)}$ pri rôznych hodnotách p–h sily χ' . Dôležitým faktom je, že pri vypnutí reziduálnej interakcie ($\kappa' = \chi' = 0\text{MeV}$) dostávame správny výsledok $M_F^{(II)} = 0\text{MeV}^{-1}$, ktorý vyplýva z analytického výpočtu $2\nu\beta\beta$ amplitúdy [30]. S narastajúcou silou χ' pozorujeme znižovanie absolútnych hodnôt $M_F^{(II)}$ v celej študovanej oblasti p–p interakcie κ' . Dodajme, že fyzikálna zložka $2\nu\beta\beta$ maticového elementu má diametrálne odlišný priebeh od štandardného QRPA riešenia a s výnimkou kolapsu je aj menej citlivá na zmenu p–p interakcie κ' .

3.5 QRPA s perturbatívnym splnením Pauliho princípu

V poslednej časti výsledkov dizertačnej práce uvádzame aplikáciu QRPA metódy s perturbatívnym splnením Pauliho princípu (PP2-QRPA) v realistickom výpočte β a $2\nu\beta\beta$ -rozpadu jadier s $A = 76$. Model PP2-QRPA bol navrhnutý v schématických štúdiách [16] a jeho prednosťou je presnejší výpočet RPA matíc (vo fermiónovom priestore) než v RQRPA. Je založený na rozvoji štandardnej QRPA vlnovej funkcie do radu podľa mocnín korelačného koeficientu, pričom sa uvažujú len členy po jeho druhú mocninu. Tým sa presnejšie zabezpečuje platnosť Pauliho princípu ako v RQRPA. Uvedené PP2-QRPA priblíženie je možné aplikovať aj na realistický opis štruktúry jadra. Dodajme, že v schématických štúdiách [16] PP2-QRPA metóda poskytla stabilnejšie výsledky ako RQRPA, ktorá sa v súčasnosti bežne používa v realistických $2\nu\beta\beta$ výpočtoch.

Pri použití PP2-QRPA metódy v reálnom prípade sme sústredili našu pozornosť na štúdium stability a citlivosti vypočítaných veličín na zmenu p–p interakcie κ . Zároveň bol hodnotený efekt presného výpočtu komutátorov v QRPA maticiach pri použití $|BCS\rangle$ vlnovej funkcie (metóda QRPA-EK), ako aj vplyv „self-konzistentnej“ modifikácie stredného poľa v modeloch RQRPA (SCQRPA) a PP2-QRPA (PP2-SQRPA). V tabuľke 1 sú uvedené kritické hodnoty parametra p–p interakcie κ , pri ktorých dochádza ku kolapsu

Tabuľka 1: Tabuľka kritických hodnôt κ_c p–p interakcie, pri ktorých dochádza ku kolapsu jednotlivých QRPA priblížení diskutovaných v texte. $\kappa_c^{(i)}$ prislúcha výpočtom z iničiálneho jadra ^{76}Ge , $\kappa_c^{(f)}$ výpočtom z finálneho jadra ^{76}Se pri $\beta\beta$ -rozpade. Uvažovaná veľkosť p–h interakcie je $\chi = 0.25\text{MeV}$.

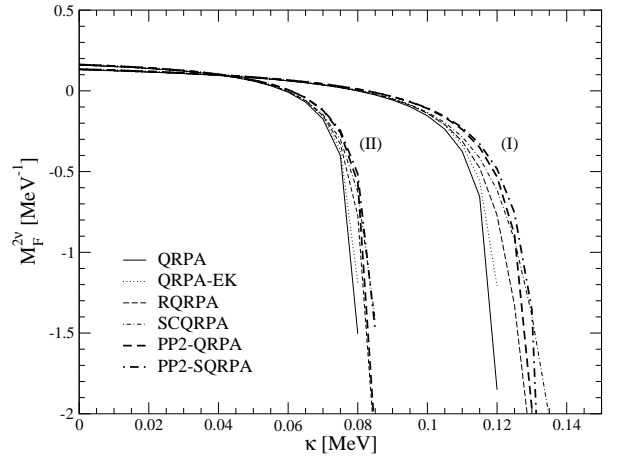
	QRPA	QRPA-EK	RQRPA	SCQRPA	PP2-QRPA	PP2-SQRPA
$\kappa_c^{(i)}$	0.155	0.155	0.165	0.175	0.170	0.175
$\kappa_c^{(f)}$	0.120	0.120	0.130	0.140	0.130	0.135

