

FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY
UNIVERZITA KOMENSKÉHO

FYZIKÁLNY ÚSTAV
SLOVENSKÁ AKADÉMIA VIED

RELATIVISTICKÉ MODELY
EXOTICKÝCH ATÓMOVÝCH JADIER

2018

RNDr. Jozef Leja

FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY
UNIVERZITA KOMENSKÉHO



FYZIKÁLNY ÚSTAV
SLOVENSKÁ AKADÉMIA VIED



RELATIVISTICKÉ MODELY
EXOTICKÝCH ATÓMOVÝCH JADIER

Dizertačná práca

Štúdijný odbor: Jadrová a subjadrová fyzika

Školiteľ: Ing. Štefan Gmuca, CSc.

Bratislava 2018

RNDr. Jozef Leja



Univerzita Komenského v Bratislave
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky

ZADANIE ZÁVEREČNEJ PRÁCE

Meno a priezvisko študenta: RNDr. Jozef Leja
Študijný program: jadrová a subjadrová fyzika (Jednoodborové štúdium, doktorandské III. st., externá forma)
Študijný odbor: jadrová a subjadrová fyzika
Typ záverečnej práce: dizertačná
Jazyk záverečnej práce: slovenský
Sekundárny jazyk: anglický

Názov: Relativistické modely exotických atómových jadier
Relativistic models of exotic atomic nuclei

Anotácia: Témou dizertačnej práce je teoretické štúdium exotických atómových jadier v rámci relativistických jadrových modelov. Obsahom práce budú výpočty uskutočnené pomocou základného relativistického modelu ako aj rozšírených relativistických modelov. Tieto rozšírenia modelu sa budú uberať dvoma smermi: 1) zahrnutím omega-mezónovej selfinterakcie alebo omega-ró-mezónovej crosinterakcie, 2) zavedením izospinovo alebo hustotne závislej interakcie do modelu.

Cieľ: Cieľmi dizertačnej práce sú: 1) preskúmať schopnosť relativistických jadrových modelov, správne opísať vlastnosti reálnych exotických jadier, 2) predpovedať polohu neutrónovej hranice stability v oblasti, kde doteraz nebola zmapovaná, 3) predpovedať formovanie protónovej alebo neutrónovej kože v exotických atómových jadrách.

Kľúčové slová: exotické jadrá, relativistické jadrové modely

Školiteľ: Ing. Štefan Gmuca, CSc.
Katedra: FMFI.KJFB - Katedra jadrovej fyziky a biofyziky
Vedúci katedry: prof. RNDr. Stanislav Tokár, DrSc.

Spôsob prístupnosti elektronickej verzie práce:
bez obmedzenia

Dátum zadania: 01.09.2011

Dátum schválenia: 23.05.2018

prof. RNDr. Jozef Masarik, DrSc.
garant študijného programu

.....
študent

.....
školiteľ

Poďakovanie

Ďakujem môjmu školiteľovi Ing. Štefanovi Gmucovi, CSc. za obetavú pomoc pri vypracovaní dizertačnej práce ako aj za dlhoročnú a všestrannú podporu vo vedeckej práci.

Čestné prehlásenie

Prehlasujem, že som dizertačnú prácu vypracoval samostatne s použitím literatúry, uvedenej v zozname použitej literatúry a rád môjho školiteľa.

Abstrakt

Práca sa zoberá relativistickými modelmi atómového jadra a ich využitím v oblasti teoretického štúdia exotických jadier. Preskúmané sú vlastnosti základného relativistického modelu aj možnosti vytvorenia sofistikovanejších modelov pre lepší opis exotických jadier. Sofistikovanejšie modely boli vytvorené zahrnutím ω -mezónovej selfinterakcie a $\omega\rho$ -mezónovej crossinterakcie do modelu a zavedením izospinovej a hustotnej závislosti nukleón-nukleónovej interakcie. Pre zavedenie hustotnej závislosti interakcie bol použitý model jednobodovej interakcie a model mezónovej výmeny. Predpovede základného relativistického modelu aj rozšírených relativistických modelov boli porovnané s dostupnými experimentálnymi hodnotami väzbových energií a nábojových polomerov jadier v oblasti jadier od kyslíka po nikel. Na základe výpočtov dvojneutrónových separačných energií bola zmapovaná poloha neutrónovej hranice stability v tejto oblasti. Na základe protónových a neutrónových polomerov jadier bolo predpovedané formovanie protónovej a neutrónovej kože v týchto jadrách.

Kľúčové slová: relativistický jadrový model, model jednobodovej interakcie, model mezónovej výmeny, exotické jadrá, neutrónová hranica stability, protónová koža, neutrónová koža

Abstract

This thesis deals with the relativistic models of atomic nucleus and their application for theoretical study of exotic nuclei. The properties of the fundamental relativistic model and the possibilities to develop more sophisticated models for better description of exotic nuclei were studied. More sophisticated models have been developed by the incorporation of the ω -meson selfinteraction and $\omega\rho$ -meson crossinteraction into the model and by the introducing isospin and density dependence of nucleon-nucleon interaction. The density dependence of interaction has been introduced by the point coupling model and the meson exchange model. Predictions of fundamental relativistic model and the extended relativistic models have been compared with the experimental results of binding energies and charge radii from oxygen to nickel. The position of the neutron dripline in this region based on the two neutron separation energies has been predicted. The calculated proton and neutron radii have been used for predicting of proton skin and neutron skin in these nuclei.

Keywords: relativistic nuclear model, point coupling model, meson exchange model, neutron dripline, proton skin, neutron skin

Obsah

Úvod	7
1 Fyzika exotických jadier	11
1.1 Exotické jadrá	11
1.2 Produkcia exotických jadier	13
1.3 Štruktúra exotických jadier	16
1.4 Vlastnosti exotických jadier	19
1.5 Experimentály výskum exotických jadier	20
1.6 Teoretický výskum exotických jadier	21
1.7 Astrofyzikálne aspekty exotických jadier	22
2 Relativistický jadrový model	25
2.1 Lagrangián	25
2.2 Pohybové rovnice	27
2.3 Aproximácie	28
2.4 Sféricke jadrá	31
2.5 Deformované jadrá	33
2.6 Energia systému	35
2.7 Jadrová hmota	36
3 Ciele práce	38
4 Výsledky a diskusia	40
4.1 Základný model	40
4.2 Modely s ω -selfinterakciou a $\omega\rho$ -crossinterakciou	51

4.3	Modely s izospinovo a hustotne závislou interakciou	62
4.4	Poloha neutrónovej hranice stability	72
4.5	Formovanie protónovej a neutrónovej kože	80
5	Záver	95
	Literatúra	97
A	Väzbové energie	108
B	Nábojové polomery	119

Úvod

"Jedna z najpoetickejších vecí, ktorú viem o vesmíre, je, že v podstate každý atóm vo vašom tele bol kedysi vo vnútri hviezdy, ktorá vybuchla. Navyše atómy vo vašej ľavej ruke pochádzajú pravdepodobne z inej hviezdy ako atómy vo vašej pravej ruke. Všetci sme doslova deťmi hviezd a naše telá sú z hviezdneho prachu."

(Lawrence M. Krauss, Vesmír z ničoho)

V širokom spektre modernej vedy má jadrová fyzika jedno nezvyčajné privilégiu. Väčšina súčasných vedných odborov vznikla, alebo sa oddelila od iných vedných odborov len pomaly a neurčito a preto existujú rozličné názory na časové určenie ich vzniku. Jadrová fyzika však svoj počiatok pozná veľmi dobre, vie totiž presne, kedy bol objekt jej záujmu objavený. O objave atómového jadra referoval prvýkrát Ernest Rutherford v marci 1911 na zasadnutí Manchesterskej literárnej a filozofickej spoločnosti a publikoval ho v máji 1911 v časopise *Philosophical Magazine* [1]. Stal sa tak nielen objaviteľom atómového jadra, ale aj zakladateľom jadrovej fyziky.

Nasledujúcich vyše 100 rokov bolo obdobím prudkého rozvoja jadrovej fyziky. Jadrová fyzika sa rýchlo rozvíjala po experimentálnej aj teoretickej stránke a prišla veľké množstvo aplikácií, ktoré výrazne ovplyvnili tvár súčasnej vedy a techniky. Napriek obrovskému nárastu poznatkov o atómovom jadre sa však ani do dnešného dňa nepodarilo vytvoriť model atómového jadra, ktorý by presne a komplexne opísal všetky aspekty štruktúry a vlastností atómových jadier.

Príčin, ktoré bránia vytvorenie takéhoto modelu je veľa, tie najdôležitejšie sú:

- V atómovom jadre hrajú rolu všetky známe interakcie v prírode, okrem silnej interakcie, ktorej je zodpovedná za vytváranie atómových jadier, je to aj slabá interakcia, ktorá je príčinou ich β -premenu, elektromagnetická interakcia, ktorá spôsobuje všetky elektromagnetické javy v jadre a pri niektorých špeciálnych problémoch jadrovej astrofyziky je potrebné brať do úvahy aj gravitačnú interakciu.
- Do dnešného dňa nie je známy presný tvar efektívnej jadrovej interakcie medzi nukleónmi.
- Počet nukleónov v atómových jadrách s $A > 3$ je príliš veľký na to, aby sme mohli exaktne riešiť sústavu pohybových rovníc pre každý nukleón a zároveň je príliš malý na to, aby sme mohli použiť štatistické metódy, tak ako to robíme napríklad v termodynamike.
- V jadre sa nachádzajú nukleóny dvoch druhov, protóny a neutróny.
- Protóny aj neutróny majú ešte svoju vlastnú vnútornú kvarkovú štruktúru.

Preto sa stále vytvárajú rozličné jadrové modely, ktoré vychádzajú z rôznych racionálnych fyzikálnych zjednodušení a zároveň sa snažia čo najpresnejšie opísať čo najširšiu škálu reálnych vlastností atómových jadier.

Klasický prístup ku popisu štruktúry atómového jadra zanedbáva relativistické efekty v jadre. Keď odhadneme maximálnu hodnotu kinetickej energie nukleónov v jadre, ktorá je daná Fermiho hybnosťou $k_F \approx 1,4 fm^{-1}$ dostaneme hodnotu

$$E_{kin} = \frac{\hbar k_F^2}{2m} \approx 38 MeV. \quad (1)$$

Tento výsledok zodpovedá relativistickému faktoru

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \approx 1,04 \quad (2)$$

a rýchlosťou $v \approx 0,29c$. Na základe toho by sme teda mohli očakávať že vplyv relativistických efektov na štruktúru jadra je zanedbateľný.

Napriek tomu sa relativistický prístup ku štruktúre atómových jadier, ktorý vychádza už z myšlienok Edwarda Tellera [2, 3] z polovice 50. rokov 20. storočia, a ktorý bol formulovaný v polovici 70. rokov 20. storočia Johnom Dirkom Waleckom [4, 7, 8], stal dôležitou súčasťou modernej teórie atómového jadra.

Je tomu tak najmä z nasledujúcich dôvodov [9]:

- Relativistický model je možné použiť aj pri opise hustej a horúcej jadrovej hmoty, kedy majú relativistické efekty veľký význam.
- Relativistická teória jadrovej hmoty úspešne vyriešila viacero problémov, ktoré dlhú dobu pretrvávali pri nerelativistickom prístupe [10, 11].
- Relativistické modely sú rovnako úspešné ako veľmi sofistikované nerelativistické modely, pri opise jednočasticových vlastností jadier ale navyše poskytujú prirodzené vysvetlenie spin-orbitálnej interakcie v jadre [3, 4].
- Model atómového jadra v ktorom nukleóny vzájomne interagujú výmenou mezonov sa javí perspektívny pri prechode k fundamentálnejšiemu opisu a vysvetleniu jadrovej interakcie.

Predmetom dizertačnej práce sú relativistické modely atómového jadra a ich použitie v oblasti exotických jadier. V práci sú skúmané vlastnosti základného relativistického modelu aj možnosti vytvorenia komplexnejších modelov pre presnejší opis exotických jadier. Komplexnejšie modely boli vytvorené zahrnutím ω -mezónovej selfinterakcie a $\omega\rho$ -mezónovej crossinterakcie do pôvodného modelu a zavedením izospinovej alebo hustotnej závislosti nukleón-nukleónovej interakcie. Pre zavedenie hustotnej závislosti nukleón-nukleónovej interakcie bol použitý model jednobodovej interakcie a model mezónovej výmeny. Predpovede základného relativistického modelu aj rozšírených relativistických modelov boli porovnané s dostupnými experimentálnymi hodnotami väzbových energií a nábojových polomerov jadier v oblasti jadier od kyslíka po nikel. Na základe výpočtov dvojneutónových separačných energií sme spravili predpovede polohy neutónovej hranice stability. Na základe protónových a neutónových polomerov jadier sme predpovedali formovania protónovej alebo neutónovej kože v tejto oblasti.

Predkladaná dizertačná práca je pokračovaním a rozvinutím diplomovej práce [5] a rigoróznejšou prácou [6]. Dizertačná práca sa zaoberá rovnakou problematikou ako práce na ktoré naväzuje, jadrový model ktorý v nej používame sme však rozvinuli novým smerom a získali sme množstvo nových originálnych výsledkov, ktoré sú v dizertačnej práci prezentované.

Dizertačná práca začína úvodnou kapitolou, ktorá sa venuje motivácii predkladanej práce a nachádza sa v nej aj stručný historický úvod. Nasledujúce dve kapitoly sa venujú súčasnému stavu problematiky dizertačnej práce. Prvá kapitola obsahuje stručný prehľad fyziky exotických jadier. Druhá kapitola sa venuje relativistickému modelu atómového jadra. V tretej kapitole sú zadané ciele dizertačnej práce. Štvrtá kapitola sa venuje rozšíreniam modelu ako aj výsledky dosiahnutým základným relativistickým modelom aj komplexnejšími relativistickými modelmi. V tejto kapitole sa nachádza aj diskusia prezentovaných výsledkov. Závery dizertačnej práce sú zhrnuté v piatej kapitole. Dizertačnú prácu dopĺňa zoznam použitej literatúry a uzatvárajú ju dodatky, v ktorých sa nachádzajú tabuľky s číselnými hodnotami výsledkov našich výpočtov.

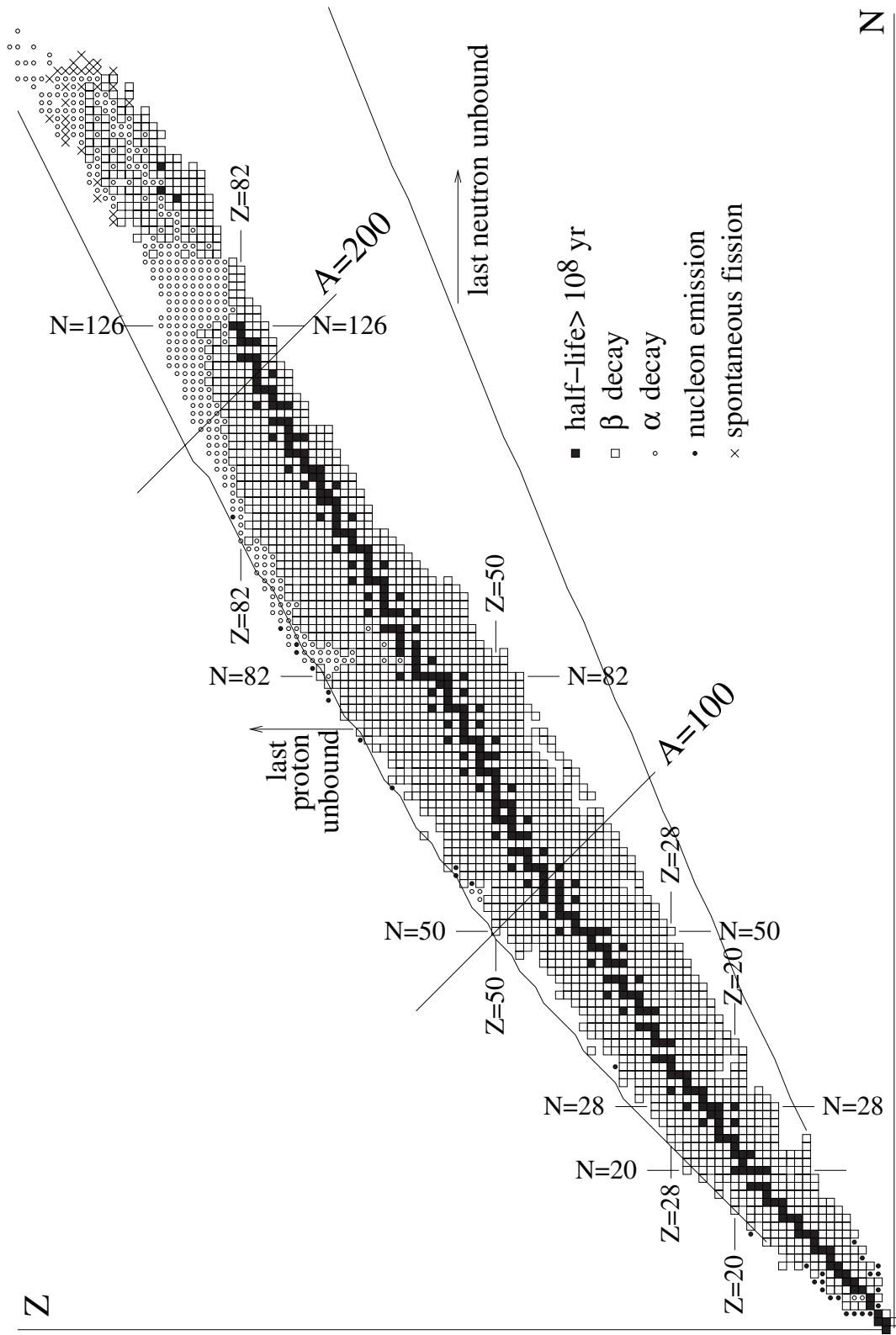
Kapitola 1

Fyzika exotických jadier

1.1 Exotické jadrá

V prírode existuje približne 290 stabilných alebo dlhožijúcich atómových jadier. Tieto jadrá vytvárajú údolie stability, ktoré sa pre ľahké jadrá nachádza v oblasti jadier s počtom protónov rovným počtu neutrónov a pri ťažších jadrách sa v dôsledku odpudivej elektromagnetickej interakcie medzi protónmi posúva k jadrám s väčším prebytkom neutrónov. Okrem stabilných jadier existuje asi 7000 nestabilných jadier, ktoré sa zväčša rozpadajú β -rozpadom v dôsledku slabej interakcie, alebo α -rozpadom, či spontánnym štiepením v prípade ťažších jadier, kde nadobúda na význame elektromagnetická interakcia (obr. 1.1). Tieto jadrá sa nachádzajú mimo údolia stability a pokrývajú širokú oblasť až po protónovú a neutrónovú drip-čiaru. Protónovú drip-čiaru tvoria najľahšie izotopy prvkov, ktoré majú ešte kladnú protónovú separačnú energiu. Na druhej strane, neutrónovú drip-čiaru tvoria najťažšie izotopy prvkov, ktoré majú ešte kladnú neutrónovú separačnú energiu. Jadrá za drip-čiarou sa rozpadajú v časovej škále silnej interakcie, teda 10^{-22} s alebo ešte rýchlejšie emisiou nukleónu alebo nukleónov [16].

Jednou z výziev pre modernú jadrovú fyziku je zmapovanie protónovej a neutrónovej drip-čiary, teda nájdenie hraníc, v ktorých je silná interakcia schopná vytvoriť z protónov a neutrónov jadro [17]. Protónová drip-čiara sa v dôsledku odpudivej elektromagnetickej interakcie nachádza v porovnaní s neutrónovou drip-čiarou bližšie k údoliu stability, preto je aj jej experimentálne dosiahnutie oveľa jednoduchšie.



Obr. 1.1: Segrého graf jadier s vyznačeným druhom jadrovej premeny [18].

Výsledkom je, že protónová drip-čiara je dnes zmapovaná po $Z=83$, kde najľahším izotopom bizmutu je ^{184}Bi zatiaľ čo poloha neutrónovej drip-čiary je známa len po $Z=9$, kde najťažším izotopom fluóru je ^{31}F .

Jadrá extrémne vzdialené od línie stability, teda tie ktoré sa nachádzajú v blízkosti protónovej alebo neutrónovej drip-čiary nazývame exotické. Ako sa ukázalo, ich pomenovanie je výstižné v dvoch smeroch. Jednak sú tieto jadrá exotické nezvyčajným pomerom medzi protónmi a neutrónmi ktoré ich tvoria. Na druhej strane, predstavu o vlastnostiach a štruktúre atómových jadier sme si od počiatku jadrovej fyziky vytvárali na základe štúdia stabilných a dlhožijúcich izotopov. Preto poznatky o exotických jadrách, ktoré sú dostupné v posledných desaťročiach ukázali, že tieto jadrá sú exotické aj svojou nezvyčajnou štruktúrou a neočakávanými vlastnosťami.