riešenia uvažovaných QRPA modelov. Vidíme, že PP2-QRPA výpočet kolabuje ďalej alebo v tom istom bode ako RQRPA. U „self-konzistentných” verzií RQRPA a PP2-QRPA metód je situácia opačná. Môžeme teda povedať, že RQRPA a PP2-QRPA (resp. SCQRPA a PP2-SQRPA) sú porovnateľné z hľadiska kolapsu riešenia.

Výpočet 0^+ excitačných energií jadra ^{76}As ako aj síl jednoduchých β -prechodov $^{76}\text{Ge} \rightarrow ^{76}\text{As}$, $^{76}\text{Se} \rightarrow ^{76}\text{As}$ však ukázal, že nové PP2-QRPA, PP2-SQRPA priblíženia poskytujú stabilnejšie výsledky ako v súčasnosti používané RQRPA, SCQRPA modifikácie. Tento fakt jednoznačne favorizuje metódy PP2-QRPA a PP2-SQRPA. Dodajme, že kolaps uvažovaných nových QRPA modifikácií nastáva v oblasti nefyzikálnych hodnôt p-p interakcie κ (za kolapsom štandardného QRPA riešenia).

Na obrázku 6 je nakreslený priebeh maticového elementu $2\nu\beta\beta$ -rozpadu jadra ^{76}Ge v závislosti od p-p sily κ . Okrem diskutovaných PP2-QRPA (PP2-SQRPA) a RQRPA (SCQRPA) riešení sú pre porovnanie uvedené tiež štandardné QRPA a QRPA-EK hodnoty. Skúmaný je aj vplyv veľkosti modelového priestoru stavov na výsledok. Väčší konfiguračný priestor stavov znamená väčšie množstvo korelácií v základnom stave, čo v konečnom dôsledku spôsobuje posun kolapsu všetkých uvažovaných QRPA riešení do menších hodnôt parametra κ . Vidíme tiež, že vo väčšom modelovom priestore sú potlačené rozdiely jednotlivých QRPA modifikácií v porovnaní s výpočtami v menšom modelovom priestore stavov. Všeobecne môžeme povedať, že aj pri výpočte Fermiho maticového elementu $2\nu\beta\beta$ -rozpadu jadra ^{76}Ge sa metódy PP2-QRPA a PP2-SQRPA spomedzi uvažovaných priblížení javia ako najstabilnejšie v oblasti veľkých p-p síl pred samotným kolapsom ich príslušných riešení. Z tohto hľadiska je opodstatnená motivácia aplikácie PP2-QRPA metódy aj na realistický výpočet Gamow-Tellerovho $2\nu\beta\beta$ maticového elementu s cieľom korekcie jeho súčasných QRPA predpovedí.

Obrázok 6: Fermiho maticový element $2\nu\beta\beta$ -rozpadu jadra ^{76}Ge ako funkcia p-p sily κ pri p-h interakcii $\chi = 0.25$ MeV. Krivky (I) a (II) sú počítané s 12 a 21 úrovňovým modelovým priestorom. Označenie jednotlivých QRPA priblížení je vysvetlené v texte.



Zoznam publikácií

1. F. Šimkovic, M. Šmotlák and A.A. Raduta, Quasiparticle random-phase approximation with an optimal ground state, *J. Phys. G*, 27:1757-1766, 2001
2. M. Šmotlák, F. Šimkovic and A.A. Raduta, Looking for an optimal ground state within quasiparticle random phase approximation, *Czech. J. Phys.*, 52:521-529, 2002
3. G. Pantis, M. Šmotlák and F. Šimkovic, A schematic calculation of the $\beta\beta$ -decay matrix element within the Green function approach, *Czech. J. Phys.*, 52:629-636, 2002
4. F. Šimkovic, M. Šmotlák and G. Pantis, Quasiparticle random phase approximation with a nonlinear phonon operator, *Phys. Rev. C*, 68:014309-1-014309-4, 2003
5. M. Šmotlák, QRPA approaches for double beta decay, to be published in *Czech. J. Phys.*
6. O. Civitarese, M. Reboiro, F. Šimkovic and M. Šmotlák, Comparative studies of the extensions of the Quasiparticle random phase approximation, in preparation