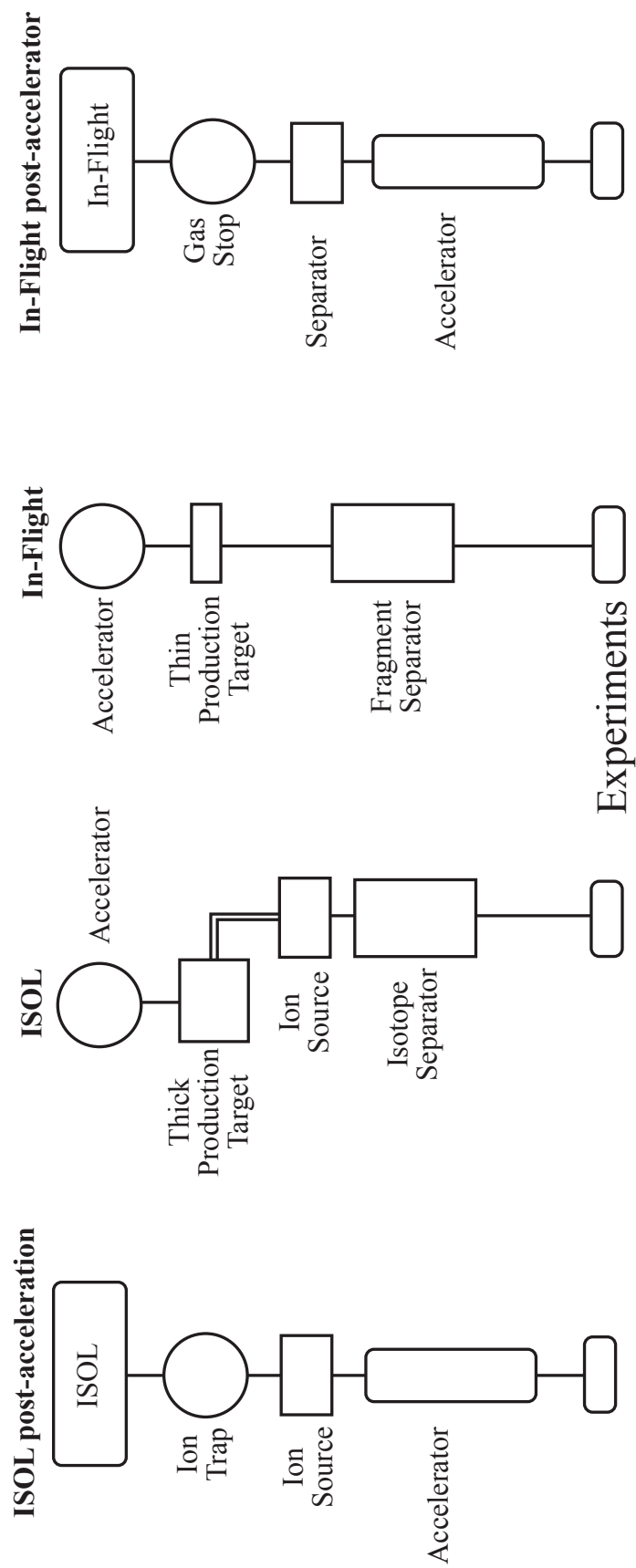
1.2 Produkcia exotických jadier

Pokrok v experimentálnom štúdiu exotických jadier je podmienený najmä možnosťou vytvárať tieto jadrá v urýchľovačoch. V súčasnosti sú používané dve hlavné metódy ich produkcie [22], ktoré sú schématicky znázornené na obr. 1.2.

- **Isotope Separation On-Line (ISOL)** pri ktorej sú jadrá produkované v jadrových reakciách so zväzkami protónov alebo ťažkých iónov z primárneho urýchľovača alebo s neutrónmi z jadrového reaktora alebo neutrónového generátora. Terčik je napojený priamo na iónový zdroj elektromagnetického separátora izotopov. V minulosti boli použité rozličné kombinácie terčika a iónového zdroja na produkciu intenzívnych zväzkov dlhých izotopických reťazcov viac než sedemdesiatich prvkov [23]. Väčšina týchto prvkov bola ionizovaná staršou technikou pomocou plazmových iónových zdrojov. Novšou technikou, ktorá sprístupnila ďalšie prvky, je využitie laserových iónových zdrojov [24]. Zdokonalením tejto metódy je odvedenie zväzkov exotických jadier produkovaných v ISOL zariadeniach do post-urýchľovača. Priekopnícka práca v tomto smere bola vykonaná v Louvain-la-Neuve [25] kde bol produkčný terčik bombardovaný 30 MeV protónmi a produkované exotické jadrá odvedené do cyklotrónu, ktorý slúžil zároveň ako hmotnostný analyzátor. Výsledné zväzky mali energie

do 12 MeV/u a dosahovali intenzitu $2 \cdot 10^9$ ión/s. Novšími príkladmi zariadení, ktoré pracujú na tomto princípe sú cyklotrón CIME ktorý slúži ako post-urýchľovač ku projektu SPIRAL v GANIL ktorý dosahuje energie zväzkov do 25 MeV/u [26] alebo lineárny utýchľovač REX ISOLDE pripojený k zariadeniu ISOLDE v CERN s maximálnymi energiami zväzkov 2,2 MeV/u [27].

- **In-Flight Separation (IFS)** [28] pri tejto metóde sú ťažké ióny s energiou $E/A \geq 30$ MeV fragmentované alebo štiepené pri prechode cez tenký terčik a výsledné produkty sú následne po hmotnostnom, nábojovom a hybnostnom separovaní privedené na sekundárny terčik. Keďže táto metóda nevyžaduje žiadne chemické procesy, výsledkom je malé časové oneskorenie a vysoká intenzita zväzkov. Táto metóda bola vyvinutá v LBL na urýchľovači BEVALAC kde bol tradičný postup bombardovania ťažkého terčika ľahkým projektilom nahradený opačným prístupom, pri ktorom bol ľahký terčik bombardovaný ťažkými iónmi s cieľom študovať produkty fragmentácie projektilu. Prvé výsledky boli dosiahnuté s 205 MeV/u zväzkami ^{40}Ar a 220 MeV/u zväzkami ^{48}Ca ktoré bombardovali C a Be terčiky pričom vznikali neutrónovo bohaté izotopy prvkov od N po Cl [29]. Ďalšími príkladmi zariadení, kde je používaná metóda In-Flight sú LISE v GANIL s energiami zväzkov do 50 MeV/u [30], RIPS v RIKEN s energiami zväzkov do 135 MeV/u [31], A1900 v NSCL s energiami zväzkov do 150 MeV/u [32], alebo FRS v GSI dosahujúce až 1 GeV/u [33]. Aj v prípade tejto metódy je však možné použitie post-urýchľovača. Celý proces teda začína v In-Flight zariadení, v ktorom sa fragmentáciou alebo štiepením získavajú rýchle exotické izotopy, ktoré sú následne separované a potom spomalené v plynovej komere, ďalej nasleduje ich ionizácia a ďalšie urýchlenie v post-urýchľovači. Táto metóda bude pravdepodobne využitá v plánovanom urýchľovači RIA [34], ktorý by v spojitosti s technologickým pokrokom post-urýchľovačov mal poskytovať veľmi kvalitné zväzky exotických izotopov všetkých prvkov od Li po U. Ďalšími zariadeniami, ktoré sú zatiaľ v štádiu prípravy, sú napríklad FAIR [35] v GSI, ktoré by malo pracovať na princípe In-Flight alebo EURISOL [36] v GANIL, ktoré by malo využívať metódu ISOL.



Obr. 1.2: Schématické znázornenie základných metód produkcie exotických jadier [22].

1.3 Štruktúra exotických jadier

Exotické jadrá sa vyznačujú extrémne nízkou separačnou energiou nukleónu alebo nukleónov, ktorých je v jadre prebytok. Niektoré jadrá v blízkosti drip-čiar majú separačnú energiu takéhoto nukleónu menšiu ako 1 MeV, čo je značný rozdiel od stabilných jadier, kde je separačná energia nukleónu približne (6 - 8) MeV. Hustotné rozloženie takýchto slabo viazaných jadier sa vyznačuje pri okraji jadra hrubou vrstvou nízkej hustoty, ktorej hovoríme jadrové halo. Napriek tomu, že má táto vrstva veľmi nízku hustotu, silne vplýva na účinný prierez týchto jadier a spôsobuje ich netradičné vlastnosti [19].

Takéto jadro si teda môžeme zjednodušene predstaviť ako zložené z dvoch častí. Jednu časť tvorí husté a silne viazané centrum, druhú časť tvorí široká a riedka halo časť vytvorená slabo viazaným nukleónom. Príčinu vytvorenia halo efektu si môžeme objasniť v rámci veľmi jednoduchého modelu, v ktorom budeme predpokladať, že všetky nukleóny vytvárajúce vnútorné centrum sa nachádzajú v pravouhlej potenciálovej jame a halo nukleón je mimo nej. Vlnová funkcia nukleónu mimo potenciálovej jamy má tvar

$$\psi(r) = \left(\frac{2\pi}{\kappa}\right) \left(\frac{-e^{\kappa r}}{r}\right) \left[\frac{e^{kR}}{(1+kR)^{\frac{1}{2}}}\right], \quad (1.1)$$

kde R je šírka potenciálovej jamy, ktorá je daná priemerom centrálnej časti.

Nukleónovú hustotu môžeme získať z vlnovej funkcie ako

$$\rho(r) = |\psi(r)|^2, \quad (1.2)$$

kde parameter κ , ktorý určuje pokles hustoty, je zviazaný so separačnou energiou E_S vzťahom

$$(\hbar\kappa)^2 = 2\mu E_S, \quad (1.3)$$

kde μ je efektívna hmotnosť systému. Z týchto rovníc je možné vidieť, že s klesajúcou separačnou energiou klesá aj parameter κ a tým sa predlžuje hustotné rozloženie halo nukleónu. Preto sa jadrové halo vytvára v prípade extrémne nízkej separačnej energie nukleónu v exotických jadrách. Treba však poznamenať, že nízka separačná

energia nukleónu nie je jedinou postačujúcou podmienkou pre formovanie jadrového halo. Dôležité je, aby mal halo nukleón nízky orbitálny moment hybnosti, pretože dodatočná odstredivá bariéra znižuje pravdepodobnosť vytvorenia halo efektu. Preto sa halo jav pozoruje pri nukleónoch v s alebo p stavoch. V prípade, že sa jadro nachádza v blízkosti protónovej drip-čiar, môže tento jav vytvoriť aj protón, pravdepodobnosť tohto efektu však znižuje dodatočná Culombická bariéra.

Pomocou Fourierovej transformácie môžeme z vlnovej funkcie nukleónu vyjadriť aj jeho hybnostné rozloženie

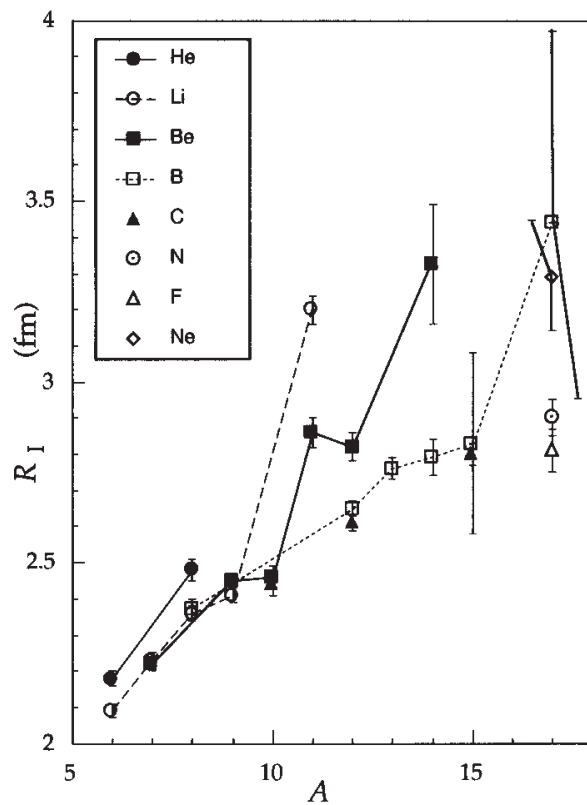
$$f(p_i) = \frac{C}{p_i^2 + \kappa^2} \quad (1.4)$$

kde p_i je karteziánska zložka hybnosti. Šírka hybnostného rozloženia je teda tiež určená parametrom κ , avšak na rozdiel do hustotného rozloženia je pri malej separačnej energii, malá aj šírka hybnostného rozloženia. Tento fakt je priamym dôsledkom Heisenbergovho princípu neurčitosti, z ktorého vyplýva že pri veľkej neurčitosti v priestorovom rozložení je neurčitosť hybnostného rozloženia malá.

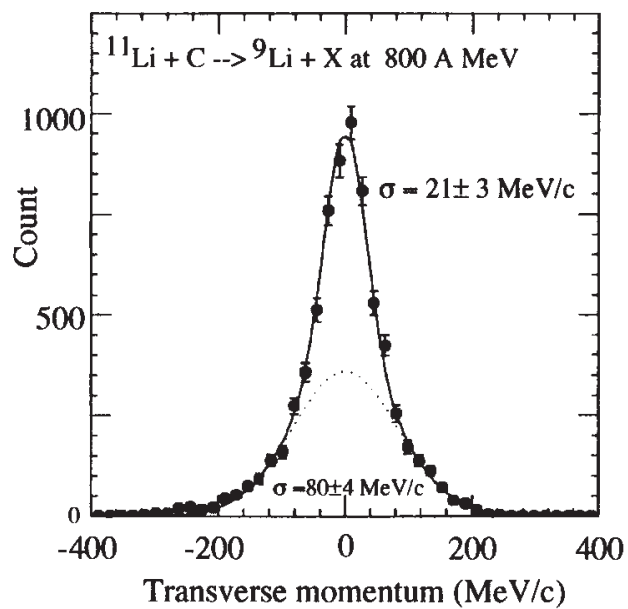
$$\Delta x \Delta p \leq \hbar \quad (1.5)$$

Identifikovať halo jadro je teda možné podľa širokého hustotného rozloženia, ktoré sa prejaví mimoriadne veľkým polomerom jadra. Na obr. 1.3 je možné pozorovať mimoriadne zväčšenie polomeru halo jadier ^{11}Li , ^{11}Be , ^{14}Be , ^{17}B a ^{17}Ne . Ďalším znakom je veľmi úzke hybnostné rozloženie halo nukleónov, príklad dvojneutónového halo jadra ^{11}Li môžeme vidieť na obr. 1.4.

Vzťah medzi vlnovou funkciou a separačnou energiou v dvojneutónových halo jadrách je komplikovanejší ako v prípade jedneutónového halo. V prípade takýchto systémov ide o zložitý trojčasticový systém, ktoré sú predmetom intenzívneho výskumu. Dvojneutónové halo jadrá sú príkladom Borromean systému, názov vystihuje ich dôležitú vlastnosť, ktorou je fakt, že takýto viazaný trojčasticový systém pozostáva z dvojčasticových podsystémov, z ktorých ani jeden nie je viazaný. V konkrétnom prípade dvojneutónového halo jadra ^{11}Li je to systém zložený z kompaktného jadra ^9Li a dvoch slabo viazaných neutrónov. Systém $^9\text{Li} + n + n$ je viazaný, ale ani dvojčasticový podsystém $^9\text{Li} + n$, ani dvojčasticový podsystém $n +$



Obr. 1.3: Interakčný polomer jadier ľahkých prvkov [20].



Obr. 1.4: Tranzverzálne hybnostné rozloženie fragmentov jadra ^{11}Li [20].

n nie je viazaným systémom. Aj v atómovej a molekulárnej fyzike prebieha hľadanie Borromean systémov, avšak doteraz neúspešne, preto halo jadrá zostávajú jediným príkladom takéhoto špecifického systému v prírode.

Podobným javom ako jadrové halo je formovanie jadrovej kože. Dochádza k nemu v dôsledku veľkého prebytku jedného druhu nukleónov v jadre. Tieto prebytočné nukleóny vytvoria okolo centrálnej časti jadra, ktorá je tvorená protónmi aj neutrónmi vrstvu tvorenú len prebytočným druhom nukleónov. Na vzniku jadrovej kože sa zvyčajne podieľa viac nukleónov ako v prípade jadrového halo. Zásadný rozdiel však spočíva v tom, že separačná energia týchto nukleónov nie je taká malá, aby došlo k vytvoreniu nízko hustotnej abnormálne rozšírenej halo časti.

1.4 Vlastnosti exotických jadier

Existencia jadrového halo a jadrovej kože môže viesť k novým kolektívnym vibračným módom v jadrách. Môže napríklad dochádzať k pygmy-rezonancii, ktorá je dôsledkom vibrácie jadrovej kože vzhľadom na centrálnu časť jadra. Ďalší, takzvaný scissor-mód môže nastať v dôsledku vibrácie deformovanej jadrovej kože vzhľadom na deformované centrum jadra. Alebo môže dochádzať k rozličnej kvadrupólovej deformácii jadrovej kože a centrálnej časti.

Zmena priestorového rozloženia hustoty exotických jadier vedie k modifikácii ich stredného potenciálu, čo má spolu s nárastom vplyvu párovania za následok zmeny rozloženie energetických hladín nukleonov. Vo všeobecnosti sa dá povedať, že dôsledkom je oslabenie spin-orbitálneho rozštiepenia a rovnomernejšie rozloženie energetických hladín, navyše dochádza aj k preusporiadaniu niektorých hladín. Výsledkom je, že v exotických jadrách niektoré magické čísla zanikajú a niektoré nové vznikajú [21]. Ako príklad môže slúžiť zánik neutrónového magického čísla 8, ktorý bol preukázaný pri ^{11}Li a ^{12}Be alebo neutrónového magického čísla 20 v jadrách ^{31}Na a ^{32}Mg . Na druhej strane v exotických jadrách pozorujeme vznik nového neutrónového magického čísla 16, ktoré sa objavuje v jadrách ^{24}O a ^{25}F .

1.5 Experimentály výskum exotických jadier

Súbežne s rozvojom metód produkcie exotických jadier vznikla aj potreba rozvoja nových experimentálnych postupov, ktoré umožňujú študovať veľmi krátko žijúce jadrá, ktoré sú navyše produkované s mimoriadne nízkou početnosťou. Vlastnosti základných stavov ako sú hmotnosť alebo spin sú zvyčajne merané na nízkoenergetických zväzkoch produkovaných na ISOL zariadeniach. Presné merania hmotnosti exotických jadier sú potrebné pre overenie a rozvoj teoretických modelov ako aj pre mapovanie tabuľky nuklidov. Tieto merania sa značne zdokonalili s rozvojom technológie ochladzovania a zachytávania jadier v jadrových pasciach a zachytávacích prstencoch [37], ktoré umožňujú určenie hmotnosti jadier z cyklotrónovej frekvencie. Ako príklad môžu slúžiť spektrometre ISOLTRAP [38] a MISTRAL [39], vďaka ktorým bolo možné získať presné údaje o hmotnosti jadier s dobou života niekoľko milisekúnd. Značný pokrok v metódach merania spinu alebo izotopického posunu umožnil získať tieto informácie pre množstvo prvkov až po ich drip-čiaru [39]. Štúdium β -rozpadu alebo emisie nukleónov nasledovanej β -rozpadom, ktoré sú pozorované pre množstvo exotických jadier [40], priniesli dôležité informácie, ktoré bolo ťažko získať zo štúdia ich jadrových reakcií. Najdôležitejšou metódou štúdia exotických jadier sú však experimenty s vysokoenergetickými zväzkami produkovanými v In-Flight zariadeniach. Rozvoj techniky merania interakčného a reakčného účinného prierezu aj pri veľmi nízkych intenzitách zväzkov umožnil, aby sa tieto merania stali dôležitým zdrojom informácií o polomeroch exotických jadier [41]. Pokrok v oblasti inverznej kinematiky [42] zas umožnil, aby sa pružný rozptyl protónov pri stredných energiách na krátkožijúcich jadrách stal zdrojom informácií o ich hustotnom rozložení. Hybnostné rozloženia častíc alebo fragmentov pri jadrových reakciách sú bohatým zdrojom informácií najmä o halo jadrách. Knockout reakcie sa ukázali ako vynikajúci nástroj pri získavaní spektroskopických informácií o exotických jadrách [43]. Experimenty s jadrovými reakciami typu knockout reakcií, reakcií prenosu alebo reakcií strhávania [44] ako aj pružného rezonančný rozptylu priniesli zaujímavé informácie o neviazaných jadrových systémoch, ktoré ležia za drip-čiarou.

1.6 Teoretický výskum exotických jadier

Nové experimentálne poznatky o štruktúre a vlastnostiach jadier vzdialených od línie stability viedli k ďalšiemu rozvoju teoretických modelov pre opis atómového jadra. Cieľom tohto snaženia je vytvorenie modelov, ktoré budú presne opisovať nielen vlastnosti jadier na línii stability ale aj nové javy pozorované pri exotických jadrách. Tieto teoretické prístupy môžeme rozdeliť do štyroch typov.

- **Ab-initio modely** ktoré vychádzajú z daného nukleón-nukleónového potenciálu. Tento potenciál reprezentuje efektívnu interakciu pre opis nukleón-nukleónového rozptylu. Má silnú odpudivú centrálnu časť, čo znamená, že jadrová hmota je opísaná ako silne korelovaná kvantová kvapalina. Takýto opis potom vyžaduje sofistikované mnohočasticové teórie ako napríklad relativistickú Brueckner-Hartree-Fockovú teóriu [7, 45]. Väčšina výpočtov pomocou ab-initio metód bola aplikovaná pre nekonečnú homogénnu jadrovú hmotu, len značný pokrok vo výpočtových kapacitách umožnil použitie aj pre konečné jadrá [46, 47].
- **Mic-mac modely**, týmto pojmom sú označované makroskopické modely s pridanými mikroskopickými korekciami. Ako príklad môže slúžiť kvapkový model s vrstvomými korekciami. Kvapkový model vychádza z makroskopických veličín ako objemová energia, povrchová energia, energia asymetrie atď. Parametre týchto fenomenologických členov sú získané fitovaním na experimentálne dáta. Ku kvapkovému modelu je potom pridaná energetická korekcia na vrstvomú štruktúru ktorá aproximuje mikroskopické vrstvomé efekty. Táto vrstvomá korekcia je vypočítaná z jedočasticového spektra získaného použitím fenomenologického jednočasticového potenciálu. Týmto spôsobom vznikajú veľmi sofistikované modely s množstvom nastaviteľných parametrov, ktoré dosahujú veľmi vysokú presnosť v predpovedaní makroskopických vlastností jadier [55].
- **Vrstvomý model** ktorý bol veľmi úspešný pri opise rozličných aspektov jadrovej štruktúry [56]. Jeho úspech je čiastočne založený na tom, že vychádza len z minimálneho počtu základných predpokladov a čiastočne na tom, že všetky

ďalšie korelácie, ktoré nezahŕňa teória stredného poľa môžu byť do modelu pomerne jednoducho pridané. Výpočty pomocou vrstvomého modelu však vyžadujú diagonalizáciu matice Hamiltoniánu v Hilbertovom priestore valenčných nukleónov, ktorého dimenzia je vo väčšine prípadov príliš veľká, a tak výpočty presahujú dostupné počítačové kapacity. Význačný pokrok v tomto smere bol dosiahnutý až použitím kvantových Monte Carlo metód, ktoré umožnili tieto výpočty uskutočňovať aj pre ťažšie jadrá. Takýto prístup je potom zvyčajne označovaný ako Monte Carlo vrstvomý model [57, 58].

- **Self-konzistentné modely stredného poľa** ktoré môžeme rozdeliť na nerenalativistické Hartree-Fockové výpočty, ktoré využívajú buď interakciu Gognyho typu alebo Skyrmeho typu. Druhým prístupom je relativistický model stredného poľa, ktorý vychádza z efektívneho relativistického Lagrangiánu. Efekt párovania je do týchto modelov zvyčajne zahrnutý v rámci BCS aproximácie alebo využitím Bogoliubovovej transformácie [9]. Tieto modely síce tiež vyžadujú nastavenie niekoľkých voľných parametrov, stredné pole je však dané požiadavkou self-konzistentnosti výpočtov, a tak nevyžadujú v tomto smere žiadne predpoklady. Z toho vyplýva, že sa tieto modely ukazujú ako perspektívne pri extrapolácii do oblasti exotických jadier [54, 59].

1.7 Astrofyzikálne aspekty exotických jadier

Množstvo problémov, ktorými sa zaoberá moderná astrofyzika a kozmológia, je úzko spätých s časticovou a jadrovou fyzikou. Či ide o nukleosyntézu prvkov alebo o procesy sprevádzajúce formovanie a zánik astrofyzikálnych objektov, poznatky z jadrovej fyziky o vlastnostiach jadier a jadrových reakciách majú veľký význam pre riešenie problémov astrofyziky. Dochádza tak ku prenosu experimentálnych aj teoretických poznatkov o mikrosвете z jadrovej fyziky do astrofyziky zaoberajúcou sa makrosvetom.

Mimoriadny význam pre astrofyziku majú poznatky o exotických jadrách, dôležité sú preto najmä tieto informácie:

- polčasy rozpadu jadier nachadzajúcich sa v blízkosti hranice stability,
- pravdepodobnosti emisie neutrónu nasledujúcej po β -premene neutrónovo bohatých jadier,
- mechanizmy jadrových reakcií vedúce ku syntéze nových jadier,
- totálne účinné prierezy jadrových reakcií,
- charakteristiky jadrových reakcií indukovaných exotickými jadrami,
- väzbové energie a hmotnosti jadier vzdialených od línie stability,
- vlastnosti extrémne neutrónovo bohatých izotopov najľahších jadier, najmä vodíka (${}^{4,5,6,7}\text{H}$), hélia (${}^{6,8,9,10}\text{He}$), lítia (${}^{9,10,11,13}\text{Li}$) a vlastnosti multineutrónových systémov,
- merania jadrovej teploty,
- charakteristiky emisie neutróna z exotických jadier (${}^8\text{B}$),
- pravdepodobnosti procesov v termonukleárnych reakciách s ľahkými exotickými jadrami.

Hoci objem poznatkov, ktoré zhromaždila jadrová fyzika rýchlo a neustále rastie, množstvo údajov týkajúcich sa najmä exotických jadier je zatiaľ nepresných alebo neznámych. Teoretické predpovede rôznych modelov sú neustále konfrontované s rastúcim množstvom experimentálnych dát, čo vedie ku ďalšiemu zdokonaľovaniu týchto modelov, čo následne umožňuje presnejšie a spoľahlivejšie predpovede v oblastiach, ktoré sú zatiaľ experimentálne nedostupné. Zhromažďovanie poznatkov o jadrách na okraji jadrovej stability má mimoriadny význam najmä preto, že v týchto jadrách bola pozorovaná alebo sa očakáva štruktúra a vlastnosti výrazne odlišné od štruktúry a vlastností jadier v blízkosti línie stability. Takéto odlišnosti potom výrazne vplývajú na mechanizmus a charakteristiky jadrových reakcií s exotickými jadrami, čo má vplyv na priebeh astrofyzikálnych procesov, ktorých sa tieto jadrá zúčastňujú. Dôležitú rolu pri štúdiu procesu nukleosyntézy prvkov hrajú jadrové reakcie prebiehajúce záchyтом protónov a neutrónov alebo ťažších častíc (α -častíc,

ťažkých iónov) nestabilnými jadrami. Určenie pravdepodobností týchto jadrových reakcií prebiehajúcich v astrofyzikálnych objektoch je mimoriadne náročné. Účinné prierezy týchto reakcií totiž výrazne závisia na teplote pri ktorej prebiehajú. Pri formovaní hviezd, ktoré nemá charakter explózie, sú teploty pri ktorých prebiehajú tieto jadrové reakcie relatívne nízke a ich efektívne účinné prierezy sú od niekoľko pikobarnov (10^{-36} cm²) až po niekoľko nanobarnov (10^{-33} cm²). Pri procesoch formovania hviezd, ktoré prebiehajú explóziou, sú teploty veľmi vysoké (10^9 K) a efektívne účinné prierezy dosahujú až niekoľko milibarnov (10^{-27} cm²).

Jadrová hmota v extrémnych stavoch ako vysoký spin, veľká deformácia, vysoká hustota a teplota alebo extrémny prebytok neutrónov alebo protónov v jadrách na hraniciach jadrovej stability, hrá dôležitú rolu pri štúdiu základných vlastností jadrovej hmoty. Detailné poznanie týchto vlastností následne umožňuje spresnenie našich poznatkov o stavovej rovnici jadrovej hmoty, ktorá má veľký význam pre extrapoláciu našich poznatkov o mikrosвете do makrosвета, ktorý nás obklopuje.

Kapitola 2

Relativistický jadrový model

2.1 Lagrangián

Relativistický jadrový model [12, 13] je model atómového jadra, ktorý vychádza z kvantovej hadrodynamiky [60, 61]. Kvantová hadrodynamika je relativistická kvantová teória poľa založená na hadrónových stupňoch voľnosti. Vznik kvantovej hadrodynamiky motivovali experimenty s ultrarelativistickými zrážkami ťažkých iónov, pri ktorých sa dosahuje jadrová hustota až desaťnásobne vyššia ako je rovnovážna jadrová hustota a teplota niekoľko sto MeV. Za takýchto extrémnych podmienok zohrávajú dôležitú úlohu efekty ako relativistický pohyb baryónov, dynamická mezónová výmena, modifikácia hadrónovej štruktúry či dynamika kvantového vákua. Pre opis týchto efektov je nevyhnutné vytvoriť relativistický model atómového jadra. Takýto jadrový model opisuje atómové jadro ako systém relativistických nukleónov, ktoré sú opísané Diracovou rovnicou a vzájomne interagujú výmenou mezónov. Poľa, ktorých zahrnutie do modelu je všeobecne akceptované sú:

- **nukleónové pole**, ktoré reprezentuje protóny a neutróny,
- **σ -mezónové pole**, izoskalárne-skalárne pole, ktoré vytvára príťažlivú zložku v jadrovej interakcii,
- **ω -mezónové pole**, izoskalárne-vektorové pole, ktoré vytvára odpudivú zložku v jadrovej interakcii,

- **ρ -mezónové pole**, izovektorové-vektorové pole, potrebné pre opis izospinových efektov v jadre,
- **fotónové pole**, ktoré reprezentuje elektromagnetickú interakciu v jadre.

Základom modelu je hustota Lagrangiánu (2.1), ktorá je zložená z členov, ktoré reprezentujú voľné nukleónové pole (2.2), voľné mezónové polia (2.3), voľné fotónové pole (2.5) a interakčné členy (2.6) ktoré opisujú interakciu nukleónového poľa s ostatnými poliami. Do modelu je zahrnutá aj kubická a kvartická selfinterakcia σ -mezónového poľa (2.7), ktorá bola zavedená pre zľahčenie koeficientu stlačiteľnosti jadrovej hmoty [62] a dnes je všeobecne akceptovaná.

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{nucleon} + \mathcal{L}_{meson} + \mathcal{L}_{photon} + \mathcal{L}_{int} + \mathcal{L}_{\sigma-selfint} \quad (2.1)$$

$$\mathcal{L}_{nucleon} = \hat{\psi} (i\gamma_\mu \partial^\mu - M) \hat{\psi} \quad (2.2)$$

$$\mathcal{L}_{meson} = \frac{1}{2} (\partial_\mu \hat{\sigma} \partial^\mu \hat{\sigma} - m_\sigma^2 \hat{\sigma}^2) - \frac{1}{4} \hat{O}^{\mu\nu} \hat{O}_{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\omega^2 \hat{\omega}_\mu \hat{\omega}^\mu + \quad (2.3)$$

$$- \frac{1}{4} \hat{\vec{R}}_{\mu\nu} \hat{\vec{R}}^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\rho^2 \hat{\vec{\rho}}_\mu \hat{\vec{\rho}}^\mu \quad (2.4)$$

$$\mathcal{L}_{photon} = -\frac{1}{4} \hat{F}_{\mu\nu} \hat{F}^{\mu\nu} \quad (2.5)$$

$$\mathcal{L}_{int} = \hat{\psi} \left(g_\sigma \hat{\sigma} - g_\omega \gamma_\mu \hat{\omega}^\mu - g_\rho \gamma_\mu \vec{\tau} \hat{\vec{\rho}}^\mu - e \gamma_\mu \frac{(1 - \tau_3)}{2} \hat{A}^\mu \right) \hat{\psi} \quad (2.6)$$

$$\mathcal{L}_{\sigma-selfint} = -\frac{1}{3} b_\sigma \hat{\sigma}^3 - \frac{1}{4} c_\sigma \hat{\sigma}^4 \quad (2.7)$$

Hmotnosť nukleónov je označená M , hmotnosti mezónov sú m_σ , m_ω , m_ρ a väzbové konštanty sú označené g_σ , g_ω , g_ρ , veľkosti selfinterakčných členov je daná konštantami b_σ a c_σ . Tieto parametre sú voľnými parametrami modelu a získavajú sa porovnaním predpovedí modelu s experimentálnymi údajmi. Tenzory vektorových polí sú definované vzťahmi

$$\hat{O}_{\mu\nu} = \partial_\mu \hat{\omega}_\nu - \partial_\nu \hat{\omega}_\mu, \quad (2.8)$$

$$\hat{\vec{R}}_{\mu\nu} = \partial_\mu \hat{\vec{\rho}}_\nu - \partial_\nu \hat{\vec{\rho}}_\mu, \quad (2.9)$$

$$\hat{F}_{\mu\nu} = \partial_\mu \hat{A}_\nu - \partial_\nu \hat{A}_\mu. \quad (2.10)$$

2.2 Pohybové rovnice

Pohybové rovnice pre jednotlivé polia získame z Euler-Lagrangeových rovníc

$$\partial_\mu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu q_i)} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} = 0. \quad (2.11)$$

Pohybovou rovnicou pre nukleónové pole je Diracova rovnica (2.12) pre σ -mezónové pole je to Klein-Gordonova rovnica (2.13) a pre ω -mezónové pole a ρ -mezónové pole sú to Procové rovnice (2.14) a (2.15). Pohybovú rovnicu pre fotónové pole reprezentuje Maxwellova rovnica (2.16).

$$\left(i\gamma_\mu \partial^\mu - M + g_\sigma \hat{\sigma} - g_\omega \gamma_\mu \hat{\omega}^\mu - g_\rho \gamma_\mu \vec{\tau} \hat{\rho}^\mu - e\gamma_\mu \frac{(1 - \tau_3)}{2} \hat{A}^\mu \right) \hat{\psi} = 0 \quad (2.12)$$

$$\left(\partial_\nu \partial^\nu + m_\sigma^2 \right) \hat{\sigma} = -g_\sigma \hat{\rho}_S - b_\sigma \hat{\sigma}^2 - c_\sigma \hat{\sigma}^3 \quad (2.13)$$

$$\partial_\nu \hat{O}^{\mu\nu} + m_\omega^2 \hat{\omega}^\mu = g_\omega \hat{j}_V^\mu \quad (2.14)$$

$$\partial_\nu \hat{R}^{\mu\nu} + m_\rho^2 \hat{\rho}^\mu = g_\rho \hat{j}_I^\mu \quad (2.15)$$

$$\partial_\nu \hat{F}^{\mu\nu} = e\psi \hat{j}_P^\mu \quad (2.16)$$

Zdrojové členy na pravých stranách pohybových rovníc sú skalárna hustota (2.17), vektorový prúd (2.18), izovektorový prúd (2.19) a protónový prúd (2.20).

$$\hat{\rho}_S = \hat{\psi} \hat{\psi} \quad (2.17)$$

$$\hat{j}_V^\mu = \hat{\psi} \gamma^\mu \hat{\psi} \quad (2.18)$$

$$\hat{j}_I^\mu = \hat{\psi} \gamma^\mu \vec{\tau} \hat{\psi} \quad (2.19)$$

$$\hat{j}_P^\mu = \hat{\psi} \gamma^\mu \frac{(1 - \tau_3)}{2} \hat{\psi} \quad (2.20)$$

Tenzory vektorových polí sú antisymetrickými tenzormi a keďže aj zdrojové členy sú zachovávajúcimi sa veličinami môžeme upraviť pohybové rovnice pre vektorové polia na tvar, ktorý je analogický Klein-Gordonovej rovnici

$$\left(\partial_\mu \partial^\mu + m_\omega^2 \right) \hat{\omega}^\nu = g_\omega \hat{j}_V^\mu, \quad (2.21)$$

$$\left(\partial_\mu \partial^\mu + m_\rho^2 \right) \hat{\rho}^\nu = g_\rho \hat{j}_I^\mu, \quad (2.22)$$

$$\partial_\mu \partial^\mu \hat{A}^\nu = e \hat{j}_P^\mu. \quad (2.23)$$

2.3 Aproximácie

Exaktné riešenie sústavy pohybových rovníc je veľmi komplikované, navyše v dôsledku príliš veľkých väzbových konštánt nemôžeme na riešenie použiť poruchovú metódu. Preto sa pred riešením sústavy pohybových rovníc pristupuje ku dvom aproximáciám. Prvou je aproximácia stredným poľom, čo znamená nahradenie operátorov mezónových polí a fotónového poľa ich strednými hodnotami

$$\hat{\sigma} \rightarrow \langle \hat{\sigma} \rangle = \sigma, \quad (2.24)$$

$$\hat{\omega}^\mu \rightarrow \langle \hat{\omega}^\mu \rangle = \omega^\mu, \quad (2.25)$$

$$\hat{\rho}^\mu \rightarrow \langle \hat{\rho}^\mu \rangle = \bar{\rho}^\mu, \quad (2.26)$$

$$\hat{A}^\mu \rightarrow \langle \hat{A}^\mu \rangle = A^\mu. \quad (2.27)$$

Aproximáciou stredným poľom teda prejdeme od kvantových polí ku klasickým poľom. Opodstatnenie priblíženia spočíva vo veľkej nukleónovej hustote, dôsledkom čoho sú veľké aj zdrojové členy v pohybových rovniciach mezónových polí a fotónového poľa, čo umožňuje nahradiť operátory týchto polí ich strednými hodnotami. Aproximácia stredným poľom navyše umožní rozložiť operátor nukleónového poľa do jednočasticových stavov

$$\hat{\psi} = \sum_i \psi_i \hat{a}_i, \quad (2.28)$$

kde \hat{a}_i je anihilačný operátor pre nukleón v stave i a ψ_i je príslušná jednočasticová vlnová funkcia. Zdrojové členy sa potom redukujú na sumáciu cez jednočasticové stavy

$$\hat{\rho}_S \rightarrow \sum_{i < F} \bar{\psi}_i \psi_i - \rho_S^{vacuum}, \quad (2.29)$$

$$\hat{j}_V^\mu \rightarrow \sum_{i < F} \bar{\psi}_i \gamma^\mu \psi_i - j_V^{vacuum}, \quad (2.30)$$

$$\hat{j}_I^\mu \rightarrow \sum_{i < F} \bar{\psi}_i \gamma^\mu \vec{\tau} \psi_i - \vec{j}_I^{vacuum}, \quad (2.31)$$

$$\hat{j}_P^\mu \rightarrow \sum_{i < F} \bar{\psi}_i \gamma^\mu \frac{(1 - \tau_3)}{2} \psi_i - j_P^{vacuum}, \quad (2.32)$$

Sumácia prebieha cez všetky stavy pod Fermiho hladinou a vákuové členy zodpovedajú nulovému nukleónovému číslu. Prítomnosť vákuových členov a potreba sumácie cez všetky stavy vrátane záporných energetických stavov sú potrebné pre kompletný relativistický opis na druhej strane však značne komplikujú riešenie pohybových rovníc. Preto sa pristupuje aj ku druhej aproximácii, ktorá spočíva v zanedbaní príspevku antičastíc, čo predpokladá že členy pochádzajúce od záporných energetických stavov rušia príspevky vákuových členov. Výsledkom je, že zanedbáme polarizáciu vákua a prechádzame ku množine jednočasticových stavov ψ_i , kde $i = 1, \dots, A$. Zdrojové členy teraz môžeme vyjadriť ako

$$\rho_S = \sum_{i=1}^A \bar{\psi}_i \psi_i, \quad (2.33)$$

$$j_V^\mu = \sum_{i=1}^A \bar{\psi}_i \gamma^\mu \psi_i, \quad (2.34)$$

$$\vec{j}_I^\mu = \sum_{i=1}^A \bar{\psi}_i \gamma^\mu \vec{\tau} \psi_i, \quad (2.35)$$

$$j_P^\mu = \sum_{i=1}^A \bar{\psi}_i \gamma^\mu \frac{(1 - \tau_3)}{2} \psi_i. \quad (2.36)$$

Vo väčšine prípadov sa výpočty sústreďujú len na stacionárne stavy, v takom prípade je vhodné separovať časovú závislosť vlnovej funkcie

$$\psi_i(x^\mu) = \psi_i(\mathbf{r}) e^{-i\epsilon_i t} \quad (2.37)$$

čím dostaneme Diracovu rovnicu v tvare

$$[\boldsymbol{\alpha}(-i\nabla - \mathbf{V}(\mathbf{r})) + \beta M^*(\mathbf{r}) + V(\mathbf{r})] \psi_i(\mathbf{r}) = \epsilon_i \psi_i(\mathbf{r}) \quad (2.38)$$

kde ϵ_i sú jednočasticové energie. Hmotnosť nukleónov je v Diracovej rovnici nahradená efektívnou hmotnosťou nukleónov

$$M^*(\mathbf{r}) = M + S(\mathbf{r}), \quad (2.39)$$

ktorá je daná sklárnym potenciálom

$$S(\mathbf{r}) = g_\sigma \sigma(\mathbf{r}). \quad (2.40)$$

V Diracovej rovnici vystupuje aj časupodobná zložka vektorového potenciálu

$$V(\mathbf{r}) = g_\omega \omega^0(\mathbf{r}) + g_\rho \vec{\tau} \vec{\rho}^0(\mathbf{r}) + e \frac{(1 - \tau_3)}{2} A^0(\mathbf{r}) \quad (2.41)$$

a priestorupodobná zložka vektorového potenciálu

$$\mathbf{V}(\mathbf{r}) = g_\omega \boldsymbol{\omega}(\mathbf{r}) + g_\rho \vec{\tau} \vec{\boldsymbol{\rho}}(\mathbf{r}) + e \frac{(1 - \tau_3)}{2} \mathbf{A}(\mathbf{r}). \quad (2.42)$$

Mezónové polia a fotónové pole spĺňajú Klein-Gordonové rovnice

$$(-\Delta + m_\sigma)\sigma(\mathbf{r}) = -g_\sigma \rho_S(\mathbf{r}) - b_\sigma \sigma^2(\mathbf{r}) - c_\sigma \sigma^3(\mathbf{r}), \quad (2.43)$$

$$(-\Delta + m_\omega)\omega^\mu(\mathbf{r}) = g_\omega j_V^\mu(\mathbf{r}), \quad (2.44)$$

$$(-\Delta + m_\rho)\vec{\rho}^\mu(\mathbf{r}) = g_\rho \vec{j}_I^\mu(\mathbf{r}), \quad (2.45)$$

$$-\Delta A^\mu(\mathbf{r}) = e j_P^\mu(\mathbf{r}). \quad (2.46)$$

Model je však možné ešte viac zjednodušiť. Ak predpokladáme zachovania časovej symetrie, potom neuvažujeme v jadrách nukleónové prúdy, to znamená, že v modeli zostávajú len nukleónové hustoty. Dôsledkom je, že zanikajú aj priestorupodobné zložky všetkých vektorových polí a v rovniciach zostávajú len ich časupodobné zložky. Nukleónové prúdy sa berú do úvahy len v prípadoch kedy sú pre úplný opis jadier nevyhnutné, ako sú napríklad výpočty magnetických momentov jadier [63]. Ďalším zjednodušením je zánik prvej a druhej komponenty izovektorových veličín v dôsledku zachovania elektrického náboja, v modeli teda zostávajú len tretie komponenty izovektorových veličín. Teraz môžeme zapísať Diracovu rovnicu v zjednodušenom tvare

$$[-i\boldsymbol{\alpha}\boldsymbol{\nabla} + \beta M^*(\mathbf{r}) + V(\mathbf{r})] \psi_i(\mathbf{r}) = \epsilon_i \psi_i(\mathbf{r}), \quad (2.47)$$

rovnako ako sadu Klein-Gordonových rovníc

$$(-\Delta + m_\sigma)\sigma(\mathbf{r}) = -g_\sigma \rho_S(\mathbf{r}) - b_\sigma \sigma^2(\mathbf{r}) - c_\sigma \sigma^3(\mathbf{r}), \quad (2.48)$$

$$(-\Delta + m_\omega)\omega_0(\mathbf{r}) = g_\omega \rho_V(\mathbf{r}), \quad (2.49)$$

$$(-\Delta + m_\rho)\rho_0^{(3)}(\mathbf{r}) = g_\rho \rho_I(\mathbf{r}), \quad (2.50)$$

$$-\Delta A_0(\mathbf{r}) = e\rho_P(\mathbf{r}). \quad (2.51)$$

Zdrojovými členmi sú teraz skalárna hustota (2.52), vektorová hustota (2.53), izovektorová hustota (2.54) a protónová hustota (2.55).

$$\rho_S(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^A \bar{\psi}_i(\mathbf{r})\psi_i(\mathbf{r}) \quad (2.52)$$

$$\rho_V(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^A \psi_i^+(\mathbf{r})\psi_i(\mathbf{r}) \quad (2.53)$$

$$\rho_I(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^A \psi_i^+(\mathbf{r})\tau_3\psi_i(\mathbf{r}) \quad (2.54)$$

$$\rho_P(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^A \psi_i^+(\mathbf{r})\frac{(1-\tau_3)}{2}\psi_i(\mathbf{r}) \quad (2.55)$$

Pohybové rovnice tvoria sadu zviazaných rovníc, ktorú je možné riešiť iteratívnym postupom. Vhodne inicializované mezónové polia a fotónové pole vytvárajú potenciály, ktoré vstupujú do Diracovej rovnice (2.47). Riešením Diracovej rovnice dostaneme nukleónové vlnové funkcie, ktoré použijeme na výpočet hustôt (2.52 - 2.55). Hustoty potom slúžia ako zdrojové členy v Klein-Gordonových rovniciach (2.48 - 2.51) z ktorých dostávame nové polia, ktoré použijeme pri ďalšej iterácii. Postup prebieha dotedy, kým nie je dosiahnutá podmienka selfkonzistentnosti rovníc.