Literatúra

- [1] V. I. TRETAK and Y. G. ZDESENKO, *Atom. Data and Nucl. Data Tables* **80**, 83 (2002).
- [2] W. C. HAXTON and G. J. J. STEPHENSON, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **12**, 409 (1984).
- [3] A. FAESSLER and F. ŠIMKOVIC, *J. Phys. G* **24**, 2139 (1998).
- [4] H. V. KLAPDOR-KLEINGROTHAUS et al., *Mod. Phys. Lett. A* **16**, 2409 (2002).
- [5] L. ZHAO, B. A. BROWN, and W. A. RICHTER, *Phys. Rev. C* **42**, 1120 (1990).
- [6] K. LANGANKE et al., *Phys. Rev. C* **52**, 718 (1995).
- [7] J. SUHONEN and O. CIVITARESE, *Phys. Rep.* **300**, 123 (1998).
- [8] P. RING and P. SCHUCK, *The nuclear many-body problem*, Springer-Verlag, 1980.

- [9] P. VOGEL and M. R. ZIRNBAUER, *Phys. Rev. Lett.* **57**, 3148 (1986).
- [10] O. CIVITARESE, A. FAESSLER, and T. TOMODA, *Phys. Lett. B* **194**, 11 (1987).
- [11] F. ŠIMKOVIC, G. PANTIS, and A. FAESSLER, *Phys. Atom. Nucl.* **61**, 1218 (1998).
- [12] F. ŠIMKOVIC, G. PANTIS, and A. FAESSLER, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **40**, 285 (1998).
- [13] J. HIRSCH, P. O. HESS, and O. CIVITARESE, *Phys. Rev. C* **54**, 1976 (1996).
- [14] O. CIVITARESE, P. O. HESS, and J. G. HIRSCH, *Phys. Lett. B* **412**, 1 (1997).
- [15] A. RADUTA et al., *Nucl. Phys. A* **671**, 255 (2000).
- [16] F. ŠIMKOVIC et al., *Phys. Rev. C* **61**, 044319 (2000).
- [17] M. SAMBATARO and J. SUHONEN, *Phys. Rev. C* **56**, 782 (1997).
- [18] J. TOIVANEN and J. SUHONEN, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 410 (1995).
- [19] J. SCHWIEGER, F. ŠIMKOVIC, and A. FAESSLER, *Nucl. Phys. A* **600**, 4179 (1996).
- [20] K. IKEDA, T. UDAGAWA, and H. YAMAMURA, *Prog. Theor. Phys.* **33**, 22 (1965).
- [21] A. BOBYK, W. A. KAMIŃSKI, and P. ZAREBA, *Eur. Phys. J. A* **5**, 385 (1999).
- [22] A. BOBYK, W. A. KAMIŃSKI, and P. ZAREBA, *Nucl. Phys. A* **669**, 221 (2000).
- [23] V. RODIN and A. FAESSLER, *Phys. Rev. C* **66**, 051303 (2002).
- [24] D. J. ROWE, *Nuclear collective motion*, Methuen-London, 1970.
- [25] D. S. DELION and J. SUHONEN, *Phys. Rev. C* **67**, 034301 (2003).
- [26] A. GRIFFITHS and P. VOGEL, *Phys. Rev. C* **46**, 181 (1992).
- [27] A. RADUTA and J. SUHONEN, *Phys. Rev. C* **53**, 176 (1996).
- [28] J. HIRSCH, P. O. HESS, and O. CIVITARESE, *Phys. Rev. C* **56**, 199 (1997).
- [29] D. A. KIRZHITS, *Field theoretical methods in many-body systems*, Pergamon Press, 1967.
- [30] F. ŠIMKOVIC and G. PANTIS, *Yad. Fiz.* **62**, 1 (1999).