2.4 Sféricke jadrá

Pri modeli sférických jadier pracujeme so systémom, ktorý spĺňa rotačnú symetriu. V takom prípade je užitočné pracovať v sférickej súradnicovej sústave

$$x = r \sin \vartheta \cos \varphi, \quad y = r \sin \vartheta \sin \varphi, \quad z = r \cos \vartheta \quad (2.56)$$

pričom polia a hustoty sú nezávislé na súradniciach ϑ a φ a závisia len na súradnici r . Stav nukleónu je v tomto prípade charakterizovaný kvantovými číslami

$$j_i, \quad m_i, \quad \pi_i, \quad t_i, \quad (2.57)$$

kde π_i označuje paritu a t_i izospin.

Nukleónový spinor má v sférickej súradnicovej sústave tvar [64]

$$\psi_i(r, \vartheta, \varphi, s, t) = \begin{pmatrix} f_i(r)\Phi_{l_i j_i m_i}(\vartheta, \varphi, s) \\ i g_i(r)\Phi_{\tilde{l}_i j_i m_i}(\vartheta, \varphi, s) \end{pmatrix} \chi_{t_i}(t), \quad (2.58)$$

kde $\Phi_{l_j m}(\vartheta, \varphi, s)$ je dvojdimenziálny spinor, pre ktorý platí

$$\Phi_{l_j m}(\vartheta, \varphi, s) = \sum_{m_s m_l} \langle \frac{1}{2} m_s l m_l | l m \rangle Y_{l m_l}(\vartheta, \varphi) \chi_{m_s}(s) \quad (2.59)$$

a kde orbitálne kvantové čísla l a \tilde{l} sú dané vzťahmi

$$l = j + \frac{1}{2} \quad \text{a} \quad \tilde{l} = j - \frac{1}{2} \quad \text{pre} \quad \pi = (-)^{j+\frac{1}{2}}, \quad (2.60)$$

$$l = j - \frac{1}{2} \quad \text{a} \quad \tilde{l} = j + \frac{1}{2} \quad \text{pre} \quad \pi = (-)^{j-\frac{1}{2}}. \quad (2.61)$$

Diracova rovnica sa teraz redukuje na dvojicu diferenciálnych rovníc, z ktorých je možné vypočítať zložky nukleónového spinora $f_i(r)$ a $g_i(r)$

$$+ [M^*(r) + V(r)] f_i(r) + \left[\partial_r - \frac{(\kappa_i - 1)}{r} \right] g_i(r) = \epsilon_i f_i(r), \quad (2.62)$$

$$- [M^*(r) - V(r)] g_i(r) - \left[\partial_r + \frac{(\kappa_i + 1)}{r} \right] f_i(r) = \epsilon_i g_i(r). \quad (2.63)$$

kde Diracove kvantové číslo κ je definované ako

$$\kappa = + \left(j + \frac{1}{2} \right) \quad \text{pre} \quad j = l - \frac{1}{2}, \quad (2.64)$$

$$\kappa = - \left(j + \frac{1}{2} \right) \quad \text{pre} \quad j = l + \frac{1}{2}. \quad (2.65)$$

Hustoty môžeme teraz pomocou zložiek nukleónového spinora vyjadriť ako

$$\rho_S(r) = \sum_i (2j_i + 1) \left[|f_i(r)|^2 - |g_i(r)|^2 \right], \quad (2.66)$$

$$\rho_V(r) = \sum_i (2j_i + 1) \left[|f_i(r)|^2 + |g_i(r)|^2 \right], \quad (2.67)$$

$$\rho_I(r) = \sum_i 2t_i (2j_i + 1) \left[|f_i(r)|^2 + |g_i(r)|^2 \right], \quad (2.68)$$

$$\rho_P(r) = \sum_i \left(\frac{1}{2} - t_i \right) (2j_i + 1) \left[|f_i(r)|^2 + |g_i(r)|^2 \right]. \quad (2.69)$$

kde n_i sú obsadzovacie čísla zavedené kvôli započítaniu párovania do modelu. Klein-Gordonove rovnice majú v sférickej súradnicovej sústave tvar

$$\left(-\frac{\partial^2}{\partial r^2} - \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} + m_\sigma^2\right) \sigma(r) = -g_\sigma \rho_S(r) - b_\sigma \sigma^2(r) - c_\sigma \sigma^3(r), \quad (2.70)$$

$$\left(-\frac{\partial^2}{\partial r^2} - \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} + m_\omega^2\right) \omega_0(r) = g_\omega \rho_V(r), \quad (2.71)$$

$$\left(-\frac{\partial^2}{\partial r^2} - \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} + m_\rho^2\right) \rho_0^{(3)}(r) = g_\rho \rho_I(r), \quad (2.72)$$

$$\left(-\frac{\partial^2}{\partial r^2} - \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r}\right) A_0(r) = e \rho_P(r). \quad (2.73)$$

2.5 Deformované jadrá

Väčšinu deformovaných jadier môžeme dostatočne presne opísať ako systém s jednou osou symetrie. Pri takomto modeli je preto vhodné pracovať v cylindrickej súradnicovej sústave

$$x = r_\perp \cos \varphi, \quad y = r_\perp \sin \varphi, \quad z = z. \quad (2.74)$$

Keďže systém je invariantný vzhľadom na rotáciu okolo osi symetrie, polia a hustoty sú nezávislé na súradnici φ a závisia len na súradniciach r_\perp a z . Stav nukleónu je v takomto prípade charakterizovaný kvantovými číslami

$$\Omega_i, \quad \pi_i, \quad t_i \quad (2.75)$$

kde Ω_i je vlastná hodnota operátora \hat{J}_z , pre ktorú platí

$$\Omega_i = m_{l_i} + m_{s_i}. \quad (2.76)$$

Nukleónový spinor má v cylindrickej súradnicovej sústave tvar [64]

$$\psi_i(r_\perp, z, \varphi, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \begin{pmatrix} f_i^+(r_\perp, z) \exp^{i(\Omega_i - \frac{1}{2})\varphi} \\ f_i^-(r_\perp, z) \exp^{i(\Omega_i + \frac{1}{2})\varphi} \\ i g_i^+(r_\perp, z) \exp^{i(\Omega_i - \frac{1}{2})\varphi} \\ i g_i^-(r_\perp, z) \exp^{i(\Omega_i + \frac{1}{2})\varphi} \end{pmatrix} \chi_{t_i}(t) \quad (2.77)$$

Diracova rovnica sa potom transformuje na štvoricu diferenciálnych rovníc pre zložky nukleónového spinoru $f_i^\pm(r_\perp, z)$ a $g_i^\pm(r_\perp, z)$

$$\begin{aligned} & [M^*(r_\perp, z) + V(r_\perp, z)] f_i^+(r_\perp, z) + \partial_z g_i^+(r_\perp, z) + \\ & + \left[\partial_{r_\perp} + \frac{(\Omega_i + \frac{1}{2})}{r_\perp} \right] g_i^-(r_\perp, z) = \varepsilon_i f_i^+(r_\perp, z), \end{aligned} \quad (2.78)$$

$$\begin{aligned} & [M^*(r_\perp, z) + V(r_\perp, z)] f_i^-(r_\perp, z) - \partial_z g_i^-(r_\perp, z) + \\ & + \left[\partial_{r_\perp} - \frac{(\Omega_i - \frac{1}{2})}{r_\perp} \right] g_i^+(r_\perp, z) = \varepsilon_i f_i^-(r_\perp, z), \end{aligned} \quad (2.79)$$

$$\begin{aligned} & [M^*(r_\perp, z) - V(r_\perp, z)] g_i^+(r_\perp, z) + \partial_z f_i^+(r_\perp, z) + \\ & + \left[\partial_{r_\perp} + \frac{(\Omega_i + \frac{1}{2})}{r_\perp} \right] f_i^-(r_\perp, z) = -\varepsilon_i g_i^+(r_\perp, z), \end{aligned} \quad (2.80)$$

$$\begin{aligned} & [M^*(r_\perp, z) - V(r_\perp, z)] g_i^-(r_\perp, z) - \partial_z f_i^-(r_\perp, z) + \\ & + \left[\partial_{r_\perp} - \frac{(\Omega_i - \frac{1}{2})}{r_\perp} \right] f_i^+(r_\perp, z) = -\varepsilon_i g_i^-(r_\perp, z). \end{aligned} \quad (2.81)$$

V prípade deformovaných jadier sa na rozdiel od sférických jadier časová symetria zachováva len pre páarno-párne jadrá. Dôvodom je, že len pre systém s párnym počtom častíc ku každému riešeniu Diracovej rovnice s kladným kvantovým číslom Ω_i existuje časovo symetrické riešenie so záporným kvantovým číslom Ω_i ktoré má rovnakú energiu. Príspevky do nukleónových prúdov od takýchto dvoch stavov sú opačné a preto sa pri zachovaní časovej symetrie nukleónové prúdy v modeli rušia. Naopak príspevky do nukleónových hustôt sú rovnaké, čo umožňuje pri výpočte nukleónových hustôt sumovať len cez stavy s $\Omega_i > 0$

$$\begin{aligned} \rho_S(r_\perp, z) = & 2 \sum_{\Omega_i > 0} \left[|f_i^+(r_\perp, z)|^2 + |f_i^-(r_\perp, z)|^2 + \right. \\ & \left. - |g_i^+(r_\perp, z)|^2 - |g_i^-(r_\perp, z)|^2 \right], \end{aligned} \quad (2.82)$$

$$\begin{aligned} \rho_V(r_\perp, z) = & 2 \sum_{\Omega_i > 0} \left[|f_i^+(r_\perp, z)|^2 + |f_i^-(r_\perp, z)|^2 + \right. \\ & \left. + |g_i^+(r_\perp, z)|^2 + |g_i^-(r_\perp, z)|^2 \right], \end{aligned} \quad (2.83)$$

$$\begin{aligned} \rho_I(r_\perp, z) = & 2 \sum_{\Omega_i > 0} \tau_3 \left[|f_i^+(r_\perp, z)|^2 + |f_i^-(r_\perp, z)|^2 + \right. \\ & \left. + |g_i^+(r_\perp, z)|^2 + |g_i^-(r_\perp, z)|^2 \right], \end{aligned} \quad (2.84)$$

$$\begin{aligned} \rho_P(r_\perp, z) = & 2 \sum_{\Omega_i > 0} \frac{(1 - \tau_3)}{2} \left[|f_i^+(r_\perp, z)|^2 + |f_i^-(r_\perp, z)|^2 + \right. \\ & \left. + |g_i^+(r_\perp, z)|^2 + |g_i^-(r_\perp, z)|^2 \right]. \end{aligned} \quad (2.85)$$

Klein-Gordonove rovnice majú v cylindrickej súradnicovej sústave tvar

$$\begin{aligned} \left(-\frac{1}{r_\perp} \partial_{r_\perp} r_\perp \partial_{r_\perp} - \partial_z^2 + m_\sigma^2 \right) \sigma(r_\perp, z) = \\ = -g_\sigma \rho_S(r_\perp, z) - b_\sigma \sigma^2(r_\perp, z) - c_\sigma \sigma^3(r_\perp, z), \end{aligned} \quad (2.86)$$

$$\left(-\frac{1}{r_\perp} \partial_{r_\perp} r_\perp \partial_{r_\perp} - \partial_z^2 + m_\omega^2 \right) \omega_0(r_\perp, z) = g_\omega \rho_V(r_\perp, z), \quad (2.87)$$

$$\left(-\frac{1}{r_\perp} \partial_{r_\perp} r_\perp \partial_{r_\perp} - \partial_z^2 + m_\rho^2 \right) \rho_0^{(3)}(r_\perp, z) = g_\rho \rho_I(r_\perp, z), \quad (2.88)$$

$$\left(-\frac{1}{r_\perp} \partial_{r_\perp} r_\perp \partial_{r_\perp} - \partial_z^2 \right) A_0(r_\perp, z) = e \rho_P(r_\perp, z). \quad (2.89)$$

2.6 Energia systému

Pri odvodení väzbovej energie jadra vychádzame z tenzora energie-hybnosti [7]

$$T_{\mu\nu} = -g_{\mu\nu} \mathcal{L} + \partial_\nu q_i \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial^\mu q_i)} \quad (2.90)$$

ktorý má po dosadení hustoty Lagrangiánu (2.1) tvar

$$\begin{aligned} T_{\mu\nu} = & \left(-\frac{1}{2} \partial_\lambda \hat{\sigma} \partial^\lambda \hat{\sigma} + \frac{1}{2} m_\sigma^2 \hat{\sigma}^2 + \frac{1}{4} \hat{O}_{\lambda\kappa} \hat{O}^{\lambda\kappa} - \frac{1}{2} m_\omega^2 \hat{\omega}_\lambda \hat{\omega}^\lambda + \right. \\ & \left. \frac{1}{4} \hat{R}_{\lambda\kappa} \hat{R}^{\lambda\kappa} - \frac{1}{2} m_\rho^2 \hat{\rho}_\lambda \hat{\rho}^\lambda + \frac{1}{4} \hat{A}_\lambda \hat{A}^\lambda + \frac{1}{3} \sigma^3 + \frac{1}{4} \sigma^4 \right) g_{\mu\nu} + \\ & + i \hat{\psi} \gamma_\mu \partial_\nu \hat{\psi} + \partial_\mu \hat{\sigma} \partial^\mu \hat{\sigma} + \partial_\nu \hat{\omega}^\lambda \hat{O}_{\lambda\mu} + \partial_\nu \hat{\rho}^\lambda \hat{R}_{\lambda\mu} + \partial_\nu \hat{A}^\lambda \hat{F}_{\lambda\mu}. \end{aligned} \quad (2.91)$$

V prípade uniformného systému pre strednú hodnotu tenzora energie-hybnosti platí

$$\langle T_{\mu\nu} \rangle = (\mathcal{E} + p) u_\mu u_\nu - p g_{\mu\nu} \quad (2.92)$$

kde p je tlak a \mathcal{E} je hustota energie systému ktorého štvorrýchlost' je u_μ . Pre systém v pokoji je $u_\mu = (1, \mathbf{0})$ a keďže $u_\mu^2 = 1$ môžeme tlak a hustotu energie vyjadriť ako

$$p = \frac{1}{3} \langle T_{ii} \rangle, \quad (2.93)$$

$$\mathcal{E} = \langle T_{00} \rangle. \quad (2.94)$$

Po vykonaní všetkých aproximácií a po dosadení jednočasticové energie ϵ_i dostaneme pre celkovú väzbovú energiu konečný vzťah

$$E = \sum_i n_i^2 \epsilon_i - \frac{1}{2} \int \left(g_\sigma \sigma \rho_S + g_\omega \omega_0 \rho_V + g_\rho \rho_0^{(3)} \rho_I + e A_0 \rho_P \right) d^3r + \\ - \int \left(\frac{1}{3} b_\sigma \sigma^3 + \frac{1}{4} c_\sigma \sigma^4 \right) d^3r. \quad (2.95)$$

Pre korektný opis jadier ktoré nemajú uzatvorené energetické šupky je potrebné zahrnúť do výpočtov ešte vplyv párovania medzi nukleónmi. Spoľahlivé započítanie tohto efektu je možné pomocou BCS teória alebo Bogolubovovej teórie [9].

2.7 Jadrová hmota

Pre porovnanie vlastností rozličných jadrových modelov, ale aj pre posúdenie ich schopnosti korektné reprodukovat' fyzikálnu realitu, je užitočný koncept jadrovej hmoty [69]. Ide o predstavu nekonečného uniformného jadrového systému, ktorý síce nemôžeme experimentálne študovať ale jeho vlastnosti dokážeme pomocou rozličných jadrových modelov predpovedať. To síce znamená, že v princípe sú tieto vlastnosti závislé na použitom jadrovom modeli, ale vďaka tomu, že je k dispozícií množstvo výpočtov fitovaných na veľké množstvo experimentálnych dát máme o vlastnostiach jadrovej hmoty konkrétnu predstavu. Najviac sa predstava jadrovej hmoty približuje podmienkam v centrálnej časti ťažkých jadier s tým rozdielom, že neuvažujeme konečné rozmery tejto oblasti. Zvyčajne sa zaujímame o vlastnosti symetrickej jadrovej hmoty v základnom stave, to znamená hmoty s rovnakou protónovou a neutrónovou hustotou a za základný stav považujeme minimum jadrovej stavovej rovnice. Stavovou rovnicou v tomto kontexte nazývame závislosť väzbovej

energie na nukleón od nukleónovej hustoty. Teda už prvým testom jadrového modelu je schopnosť dosiahnuť toto "nasýtenie jadrovej hmoty", teda existenciu stabilného základného stavu s vlastnosťami blízkyimi všeobecne akceptovaným hodnotám. Vlastnosti jadrovej hmoty, ktoré nás zaujímajú sú [12, 70, 71]:

- **nukleónová hustota**

$$\rho_0 \approx 0,16 fm^{-3} \quad (2.96)$$

- **väzbová energia na nukleón**

$$E/A \approx -16 MeV \quad (2.97)$$

- **koeficient nestlačiteľnosti**, ktorý charakterizuje odozvu jadrovej hmoty na zmenu nukleónovej hustoty

$$K = 9\rho_0 \left. \frac{\partial^2}{\partial^2 \rho_V} E/A \right|_{\rho_0} \approx 231 MeV \quad (2.98)$$

- **energia symetrie**, ktorá charakterizuje odozvu jadrovej hmoty na rozdielnu protónovú a neutrónovú hustotu

$$a_{sym} = \frac{1}{2} \left. \frac{\partial^2}{\partial^2 \rho_I} E/A \right|_{\rho_0} \approx 30 MeV \quad (2.99)$$

Kapitola 3

Ciele práce

Ciele dizertačnej práce môžeme rozdeliť do troch častí, ktoré spoločne vytvárajú postupnosť troch naväzujúcich krokov.

- Prvým cieľom a teda prvým krokom je preskúmať schopnosť relativistického modelu atómového jadra správne a presne predpovedať vlastnosti reálnych atómových jadier. Pre tento účel sme sa rozhodli uskutočniť výpočty pre párnopárne atómové jadrá s protónovým číslom od 8 po 28. Ide teda o izotopické reťazce O, Ne, Mg, Si, S, Ar, Ca, Ti, Cr, Fe, Ni. Obmedzenie na párnopárne jadrá je zapríčinené vlastnosťami modelu, pretože len pre systémy s párnym počtom nukleónov stačí do modelu zahrnúť nukleónové hustoty a netreba v ňom počítať s nukleónovými prúdmi, čo výpočty výrazne zjednodušuje. Výpočty budú uskutočnené v širokom rozsahu izospinu, od protónovej hranice stability až po neutrónovú hranicu stability. Porovnanie výsledkov získaných výpočtom s experimentálnymi údajmi spravíme s hodnotami väzbových energií a nábojových polomerov jadier. Tieto vlastnosti jadier sme si zvolili z dvoch dôvodov. Prvým dôvodom je, že nám umožňujú posúdiť schopnosť modelu predpovedať separačné energie jadier ako aj rozmery jadier. Druhý dôvod je, že tieto experimentálne údaje sú dostupné s dostatočnou presnosťou a spoľahlivosťou pre veľké množstvo jadier zo skúmanej oblasti. Okrem porovnania našich výsledkov s experimentálnymi údajmi spravíme v tomto kroku aj porovnanie s výsledkami získanými pomocou iného jadrového modelu. Pre toto porovnanie sme sa rozhodli použiť výsledky získané pomocou Skyrmeho-Hartreeho-

Fockovho modelu, ktoré boli publikované v literatúre. Ide o nerelativistický mnohočasticovým model založený na Hartreeho-Fockových výpočtoch s interakciou Skyrmeho typu, je to teda nerelativistický protipól modelu, ktorý používame.

- Druhým krokom je preskúmať možnosti rozšírenia relativistického modelu atómového jadra. Rozšíriť relativistický model sme sa rozhodli dvomi smermi. Prvým smerom je zahrnúť ω -mezónovú selfinterakcie a $\omega\rho$ -mezónovú crossinterakcie do modelu. Tieto členy reprezentujú vzájomnú interakciu mezónových polí a sú ďalšími, detailnejšími korekciami tohto modelu. Motiváciou je, že sa tieto členy ukázali dôležité pri riešení niektorých konkrétnych problémov, ako sú vlastnosti supertiažkých jadier, predpovedanie polohy hranice stability alebo hodnoty energie symetrie jadrovej hmoty. Druhým smerom, akým je možné model rozšíriť, je zaviesť do modelu izospinovú alebo hustotnú závislosť nukleón-nukleónovej interakcie. V prípade hustotnej závislosti použijeme dva rôzne prístupy, model jednobodovej interakcie a model mezónovej výmeny. Motiváciou je, že tieto rozšírenia môžu v sebe zahrnúť efekty, ktoré sa v teórii stredného poľa nenachádzajú a javia sa ako prirodzenejšie a perspektívnejšie pre prechod ku fundamentálnejšiemu opisu atómového jadra. Následne je našim cieľom uskutočniť výpočty s rozšíreným modelom a spraviť analýzu výsledkov väzbových energií a nábojových polomerov jadier rovnako ako v predchádzajúcom kroku.
- Tretím krokom a teda aj posledným cieľom je použiť rozšírený a otestovaný model na výpočty vlastností jadier, ktoré nie sú zatiaľ v týchto jadrách experimentálne preskúmané. V tomto kroku sa sústredíme na výpočty dvojneutrónových separačných energií jadier a protónových a neutrónových polomerov jadier. Na základe našich výpočtov potom môžeme predpovedať polohu neutrónovej hranice stability ako aj formovanie protónovej alebo neutrónovej kože v exotických jadrách.

Kapitola 4

Výsledky a diskusia

4.1 Základný model

Prvú časť výsledkov tvoria výpočty pomocou relativistického jadrového modelu v jeho základnej, teda nemodifikovanej forme. Všetky výpočty sme uskutočnili s dvoma parametrizáciami modelu, pre ktoré používame označenie NL3* a NL-BA. Hodnoty parametrov a vlastnosti jadrovej hmoty, ktoré zodpovedajú týmto parametrizáciám sú uvedené v tab. 4.1 a tab. 4.2.

Parametrizácia NL3* [83] slúži ako spoľahlivý a široko akceptovaný štandard pre výpočty v rámci relativistického jadrového modelu. Táto parametrizácia vznikla ďalším zdokonalením často používanej parametrizácie NL3 [84], čím došlo k lepšiemu opisu viacerých sférických aj deformovaných jadier. Pre fitovanie parametrov boli použité väzbové energie, nábojové polomery a rozdiely medzi neutrónovými a protónovými polomermi jadier ^{16}O , ^{40}Ca , ^{48}Ca , ^{72}Ni , ^{90}Zr , ^{116}Sn , ^{124}Sn , ^{132}Sn , ^{204}Pb , ^{208}Pb , ^{214}Pb a ^{210}Po . Oproti parametrizácii NL3 došlo k pridaniu ^{204}Pb a ^{210}Po ako aj nahradeniu ^{58}Ni izotopom ^{72}Ni s cieľom zahrnúť do fitovania viac informácií o neutrónovo bohatých jadrách. Vlastnosti jadrovej hmoty sa oproti parametrizácii NL3 zmenily len nepatrne, rozdiel nastal najmä pri koeficiente nestlačiteľnosti jadrovej hmoty, ktorý poklesol o 12 MeV, čím sa dostal bližšie k optimálnej hodnote.

Parametrizácia NL-BA [82] slúži na otestovanie možnosti vylepšiť vlastnosti relativistického jadrového modelu len zmenou parametrov modelu, teda bez rozširovania modelu alebo vytvárania sofistikovanejších modelov. Táto sada parametrov bola zís-

kaná na našom pracovisku fitovaním parametrov na väzbové energie, spin-orbitálne rozštiepenie, nábojové polomery a neutrónové polomery jadier ^{16}O , ^{40}Ca , ^{48}Ca , ^{56}Ni , ^{78}Ni , ^{100}Sn , ^{132}Sn a ^{208}Pb . Jadrá boli vybrané vo veľkom rozsahu izospinu, tak aby vznikla parametrizácia vhodná aj pre opis exotických jadier. Pri porovnaní vlastností jadrovej hmoty vidíme, že koeficient nestlačiteľnosti jadrovej hmoty ako aj energia symetrie parametrizácie NL-BA sú bližšie k teoretickým hodnotám ako pri parametrizácii NL3*.

Pre posúdenie schopnosti modelu predpovedať vlastnosti reálnych atómových jadier sme sa rozhodli uskutočniť výpočty s oboma parametrizáciami a porovnať vypočítané väzbové energie a nábojové polomery jadier s experimentálnymi údajmi. Väzbové energie jadier sú určené z meraní hmotností jadier a nábojové polomery z rozptylových experimentov. Pri oboch veličinách máme v súčasnosti k dispozícii veľké množstvo experimentálnych údajov, ktoré sú namerané s dostatočnou presnosťou. Keďže nás zaujímalo aj to, ako obstojí relativistický jadrový model v porovnaní s inými jadrovými modelmi, rozhodli sme sa porovnať s experimentálnymi údajmi aj väzbové energie a nábojové polomery vypočítané pomocou Skyrmeho-Hartreeho-Fockovho modelu. Ide o nerelativistický mikroskopický jadrový model založený na Hartreeho-Fockových výpočtoch s interakciou Skyrmeho typu. Skyrmeho-Hartreeho-Fockov model nebudeme v tejto práci podrobne opisovať, pretože ide o štandardný jadrový model, ktorého formalizmus je možné nájsť v literatúre [65, 9] a výpočty pomocou tohto modelu neboli náplňou tejto práce. Ako väzbové energie aj nábojové polomery zodpovedajúce výsledkom Skyrmeho-Hartreeho-Fockovho modelu sme použili publikované hodnoty [88] získané pomocou parametrizácie modelu MSk7. Vlastnosti jadrovej hmoty zodpovedajúce parametrizácii MSk7 sú uvedené v tab. 4.2. Vidíme, že Skyrme-Hartree-Fockov model predpovedá podstatne lepšie ako obidve parametrizácie relativistického modelu koeficient nestlačiteľnosti ako aj energiu symetrie jadrovej hmoty.

Tab. 4.1: Hodnoty parametrov pre parametrizácie NL3* a NL-BA.

	NL3* [83]	NL-BA [82]
M (MeV)	939,0	939
m_σ (MeV)	502,5742	506,28
m_ω (MeV)	782,600	782,6
m_ρ (MeV)	763,000	769
g_σ	10,0944	10,129758
g_ω	12,8065	12,722198
g_ρ	4,5748	4,508614
b_σ (fm ⁻¹)	-7,2325	-11,480161
c_σ	-30,1486	-32,277332

Tab. 4.2: Vlastnosti jadrovej hmoty pre parametrizácie MSk7, NL3* a NL-BA.

	MSk7 [88]	NL3* [83]	NL-BA [82]
ρ_0 (fm ⁻³)	0,1575	0,150	0,1503
E/A (MeV)	-15,794	-16,31	-16,1949
K (MeV)	231,2	258,27	248
a_{sym} (MeV)	27,95	28,68	37,7
M^*/M	1,05	0,594	0,60

Všetky vypočítané hodnoty väzbových energií jadier, rovnako ako aj výsledky Skyrmeho-Hartreeho-Fockovho modelu a experimentálne hodnoty sú zhrnuté v prílohe A. Všetky teoretické aj experimentálne hodnoty nábojových polomerov jadier sú zhrnuté v prílohe B. Porovnanie teoretických hodnôt s experimentálnymi sme spravili výpočtom rozdielov medzi teoretickými hodnotami a experimentálnymi údajmi a ich grafickým zobrazením pre jednotlivé izotopické reťazce. Výsledky pre väzbové energie sú graficky zobrazené na obr. 4.1 až obr. 4.11.

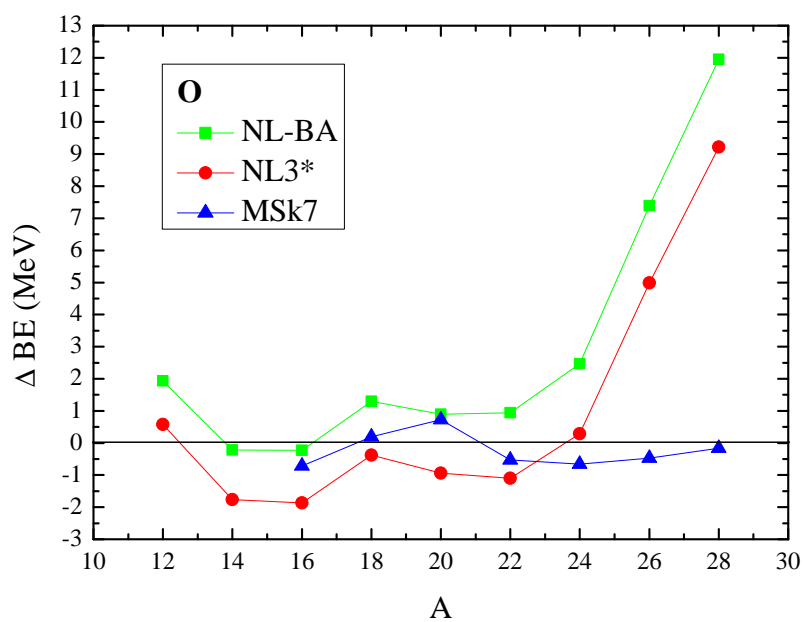
Na zobrazených rozdieloch väzbových energií môžeme pozorovať, že parametrizácia NL-BA predpovedá vo všetkých izotopických reťazcoch vyššie hodnoty väzbových energií ako parametrizácia NL3*. Rozdiely väzbových energií vykazujú dve systematické odchýlky, ktoré sa objavujú pre obidve parametrizácie vo väčšine izotopických reťazcoch. Prvou odchýlkou je, že model predpovedá príliš veľké hodnoty väzbových energií v oblasti jadier s vysokým prebytkom neutrónov. Tento efekt napríklad v prípade izotopov O dosahuje pri parametrizácii NL-BA až 12 MeV a pri parametrizácii NL3* až 9 MeV. Výrazný je aj pri izotopoch Ne, Ca alebo Ti, kde sa pohybuje v rozmedzí 5 MeV až 8 MeV pre parametrizáciu NL-BA a 2 MeV až 5 MeV pre parametrizáciu NL3*. Táto odchýlka je približne úmerná prebytku neutrónov v jadrách. Druhou systematickou odchýlkou je predpovedanie nízkych hodnôt väzbových energií v oblasti okolo $N=Z$ jadra. Táto odchýlka je najväčšia pri izotopoch Ne, kde sa pri parametrizácii NL3* blíži ku 9 MeV a pri parametrizácii NL-BA ku 6 MeV. Rovnaký trend je viditeľný aj pri izotopoch Mg, Si, S alebo Ar. Pri parametrizácii NL-BA má táto odchýlka hodnotu od 3 MeV do 5 MeV a pri parametrizácii NL3* od 5 MeV do 8 MeV. Táto odchýlka má tvar symetrického vrcholu okolo $N=Z$ jadra. Oblasť protónovo bohatých jadier je opísaná pomerne dobre, v tejto oblasti sú odchýlky medzi vypočítanými a nameranými hodnotami podstatne menšie ako pri neutrónovo bohatých jadrách.

Porovnanie nábojových polomerov s experimentálnymi údajmi ukazuje, že parametrizácia NL3* predpovedá väčšie nábojové polomery jadier ako parametrizácia NL-BA pre všetky skúmané jadrá. Obidve parametrizácie ale predpovedajú pri väčšine prvkov menšie hodnoty nábojových polomerov ako sú experimentálne hodnoty. Rozdiel je pri izotopickom reťazci Ne, kedy sú nábojové polomery získané s obidvomi

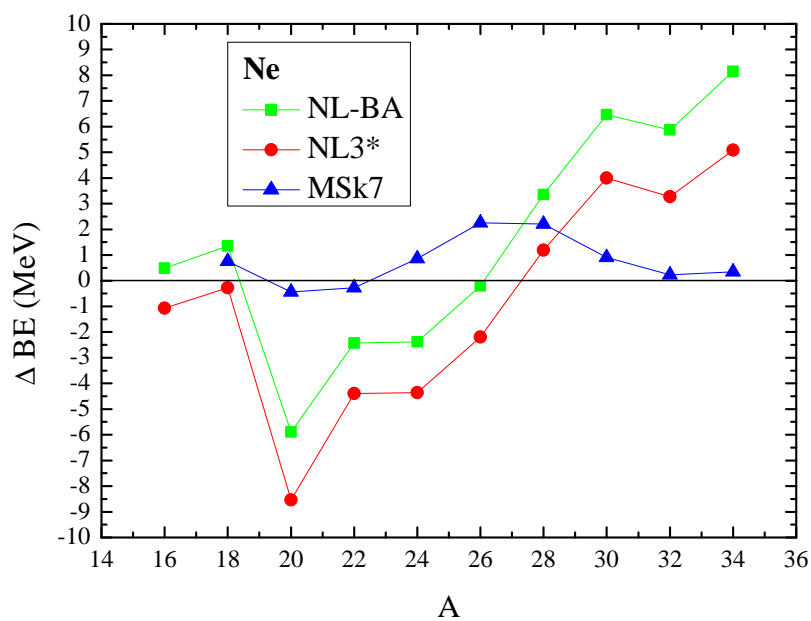
parametrizáciami väčšie ako experimentálne dáta. Pri izotopoch Ne sú aj odchýlky od experimentálnych hodnôt najväčšie a dosahujú 0,09 fm pre parametrizáciu NL-BA až 0,11 fm pre parametrizáciu NL-BA.

Porovnanie s výsledkami nerelativistického Skyrmeho-Hartreeho-Fockovho modelu pre väzbové energie aj nábojové polomery vyznieva v neprospech relativistického jadrového modelu a indikuje tak potrebu zlepšiť schopnosť relativistického modelu predpovedať vlastnosti reálnych atómových jadier. Odchýlky vznikajúce v oblasti neutrónovo prebytočných jadier sa preto pokúsime potlačiť zlepšením ďalším rozšírením relativistického modelu zahrnutím nových členov do lagrangiánu a zavedením izospinovo alebo hustotnej závislej nukleón-nukleónovej interakcie.

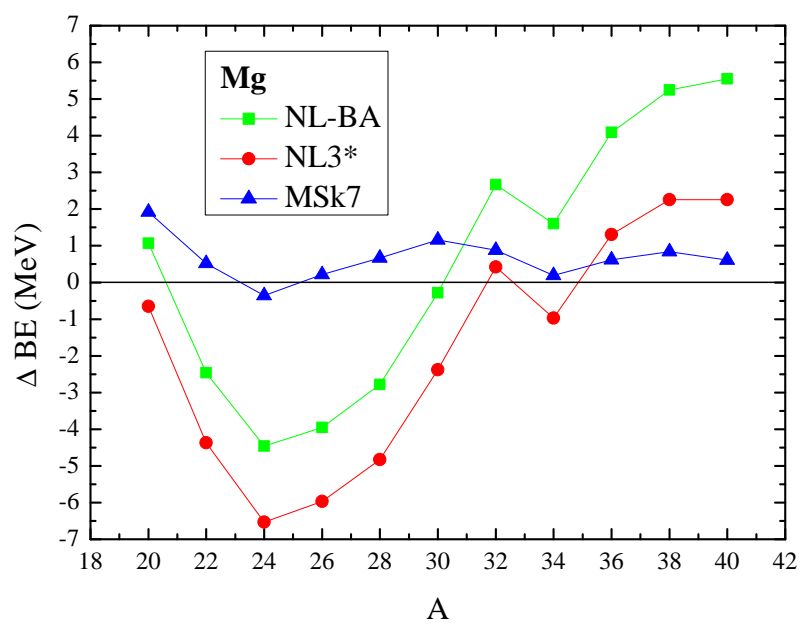
Odchýlky v oblasti okolo $N=Z$ sú prekvapujúce, ich pôvod nie je celkom jasný. Predpokladáme, že ide buď o tvorbu klastrov v týchto jadrách, alebo o chýbajúcu Wignerovu energiu, ktorá pochádza z Wignerovej teórie supermultipletov, čo je kombinovaná spin-izospinová symetria jadrového hamiltoniánu. Tretou možnosťou je, že ide o protón-neutrónové párovanie, keďže v týchto jadrách sú protónové a neutrónové hladiny veľmi blízke, čo vedie ku veľkému prekrytiu protónových a neutrónových vlnových funkcií a tak ku vzniku párovania medzi protónmi a neutrónmi. Túto možnosť považujeme za najpravdepodobnejšiu, nakoľko ju potvrdzuje aj to, že pri jadrách s uzavrenou protónovou šupkou, teda pri izotopoch O, Ca a Ni sa táto systematická odchýlka v oblasti okolo $N=Z$ nevyskytuje.



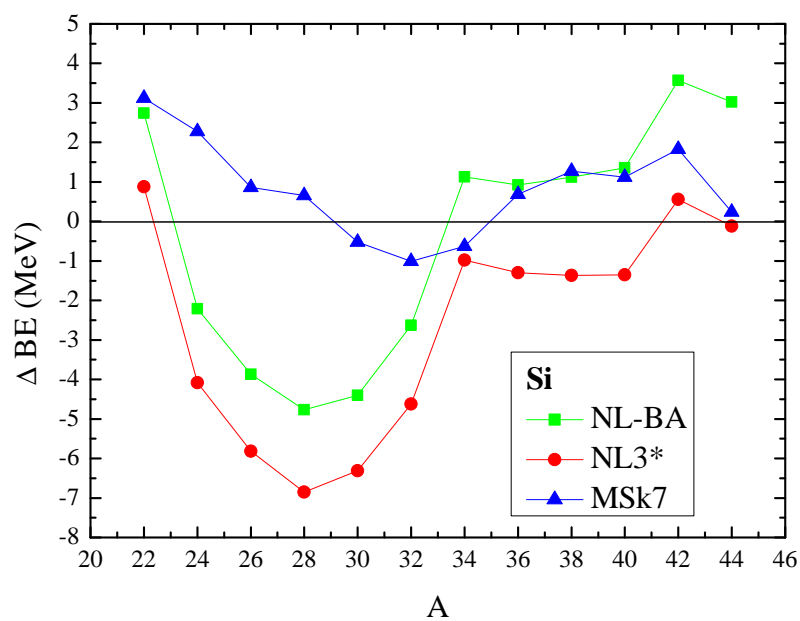
Obr. 4.1: Rozdiely medzi väzbovými energiami pre izotopy kyslíka.



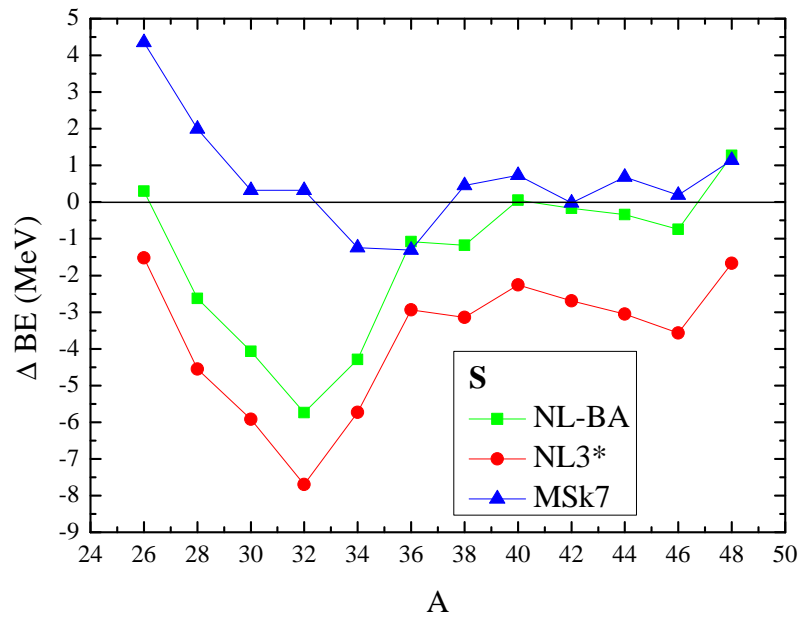
Obr. 4.2: Rozdiely medzi väzbovými energiami pre izotopy neónu.



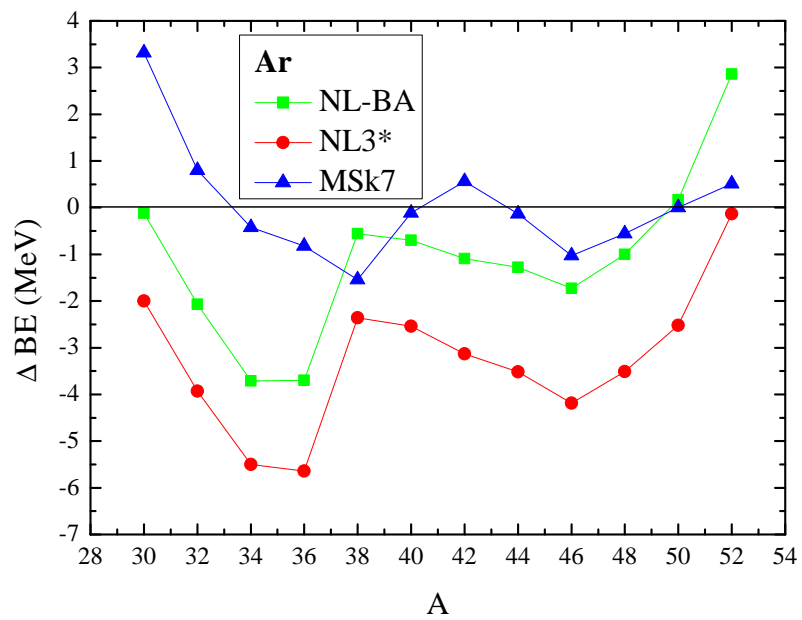
Obr. 4.3: Rozdiely medzi väzbovými energiami pre izotopy horčíka.



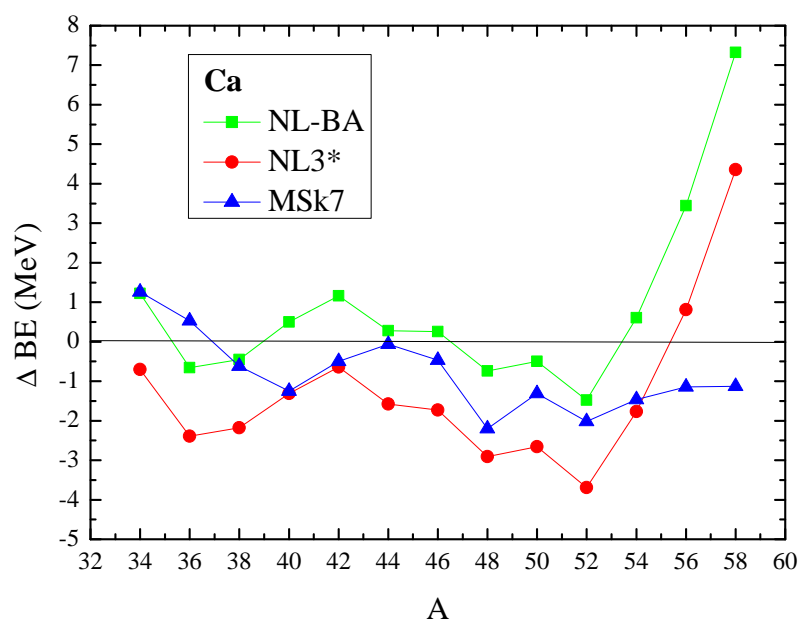
Obr. 4.4: Rozdiely medzi väzbovými energiami pre izotopy kremíka.