Zhrnutie

V predloženej dizertačnej práci je navrhnutá modifikácia QRPA metódy (QRPA-OGS) založená na novej definícii RPA vlnovej funkcie, ktorá umožňuje optimalizáciu základného stavu jadra. V rámci prezentovaného QRPA-OGS priblíženia boli nájdené nové riešenia v oblasti časticovo-časticovej interakcie za kolapsom štandardných QRPA výpočtov. Jedno z riešení dobre predpovedá exaktné hodnoty excitačnej energie. Druhé riešenie je podobné výsledkom výpočtu časovo-závislej Schrödingerovej rovnice [15], ktorá opisuje harmonické vzбудenia. Analýza základného stavu v rámci QRPA-OGS ukázala, že problém kolapsu štandardného QRPA riešenia súvisí s reorganizáciou v štruktúre základného stavu mnohonukleónového systému.

Ďalej bolo ukázané, že zahrnutie nelineárnych členov do fonónového operátora v rámci QRPA má svoje opodstatnenie a vedie k lepšiemu opisu vzbudených stavov jadra. Po prvýkrát boli v protón-neutrónovom Lipkinovom modeli prezentované QRPA metódy, ktoré pomocou vhodných nelineárnych členov vo fonónovom operátore dokázali reprodukovat' exaktné energetické spektrum získané diagonalizáciou hamiltoniánu. Ukázalo sa, že v rámci QRPA sa realizuje presný výpočet nepárnych vzbudených stavov (s 1-, 3-, ..., $(2n + 1)$ -fonónovým charakterom) a TDA podobným postupom získame opis párnych excitovaných stavov (označovaných ako 2-, 4-, ..., $(2n)$ -fonónové). Na základe lepšieho opisu jedno a dvojfónových stavov bol navrhnutý nový postup výpočtu maticového elementu $2\nu\beta\beta$ -prechodu, umožňujúci vyhnúť sa dvojvákuovému priblíženiu, ktorého nepresnosti nie sú dosiaľ dobre známe.

V súvislosti s požiadavkou zachovania Ikedovho sumačného pravidla (ISR) [20] pri výpočtoch jednoduchých β -prechodov bola študovaná úloha rozptylových členov hamiltoniánu v QRPA modifikáciách idúcich za rámec RQRPA priblíženia. Zistili sme, že rozptylové členy nie sú podstatné z hľadiska obnovenia platnosti ISR, avšak významnú úlohu hrá „self-konzistentná“ modifikácia stredného poľa zavedením požiadavky na zachovanie počtu častíc na úrovni RPA základného stavu. Ďalej bol uskutočnený prvý numerický výpočet $2\nu\beta\beta$ -prechodu v rámci nedávno navrhutej metódy *Plne renormalizovaná QRPA* (FR-QRPA) [23], ktorá univerzálne zabezpečuje splnenie ISR. Pre tento účel boli použité rôzne predpisy RPA vlnovej funkcie, ktoré umožňujú približné riešenie FR-QRPA rovnice pre základný stav. Ohraničenia FR-QRPA metódy boli študované v rámci schématického SO(5) modelu.

Zaujímavú časť výsledkov dizertačnej práce predstavujú schématické výpočty síl jednoduchých β -prechodov a maticového elementu $2\nu\beta\beta$ -premeny v integrálnej reprezentácii, t.j. bez bežnej konštrukcie intermediálnych vzbudených stavov. Približný bozónový obraz

protón–neutrónového Lipkinovho modelu nám umožnil získať presné vyjadrenia potrebných časovo–závislých β operátorov. Vypočítané hodnoty síl jednoduchých β –prechodov sa dobre zhodujú s exaktnými výsledkami v študovanej oblasti reziduálnej časticovo–časticovej interakcie. Porovnaním $2\nu\beta\beta$ Fermiho maticového elementu, získaného v integrálnej reprezentácii, s QRPA výsledkami bolo ukázané, že dvojvákuové priblíženie v QRPA prístupoch má za následok zahrnutie veľkého nefyzikálneho príspevku do $2\nu\beta\beta$ maticového elementu.