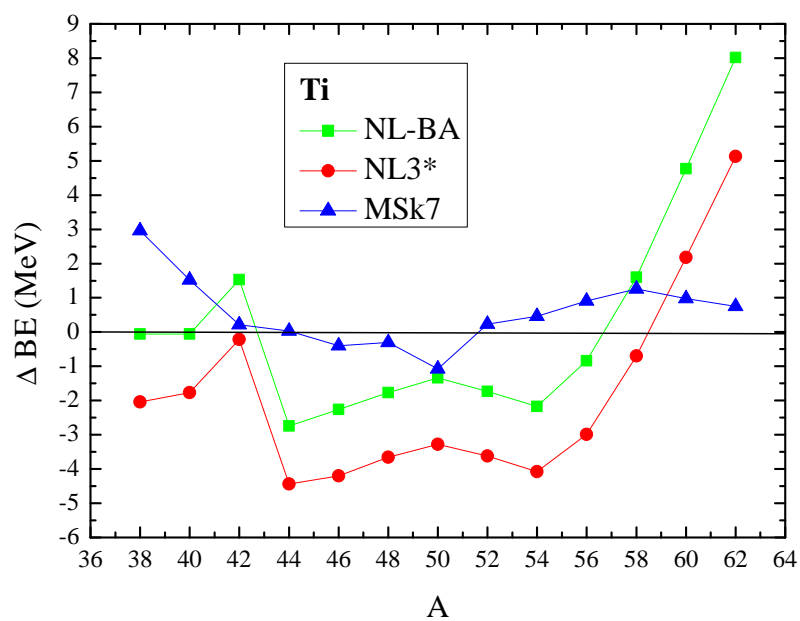
Obr. 4.5: Rozdiely medzi väzbovými energiami pre izotopy síry.



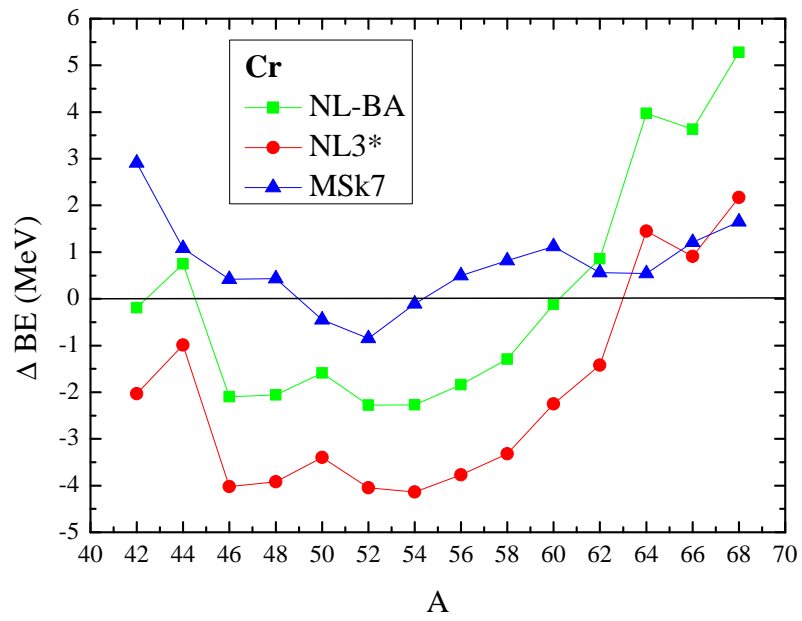
Obr. 4.6: Rozdiely medzi väzbovými energiami pre izotopy argónu.



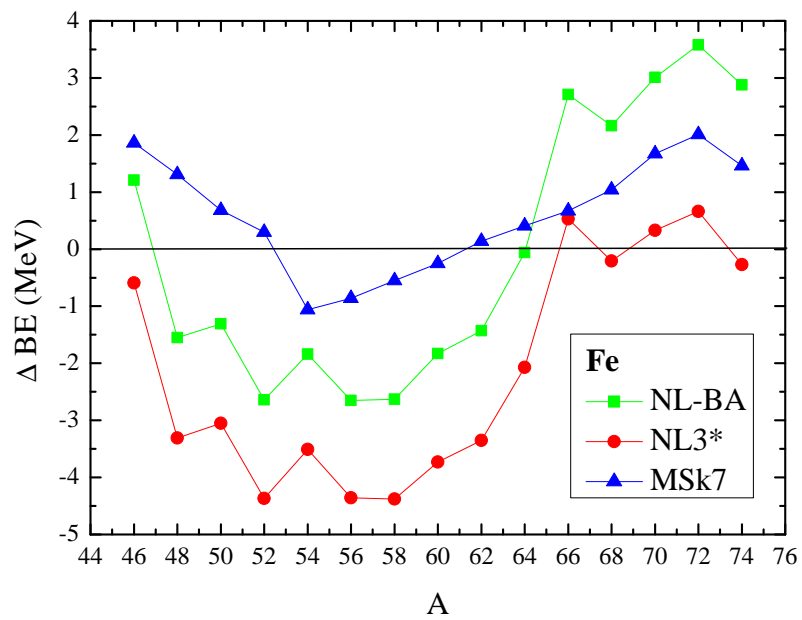
Obr. 4.7: Rozdiely medzi väzbovými energiami pre izotopy vápnika.



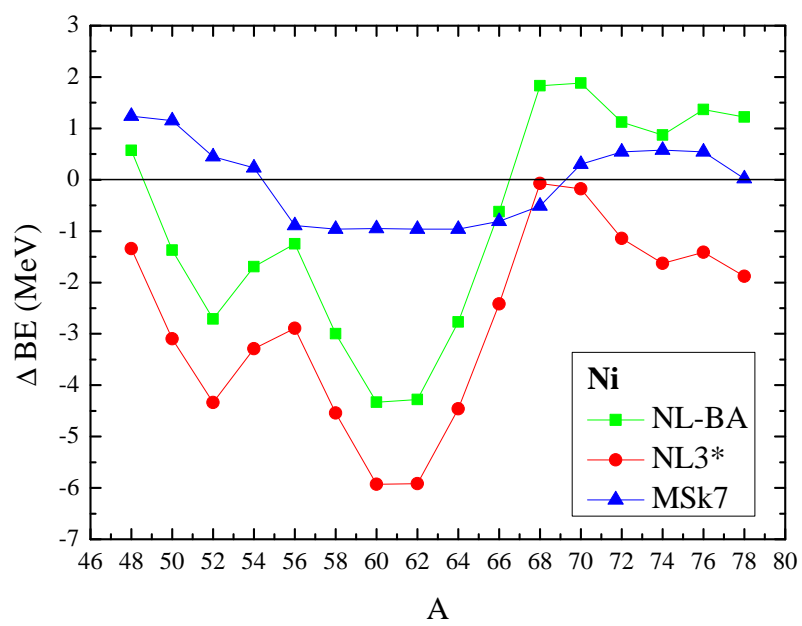
Obr. 4.8: Rozdiely medzi väzbovými energiami pre izotopy titánu.



Obr. 4.9: Rozdiely medzi väzbovými energiami pre izotopy chrómu.



Obr. 4.10: Rozdiely medzi väzbovými energiami pre izotopy železa.



Obr. 4.11: Rozdiely medzi väzbovými energiami pre izotopy niklu.

4.2 Modely s ω -selfinterakciou a $\omega\rho$ -crossinterakciou

Jednou z možností ako ďalej rozšíriť relativistický jadrový model poľa je zahrnúť do Lagrangiánu selfinterakčné členy aj pre ďalšie mezonové polia. My sme sa rozhodli zahrnúť do modelu kvartickú selfinterakciu ω -mezonového poľa. Potreba tohto člena vyplýva z Dirac-Brueckner-Hartree-Fockovej teórie jadrovej hmoty [45], navyše sa tento člen ukázal ako dôležitý napríklad pri opise vrstvových efektov [89], alebo supertiažkých jadier [50]. Zahnutie kvartickej selfinterakcia ω -mezonového spravíme tak, že do celkovej hustoty Lagrangiánu pridáme člen, ktorý reprezentuje ω -mezonovú selfinterakciu

$$\mathcal{L}_{\omega-selfint} = \frac{1}{4}c_{\omega} (\hat{\omega}_{\mu}\hat{\omega}^{\mu})^2, \quad (4.1)$$

výsledkom je, že dôjde k modifikácii Procovej rovnice pre ω -mezonové pole, ktorá nadobudne tvar

$$\partial_{\nu}\hat{O}^{\mu\nu} + m_{\omega}^2\hat{\omega}^{\mu} = g_{\omega}\hat{j}_V^{\mu} + c_{\omega}(\hat{\omega}_{\mu}\hat{\omega}^{\mu})\hat{\omega}^{\mu}. \quad (4.2)$$

Rovnakým postupom, ako v prípade základného modelu, je možné získať modifikovanú pohybovú rovnicu pre ω -mezonové pole v sférickej súradnicovej sústave

$$\left(-\frac{\partial^2}{\partial r^2} - \frac{2}{r}\frac{\partial}{\partial r} + m_{\omega}^2\right)\omega_0(r) = g_{\omega}\rho_V(r) + c_{\omega}\omega_0^3(r), \quad (4.3)$$

a rovnako aj v cylindrickej súradnicovej sústave

$$\left(-\frac{1}{r_{\perp}}\partial_{r_{\perp}}r_{\perp}\partial_{r_{\perp}} - \partial_z^2 + m_{\omega}^2\right)\omega_0(r_{\perp}, z) = g_{\omega}\rho_V(r_{\perp}, z) + c_{\omega}\omega_0^3(r_{\perp}, z). \quad (4.4)$$

Posledným krokom je pridanie ω -mezonového selfinterakčného člena

$$E_{\omega-selfint} = \int \frac{1}{4}c_{\omega}\omega_0^4 d^3r, \quad (4.5)$$

do celkovej energie systému.

Výpočty s modelom rozšíreným o ω -selfinterakciu sme uskutočnili s dvomi parametrizáciami modelu, ktoré označujeme TM1 a TM2 [48]. Tieto parametrizácie sa okrem ω -selfinterakčného člena líši od parametrizácií NL-BA a NL3* tým, že nejde o globálne parametrizácie, teda o parametrizácie určené pre celú periodickú sústavu

prvkov. Pri ich získaní totiž boli jadrá rozdelené do dvoch skupín. Prvú skupinu tvorily ťažké jadrá s protónovým číslom $Z \geq 20$, druhú skupinu tvorily ľahké jadrá s protónovým číslom $Z \leq 20$. Odôvodnenie rozdelenia jadier do dvoch skupín spočíva v tom, že pri ľahších jadrách majú väčší vplyv povrchové efekty a tie vplývajú na väzbové konštanty v efektívnej teórii. Na fitovanie parametrizácie TM1 boli použité väzbové energie a nábojové polomery jadier ^{40}Ca , ^{48}Ca , ^{58}Ni , ^{90}Zr , ^{116}Sn , ^{124}Sn , ^{184}Pb , ^{196}Pb , ^{208}Pb a ^{214}Pb . Na fitovanie parametrizácie TM2 boli použité väzbové energie a nábojové polomery jadier ^8C , ^{12}C , ^{14}C , ^{20}C , ^{14}O , ^{16}O , ^{22}O , ^{28}Si , ^{34}Si , ^{40}Ca a ^{48}Ca . Vznikli tak dve sady parametrov, TM1 určená pre ťažšie prvky a TM2 určená pre ľahké prvky. My sme použili obidve parametrizácie modelu pre všetky jadrá od kyslíka až po nikel. Chceme tak okrem zavedenia ω -selfinterakcie preskúmať aj vplyv vytvorenia dvoch lokálnych parametrizácií. Hodnoty parametrov pre parametrizácie TM1 a TM2 sú uvedené v tab. 4.3. Vlastnosti jadrovej hmoty, ktoré zodpovedajú týmto parametrizáciám sú v tab. 4.4. Výrazný rozdiel je vidno pri koeficiente nestlačiteľnosti jadrovej hmoty, ktorý je pri parametrizácii TM2 o 63 MeV väčší ako pri parametrizácii TM1.

Druhou možnosťou ako rozšíriť relativistický jadrový model je zahrnúť do modelu aj crossinterakciu medzi ω -mezónovým poľom a ρ -mezónovým poľom. Na význam tohto člena v relativistickom modeli jadra bolo v uplynulých rokoch poukázané v súvislosti s opisom neutrónovo bohatých jadier [53], superťažkých jadier [90] alebo neutrónových hviezd [91].

Pre zahrnutie $\omega\rho$ -crossinterakcie je potrebné do celkovej hustoty Lagrangiánu pridať člen

$$\mathcal{L}_{\omega\rho\text{-crossint}} = \frac{1}{2} c_{\omega\rho} \hat{\omega}_\mu \hat{\omega}^\mu \hat{\rho}_\mu \hat{\rho}^\mu, \quad (4.6)$$

čo vedie k modifikácii Procových rovníc pre ω -mezónové a ρ -mezónové pole

$$\partial_\nu \hat{O}^{\mu\nu} + m_\omega^2 \hat{\omega}^\mu = g_\omega \hat{j}_V^\mu + c_\omega (\hat{\omega}_\mu \hat{\omega}^\mu) \hat{\omega}^\mu - c_{\omega\rho} \hat{\omega}^\mu \hat{\rho}_\mu \hat{\rho}^\mu, \quad (4.7)$$

$$\partial_\nu \hat{R}^{\mu\nu} + m_\rho^2 \hat{\rho}^\mu = g_\rho \hat{j}_I^\mu - c_{\omega\rho} \hat{\omega}_\mu \hat{\omega}^\mu \hat{\rho}^\mu. \quad (4.8)$$

Analogickým postupom ako v predchádzajúcej kapitole, je možné získať nové pohybové rovnice v sférickej súradnicovej sústave

$$\left(-\frac{\partial^2}{\partial r^2} - \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} + m_\omega^2 \right) \omega_0(r) = g_\omega \rho_V(r) + c_\omega \omega_0^3(r) - c_{\omega\rho} \omega_0(r) \rho_0^{(3)2}(r), \quad (4.9)$$

$$\left(-\frac{\partial^2}{\partial r^2} - \frac{2}{r}\frac{\partial}{\partial r} + m_\rho^2\right)\rho_0^{(3)}(r) = g_\rho\rho_I(r) - c_{\omega\rho}\omega_0^2(r)\rho_0^{(3)}(r), \quad (4.10)$$

a cylindrickej súradnicovej sústave

$$\begin{aligned} &\left(-\frac{1}{r_\perp}\partial_{r_\perp}r_\perp\partial_{r_\perp} - \partial_z^2 + m_\omega^2\right)\omega_0(r_\perp, z) = \\ &= g_\omega\rho_V(r_\perp, z) + c_\omega\omega^3(r_\perp, z) - c_{\omega\rho}\omega_0(r_\perp, z)\rho_0^{(3)2}(r_\perp, z), \end{aligned} \quad (4.11)$$

$$\begin{aligned} &\left(-\frac{1}{r_\perp}\partial_{r_\perp}r_\perp\partial_{r_\perp} - \partial_z^2 + m_\rho^2\right)\rho_0^{(3)}(r_\perp, z) = \\ &= g_\rho\rho_I(r_\perp, z) - c_{\omega\rho}\omega_0^2(r_\perp, z)\rho_0^{(3)}(r_\perp, z). \end{aligned} \quad (4.12)$$

Posledným krokom je pridanie $\omega\rho$ -crossinterakčného člena

$$E_{\omega\rho\text{-crossint}} = \frac{1}{2}c_{\omega\rho} \int \omega_0^2\rho_0^{(3)2} d^3r, \quad (4.13)$$

do celkovej väzbovej energie systému.

Pre výpočty s $\omega\rho$ -crossinterakciou sme použili parametrizáciu modelu FSU2 [91], ktorá vznikla ďalším zdokonalením parametrizácie FSU [49]. Obidve parametrizácie boli fitované na vlastnosti rovnakých jadier ako boli použité pri nájdení parametrizácie NL3. Ide teda o väzbové energie a nábojové polomery jadier ^{16}O , ^{40}Ca , ^{48}Ca , ^{68}Ni , ^{90}Zr , ^{100}Sn , ^{116}Sn , ^{132}Sn , ^{144}Sm , ^{208}Pb . Cieľom vytvorenia parametrizácii FSU aj FSU2 modifikovať energiu symetrie jadrovej hmoty ako aj dosiahnúť hodnotu šírky neutrónovej kože pri jadre ^{208}Pb v súlade s experimentálnymi výsledkami. Hodnoty parametrov pre parametrizácie FSU2 aj korešpondujúce vlastnosti jadrovej hmoty sú uvedené v tab. 4.3 a tab. 4.4.

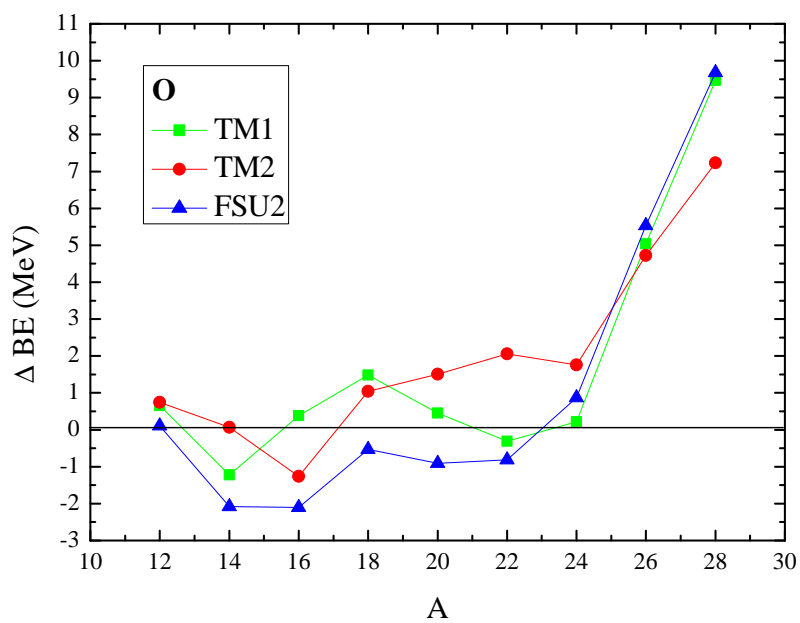
Tab. 4.3: Hodnoty parametrov pre parametrizácie TM1, TM2 a FSU2.

	TM1 [48]	TM2 [48]	FSU2 [49]
M (MeV)	938,0	938,0	939,0
m_σ (MeV)	511,198	526,443	497,479
m_ω (MeV)	783,0	783,0	782,5
m_ρ (MeV)	770,0	770,0	763,0
g_σ	10,0289	11,4694	10,3968
g_ω	12,6377	14,6377	13,5569
g_ρ	4,6322	4,6783	4,4851
b_σ (fm ⁻¹)	-7,2325	-4,4440	-8,5511
c_σ	0,6183	4,6076	1,0379
c_ω	71,3075	84,5318	144,1220
$c_{\omega\rho}$	0	0	3,0427

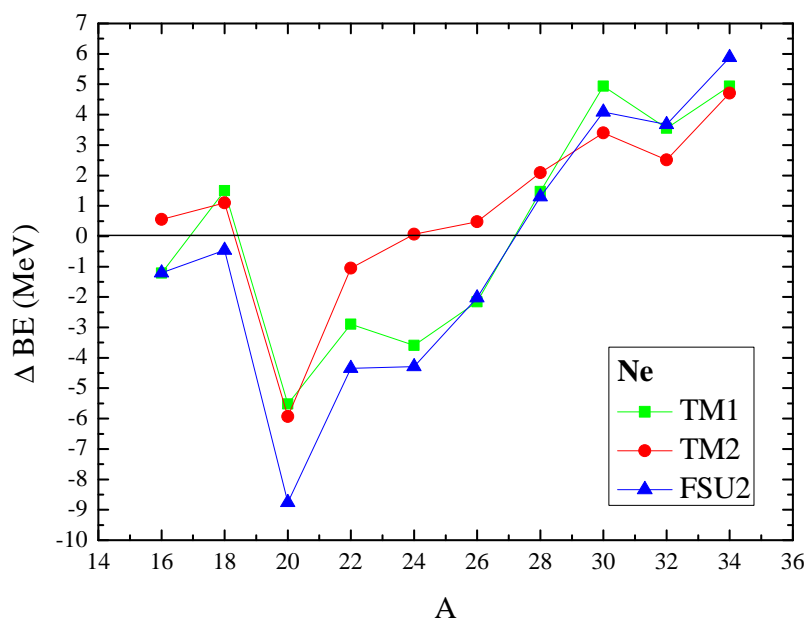
Tab. 4.4: Vlastnosti jadrovej hmoty pre parametrizácie TM1, TM2 a FSU2.

	TM1 [48]	TM2 [48]	FSU2 [49]
ρ_0 (fm ⁻³)	0,145	0,132	0,1505
E/A (MeV)	-16,3	-16,2	-16,28
K (MeV)	281	344	238
a_{sym} (MeV)	36,9	35,8	37,62
M^*/M	0,634	0,571	0,593

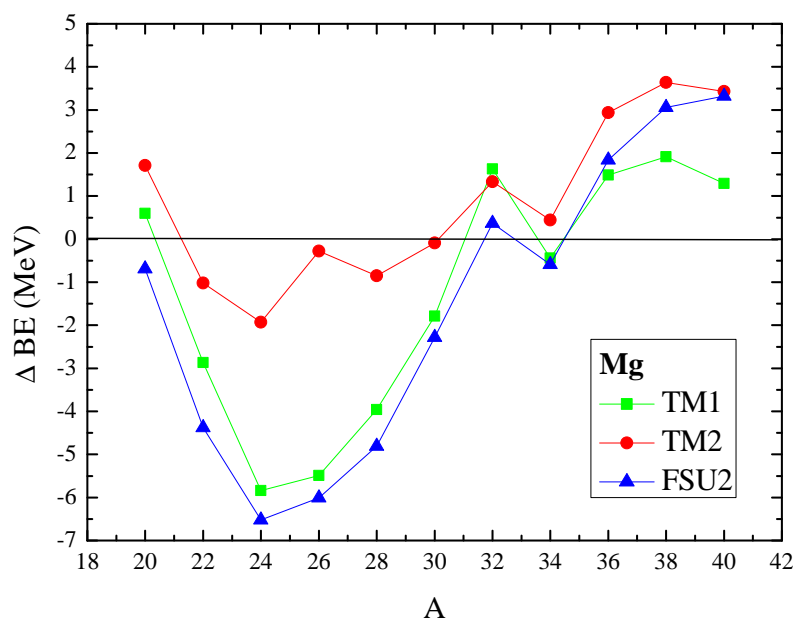
Porovnanie predpovedí rozšíreného modelu s ω -selfinterakciou a $\omega\rho$ -crossinterakciou sme spravili rovnako ako v prípade základného modelu. Vypočítali sme rozdiely medzi väzbovými energiami jadier, ktoré predpovedajú jednotlivé modely a experimentálnymi hodnotami. Výsledky pre jednotlivé izotopické reťazce sú graficky zobrazené na obr. 4.12 až obr. 4.22. Na zobrazených výsledkoch je vidieť, že výraznejšie zlepšenie predpovedí relativistického jadrového modelu je možné dosiahnuť skôr vytvorením lokálnej parametrizácie, ako zavedením nových selfinterakčných alebo crossinterakčných členov do modelu. Systematická odchýlka v oblasti okolo jadra $N=Z$ sa napríklad pri izotopoch horčíka, kremíka a síry podarila potlačiť použitím parametrizácie TM2, ktorá je špecifická pre túto oblasť jadier. Vo výpočtoch s parametrizáciami TM1 aj FSU2 táto systematická odchýlka naďalej pretrváva. Zlepšenie predpovedí modelu v oblasti neutrónovo bohatých jadier sme tiež dosiahli vo väčšej miere použitím lokálnej parametrizácie ako novými členmi lagrangiánu. Napríklad izotopy železa alebo niklu sú aj v oblasti extrémne neutrónovo bohatých jadier predpovedané s veľkou presnosťou práve parametrizáciou TM1. Rozšírenie modelu o nové členy síce v niektorých izotopických reťazcoch priniesli zlepšenie predpovedí modelu na druhej strane sa ale v inej oblasti predpovede modelu výraznejšie nezmenili alebo sa dokonca sa zhoršili. Jediným zreteľným prínosom zavedenia $\omega\rho$ -mezónovej crossinterakcie je zlepšenie súladu relativistického jadrového modelu s experimentálnymi dátami v oblasti neutrónovo bohatých jadier. Rovnako aj pre nábojové polomery je zreteľné, že lepší súhlas s experimentálnymi hodnotami je možné dosiahnuť skôr zavedením lokálnej parametrizácie ako novými členmi do lagrangiánu.



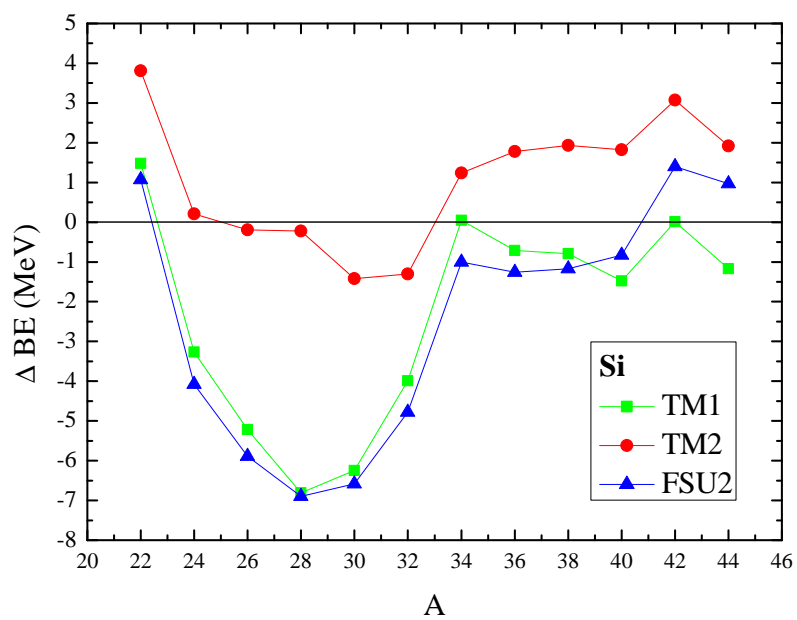
Obr. 4.12: Rozdiely medzi väzbovými energiami pre izotopy kyslíka.



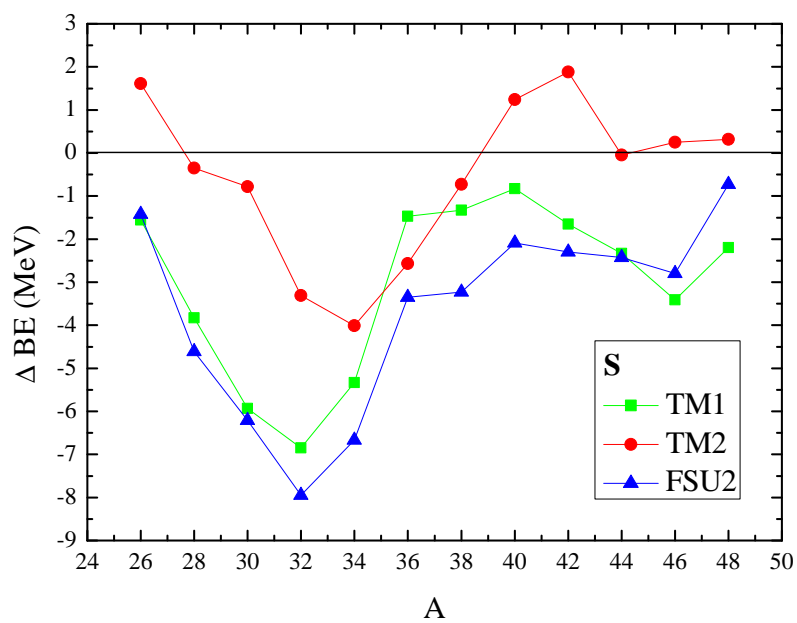
Obr. 4.13: Rozdiely medzi väzbovými energiami pre izotopy neónu.



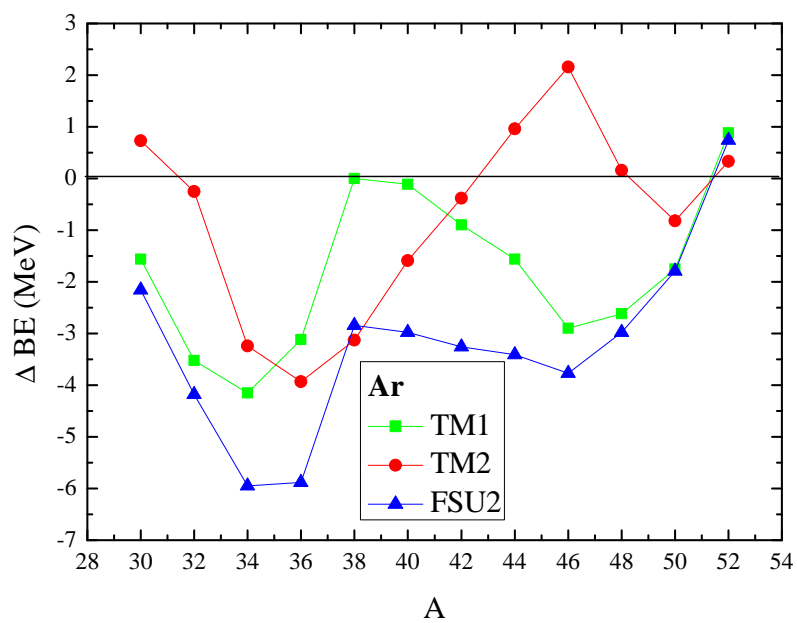
Obr. 4.14: Rozdiely medzi väzbovými energiami pre izotopy horčíka.



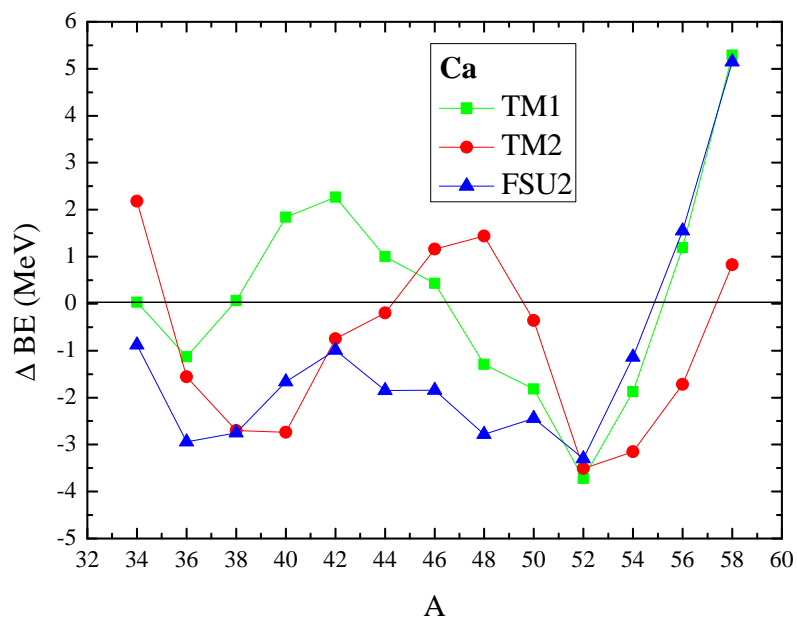
Obr. 4.15: Rozdiely medzi väzbovými energiami pre izotopy kremíka.



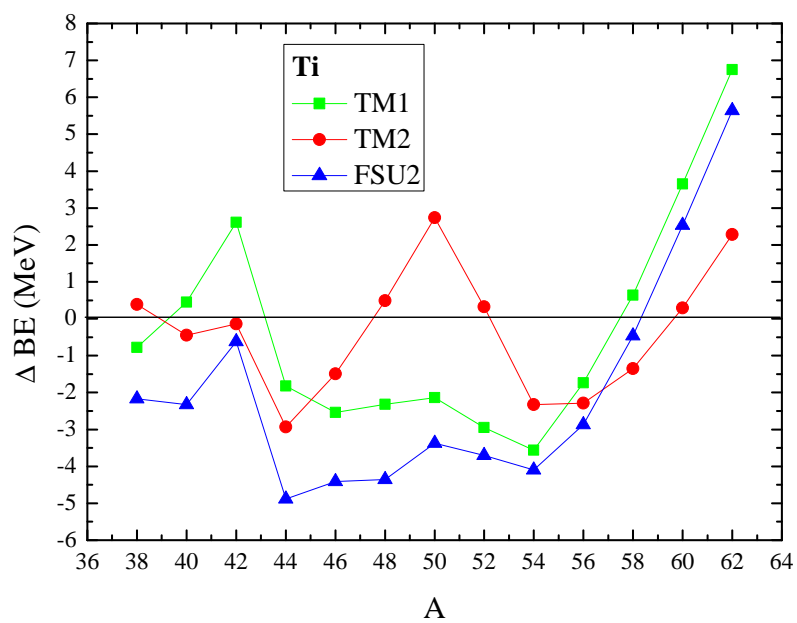
Obr. 4.16: Rozdiely medzi väzbovými energiami pre izotopy síry.



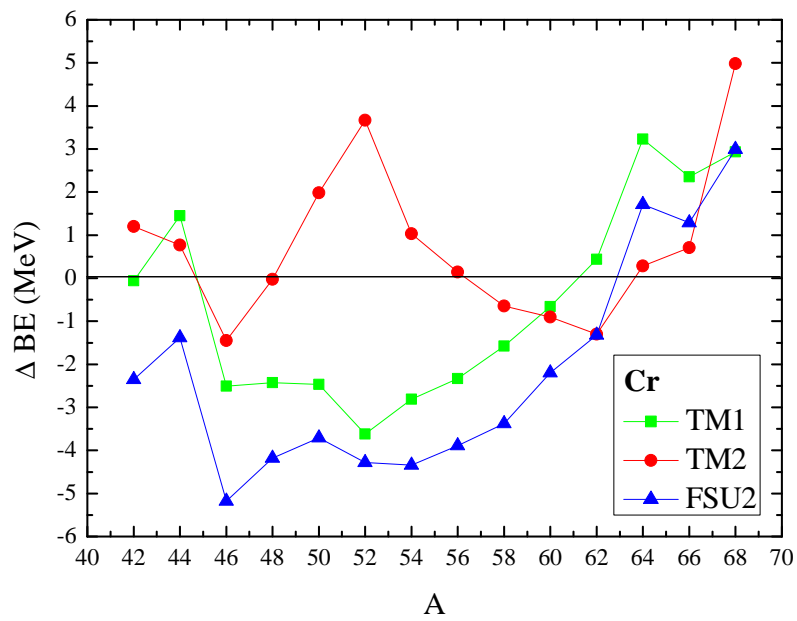
Obr. 4.17: Rozdiely medzi väzbovými energiami pre izotopy argónu.



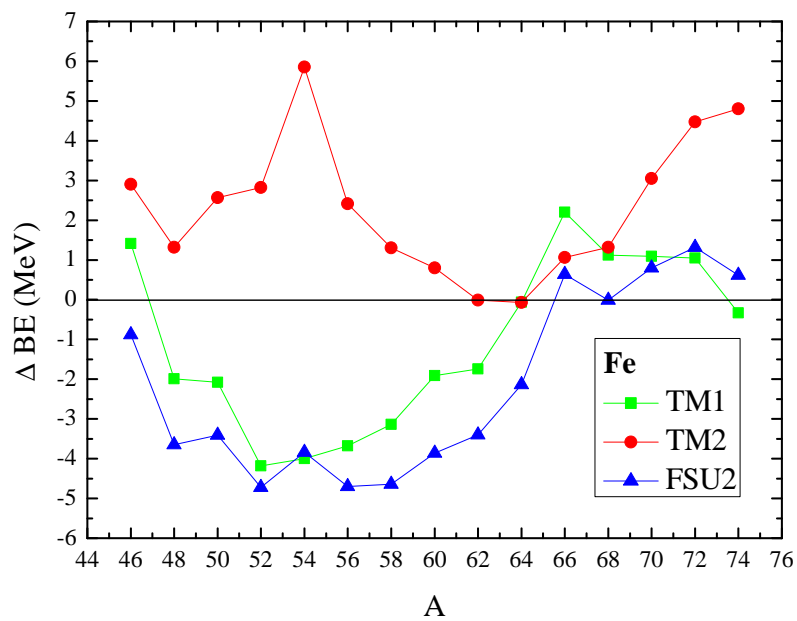
Obr. 4.18: Rozdiely medzi väzbovými energiami pre izotopy vápnika.



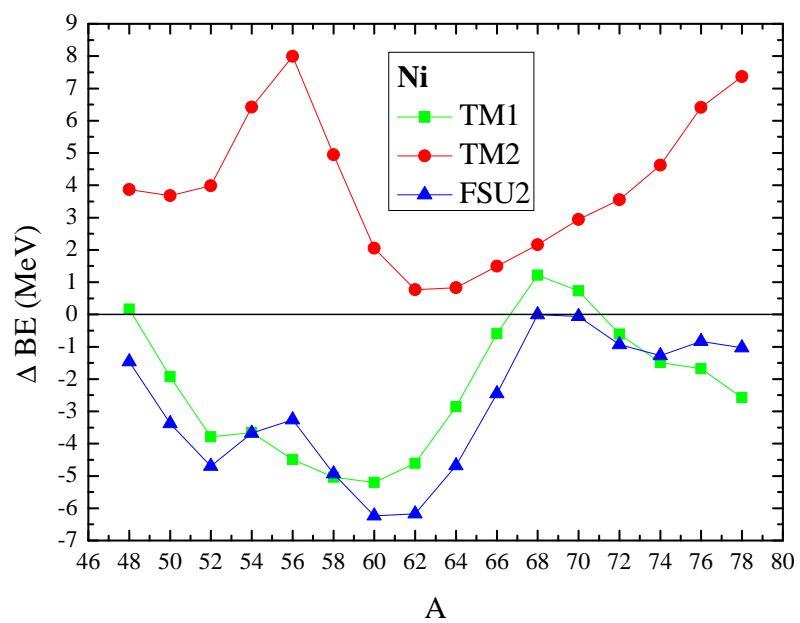
Obr. 4.19: Rozdiely medzi väzbovými energiami pre izotopy titánu.



Obr. 4.20: Rozdiely medzi väzbovými energiami pre izotopy chrómu.



Obr. 4.21: Rozdiely medzi väzbovými energiami pre izotopy železa.



Obr. 4.22: Rozdiely medzi väzbovými energiami pre izotopy niklu.

4.3 Modely s izospinovo a hustotne závislou interakciou

Použitie dvoch odlišných parametrizácií, TM1 pre ťažšie jadrá a TM2 pre ľahšie jadrá sa na základe predchádzajúcich výsledkov javí ako perspektívny smer, ktorým je možné zlepšiť schopnosť relativistického jadrového modelu predpovedať vlastnosti reálnych atómových jadier. Na základe toho sme sa rozhodli pri ďalších výpočtoch použiť model s izospinovo závislou interakciou. Túto izospinovú závislosť sme do modelu zaviedli tak, že interakčné a selfinterakčné konštanty sme nahradili funkčnou závislosťou na hmotnostnom čísle. Funkčná závislosť TMA [85], ktorú sme sa rozhodli pre tieto výpočty použiť, bola získaná interpoláciou parametrizácií TM1 a TM2 a vysvetľuje sa ako vplyv efektov za rámcom teórie stredného poľa ako sú kvantové fluktuácie, párovanie alebo tvorba klastrov v jadre. Funkčná závislosť, ktorá reprezentuje parametrizáciu TMA a aj hodnoty ostatných jej parametrov sú v tab. 4.5. Vlastnosti jadrovej hmoty, ktoré zodpovedajú parametrizácii TMA sú uvedené v tab. 4.7. Z týchto parametrov vidíme, že zavedenie izospinovo závislej interakcie umožnilo znížiť hodnotu energie symetrie jadrovej hmoty až na úroveň 30 MeV.

Tab. 4.5: Parametrizácia TMA.

	TMA [85]
M (MeV)	938,9
m_σ (MeV)	519,151
m_ω (MeV)	781,950
m_ρ (MeV)	768,100
g_σ	$10,055 + 3,050/A^{0.4}$
g_ω	$12,842 + 3,191/A^{0.4}$
g_ρ	$3,800 + 4,644/A^{0.4}$
b_σ (fm ⁻¹)	$-0,328 - 27,879/A^{0.4}$
c_σ	$38,862 - 184,191/A^{0.4}$
c_ω	$151,590 - 378,004/A^{0.4}$

Inou metódou ako rozšíriť relativistický jadrový model a prejsť tak ku komplexnejšiemu modelu predstavuje zavedenie hustotnej závislosti do nukleón-mezónovej interakcie. Táto hustotná závislosť je pre σ -mezónové a ω -mezónové pole zavedená fenomenologickým spôsobom, keď namiesto interakčných konštánt g_σ a g_ω použijeme funkčnú závislosť na nukleónovej hustote v tvare

$$g_\sigma = g_\sigma(\rho_{sat})a_\sigma \frac{1 + b_\sigma(x + d_\sigma)^2}{1 + c_\sigma(x + d_\sigma)^2} \quad (4.14)$$

$$g_\omega = g_\omega(\rho_{sat})a_\omega \frac{1 + b_\omega(x + d_\omega)^2}{1 + c_\omega(x + d_\omega)^2} \quad (4.15)$$

kde $x = \rho/\rho_{sat}$ a ρ_{sat} je saturačná nukleónová hustota. Pre interakciu ρ -mezónového poľa je použitá iná forma funkčnej závislosti, ktorá bola odvodená z Diracovej-Bruecknerovej teórie asymetrickej jadrovej hmoty a má tvar

$$g_\rho = g_\rho(\rho_{sat})e^{-a_\rho(x-1)}. \quad (4.16)$$

V takomto modeli potom nie je potrebné zaviesť selfinterakčné ani crossinterakčné členy, dokonca ani selfinterakciu σ -mezónového poľa. Takýto model označujeme ako model hustotne závislej mezónovej výmeny a hodnoty jeho parametrov, označované ako parametrizácia ME2 [96], ktoré boli získané fitovaním na experimentálne hodnoty väzbových energií, nábojových polomerov a neutrónových polomerov tých istých jadier ako v prípade parametrizácie NL3* sú v tab. 4.6. Vlastnosti jadrovej hmoty, ktoré korešpondujú s modelom mezónovej výmeny a parametrami ME2 sú uvedené v tab. 4.7.