V záverečnej kapitole výsledkov dizertačnej práce sme prezentovali prvú aplikáciu QRPA metódy *s perturbatívnym splnením Pauliho vylučovacieho princípu* (PP2-QRPA) na realistické výpočty Fermiho β – a $\beta\beta$ –prechodov pre jadrá s $A = 76$. PP2-QRPA modifikácia bola navrhnutá v protón–neutrónovom Lipkinovom modeli [16] a na rozdiel od QRPA, RQRPA počíta RPA matice vo fermiónovom priestore perturbatívnym spôsobom pomocou rozvoja QRPA vlnovej funkcie. V našich realistických PP2-QRPA výpočtoch sme ukázali, že lepším splnením Pauliho princípu v rámci PP2-QRPA metódy sa stabilita získaných riešení vzhľadom na zmenu parametrov jadrového hamiltoniánu podstatne zlepšila v porovnaní s ostatnými (jednoduchšími) QRPA modifikáciami, používanými v súčasných realistických výpočtoch.

Summary

In this thesis a new modification of QRPA is presented (QRPA-OGS) which is based on the new definition of RPA wave function. It allows us to optimize the ground state of described nucleus. Within the introduced QRPA-OGS approach new QRPA solutions were found for the large values of particle–particle (p–p) interaction strength. One solution provides good prediction of exact excitation energies. The other one coincides with the solution of time–dependent Schrödinger equation [15] and is connected with a harmonic vibration around the new defined ground state. By analysis of the QRPA-OGS ground state we have found that the problem of the collapse of standard QRPA solution is connected with a rearrangement of nucleons in the ground state.

Further, we have outlined that the inclusion of nonlinear terms in the QRPA phonon operator leads to a better QRPA description of many nucleon excited states. For the first time we have shown that the exact results obtained by the diagonalization of the nuclear Hamiltonian can be reproduced in the QRPA calculations with suitable nonlinear form of the phonon operator. Within the proton–neutron Lipkin model the exact description of odd excited states was achieved in the QRPA calculations (1-, 3-,... $(2n + 1)$ -phonon states) and the even excited states were exactly calculated in the TDA–like equations

(2-, 4-,... $(2n)$ -phonon states). In connection with the better description of one- and two-phonon states we have proposed a new procedure for calculation of double beta decay nuclear matrix element (ME). This new method described in the thesis enables to avoid the two vacua uncertainty, which is present in the conventional QRPA calculation of ME and its consequences are still not well known.

The possibility of restoration of Ikeda sum rule (ISR) [20] for the single β -transitions was analyzed in the QRPA methods going beyond the renormalized QRPA approach. The importance of the so called scattering terms in the Hamiltonian was judged in connection with possible restoration of ISR. We have shown that the scattering terms are not substantial for the restoration of ISR in the QRPA calculations of β -transitions. More important is a self-consistent modification of BCS amplitudes imposed by the conservation of particle number in the QRPA ground state. Further, the first numerical calculation of double β -transition was carried out within the recently proposed *Fully renormalized QRPA* (FR-QRPA) [23], which fulfills ISR exactly. For this purpose different trial wave functions were considered to solve approximately FR-QRPA equation for the ground state. Limitations of FR-QRPA approach were studied within the schematic SO(5) model.

An interesting part of the PhD thesis results are the time integral calculations of the single β -strengths functions and the nuclear matrix element for two neutrino double beta-decay ($2\nu\beta\beta$ -decay). This type of calculations does not comprise conventional construction of the intermedial excited states. An approximate boson image of proton-neutron Lipkin Hamiltonian allowed us to find exact expressions for time dependence of β -decay operators. We have obtained very good agreement of our single β -strengths (calculated within the time integral method) with corresponding exact values in the examined range of residual p-p interaction. Comparison of $2\nu\beta\beta$ Fermi matrix element calculated in the integral representation with the standard QRPA results leads to an important conclusion: the two-vacua approximation in the QRPA calculation causes a big unphysical contribution to nuclear matrix element for $2\nu\beta\beta$ -decay.

In the last section of the thesis results we have presented the first realistic application of the QRPA method with *perturbative treatment of Pauli exclusion principle* (PP2-QRPA) for the calculation of Fermi single and double β -transitions in nuclei with $A = 76$. This method was proposed in the proton-neutron Lipkin model [16] and its advantage (over the commonly used QRPA, RQRPA) is the perturbative calculation of RPA matrices in the fermion space. In our realistic PP2-QRPA calculations we have shown that the better treatment of Pauli exclusion principle within the PP2-QRPA leads the better stability of PP2-QRPA solution with respect to parameters of nuclear Hamiltonian than the other simpler QRPA modifications used in the realistic $2\nu\beta\beta$ calculations.