Alternatívny spôsob zavedenia hustotne závislej interakcie, predstavuje model jednobodovej interakcie [87]. Pri odvodení hustotnej závislosti sa vychádza z Weizsäckerovho poloempirického vzorca pre väzbovú energiu jadra

$$E = a_V A + a_S A^{3/4} + a_4 \frac{(N - Z)^2}{4A} + \dots \quad (4.17)$$

v ktorom sú prvé tri členy objemová energia, povrchová energia a energia symetrie charakterizované parametrami a_V , a_S , a_4 . To nám umožňuje odvodiť efektívnu interakciu minimalizovaním odchýlok empirického Weizsäckerovho poloempirického

vzorca od experimentálnych údajov zahrnutím veľkého množstva sférických aj deformovaných jadier. Funkčná závislosť interakcie, ktorá bola takýmto spôsobom odvodená má tvar

$$g_{\sigma} = a_{\sigma} + (b_{\sigma} + c_{\sigma}x).e^{-d_{\sigma}x} \quad (4.18)$$

$$g_{\omega} = a_{\omega} + (b_{\omega} + c_{\omega}x).e^{-d_{\omega}x} \quad (4.19)$$

$$g_{\rho} = a_{\rho} + (b_{\rho} + c_{\rho}x).e^{-d_{\rho}x} \quad (4.20)$$

Sada parametrov PC1 [87], ktorú sme použili v našich výpočtoch, bola fitovaná na experimentálne vlastnosti až 64 jadier. Hodnoty jej parametrov sú uvedené v tab. 4.6 a príslušné vlastnosti jadrovej hmoty sú v tab. 4.7.

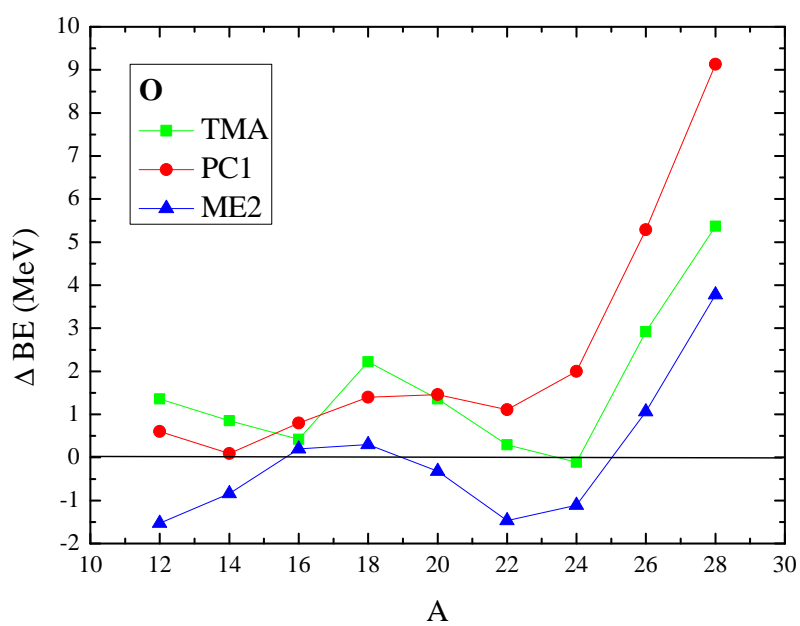
Porovnanie predpovedí modelu s izospinovo a hustotne závislou interakciou sme spravili rovnako ako v prípade základného modelu a predchádzajúceho rozšíreného modelu. Vypočítali sme rozdiely medzi väzbovými energiami jadier, ktoré predpovedajú jednotlivé modely a experimentálnymi hodnotami. Výsledky pre jednotlivé izotopické reťazce sú graficky zobrazené na obr. 4.23 až obr. 4.33. Vo všetkých izotopických reťazcoch pozorujeme zlepšenie súladu predpovedí modelu v oblasti neutrónovo bohatých jadier. V tejto oblasti sa ku experimentálnym hodnotám najviac približujú výsledky získané parametrizáciami TMA a ME2. Parametrizácia PC1, ktorá v tejto oblasti predpovedá najväčšie hodnoty väzbových energií, síce tiež zlepšuje predpovede modelu, nie však tak výrazne ako parametrizácie TMA a ME2. V oblasti okolo $N=Z$ jadra sa síce predpovede izospinovo a hustotne závislých modelov zlepšili len mierne, najlepší súlad vo väčšine izotopických reťazcov pozorujeme pre parametrizáciu TMA.

Tab. 4.6: Hodnoty parametrov pre parametrizácie ME2 a PC1.

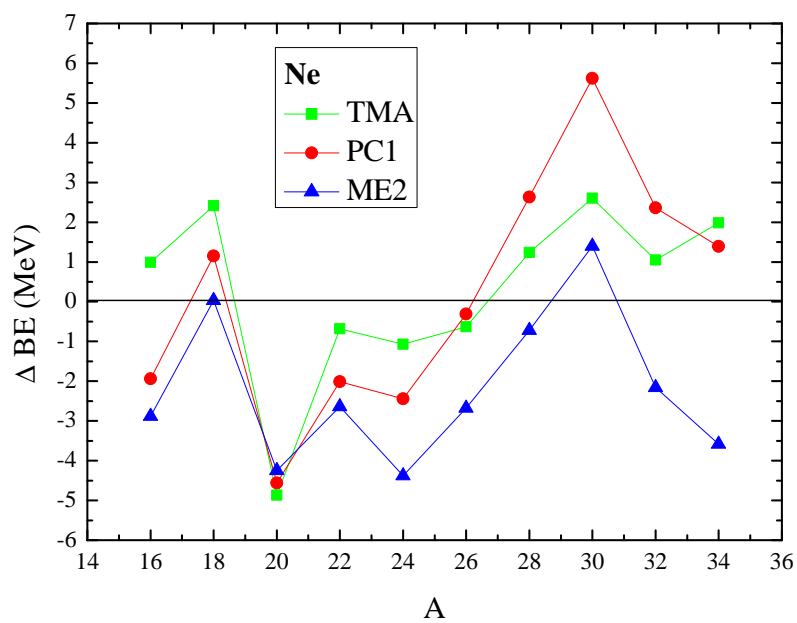
	ME2	PC1
M (MeV)	938,5	
m_σ (MeV)	550,1238	
m_ω (MeV)	783,0	
m_ρ (MeV)	763,0	
$g_\sigma(\rho_{sat})$	10,5396	
$g_\omega(\rho_{sat})$	13,0189	
$g_\rho(\rho_{sat})$	3,6836	
a_σ	1,3881	-10,0462
b_σ	1,0943	-9,1504
c_σ	1,7057	-6,4273
d_σ	0,4421	1,3724
a_ω	1,3892	5,9195
b_ω	0,9240	8,8637
c_ω	1,4620	
d_ω	0,4775	0,6584
a_ρ	1,3892	

Tab. 4.7: Vlastnosti jadrovej hmoty pre parametrizácie TMA, PC1 a ME2.

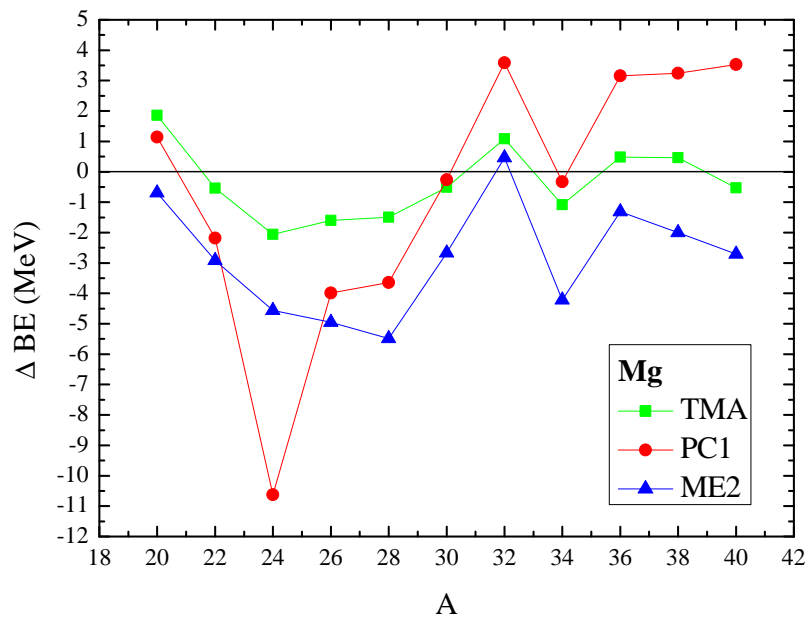
	TMA	ME2	PC1
ρ_0 (fm ⁻³)	0,147	0,152	0,152
E/A (MeV)	-16,0	-16,14	-16,06
K (MeV)	318	250,89	230
a_{sym} (MeV)	30,68	32,3	33
M^*/M	0,635	0,572	



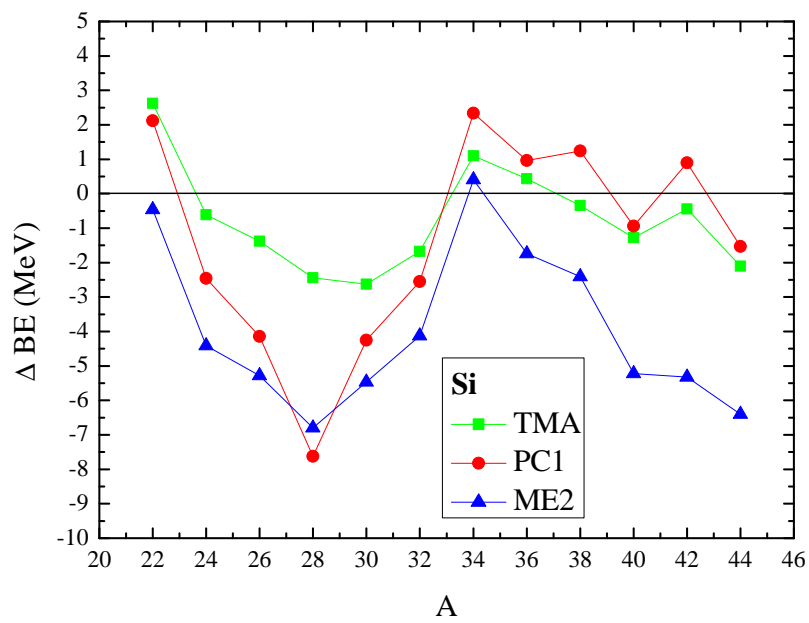
Obr. 4.23: Rozdiely medzi väzbovými energiami pre izotopy kyslíka.



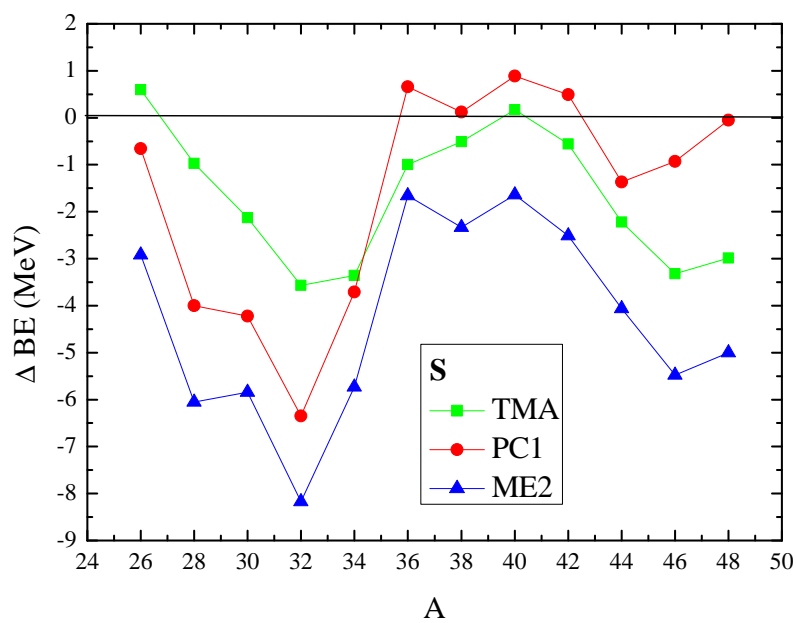
Obr. 4.24: Rozdiely medzi väzbovými energiami pre izotopy neónu.



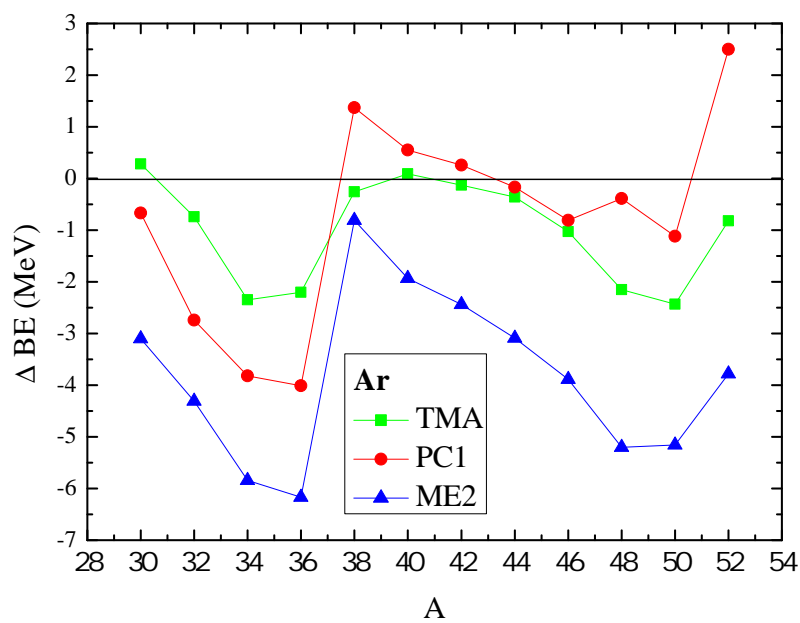
Obr. 4.25: Rozdiely medzi väzbovými energiami pre izotopy horčíka.



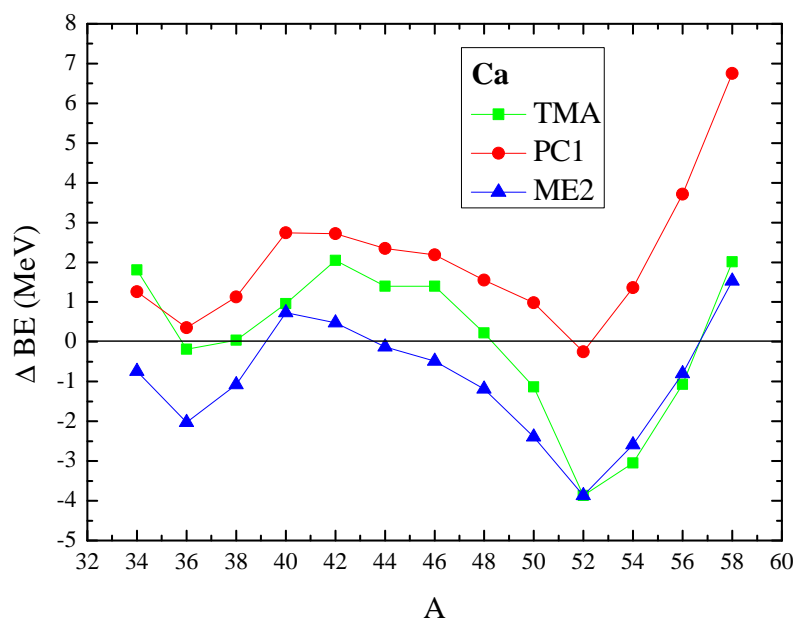
Obr. 4.26: Rozdiely medzi väzbovými energiami pre izotopy kremíka.



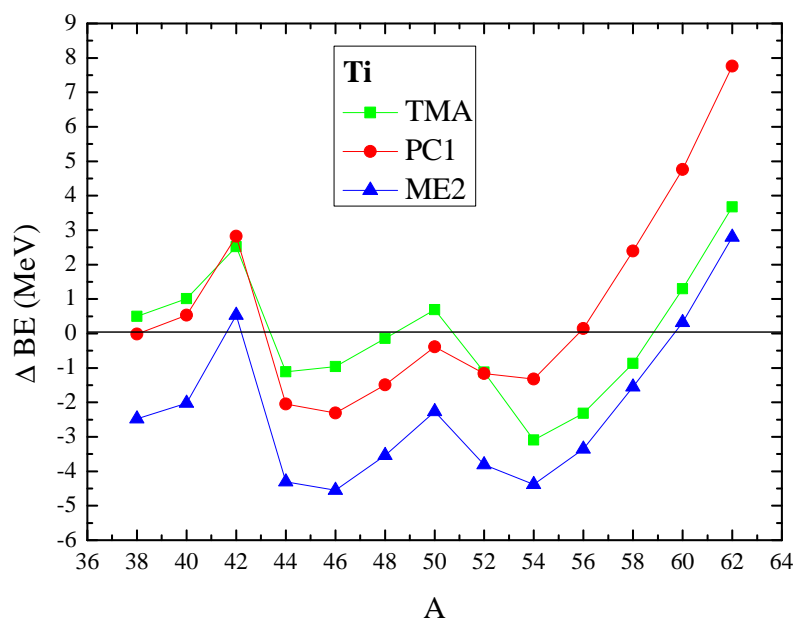
Obr. 4.27: Rozdiely medzi väzbovými energiami pre izotopy síry.



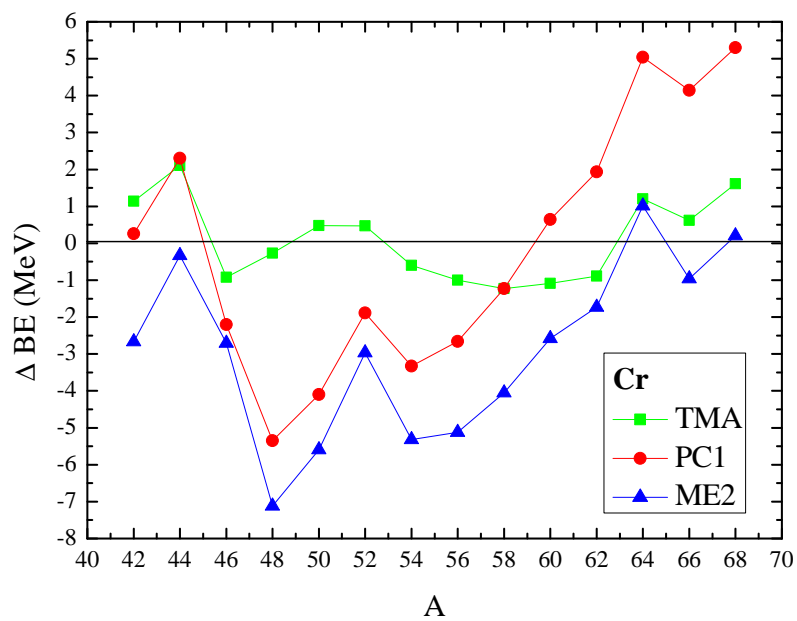
Obr. 4.28: Rozdiely medzi väzbovými energiami pre izotopy argónu.



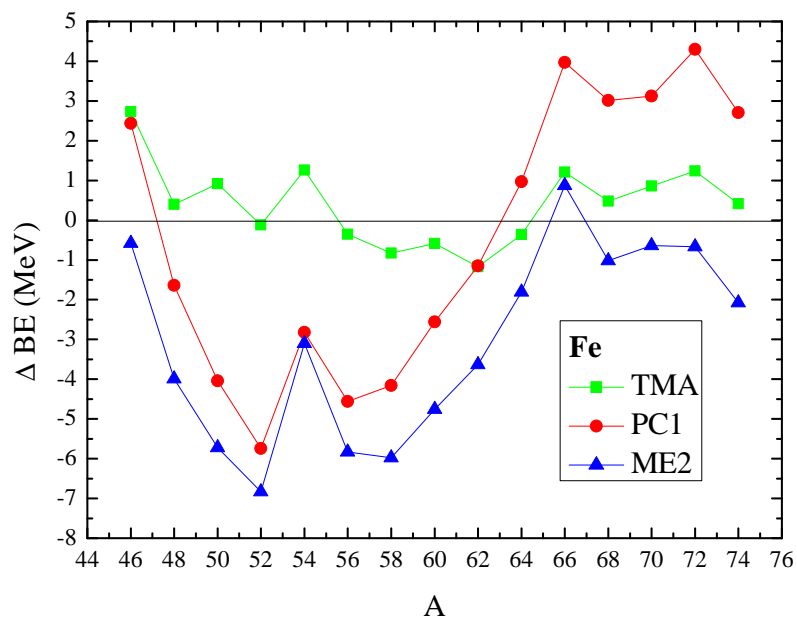
Obr. 4.29: Rozdiely medzi väzbovými energiami pre izotopy vápnika.



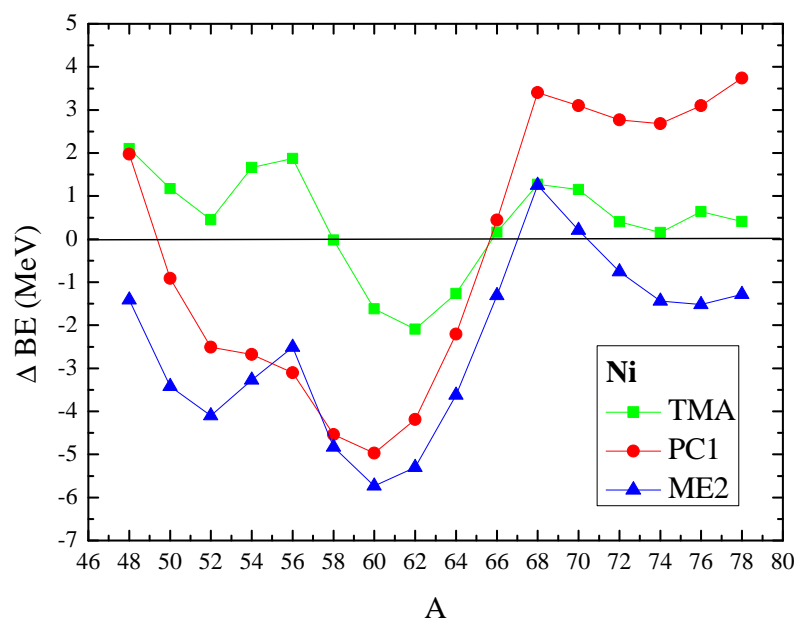
Obr. 4.30: Rozdiely medzi väzbovými energiami pre izotopy titánu.



Obr. 4.31: Rozdiely medzi väzbovými energiami pre izotopy chrómu.



Obr. 4.32: Rozdiely medzi väzbovými energiami pre izotopy železa.



Obr. 4.33: Rozdiely medzi väzbovými energiami pre izotopy niklu.

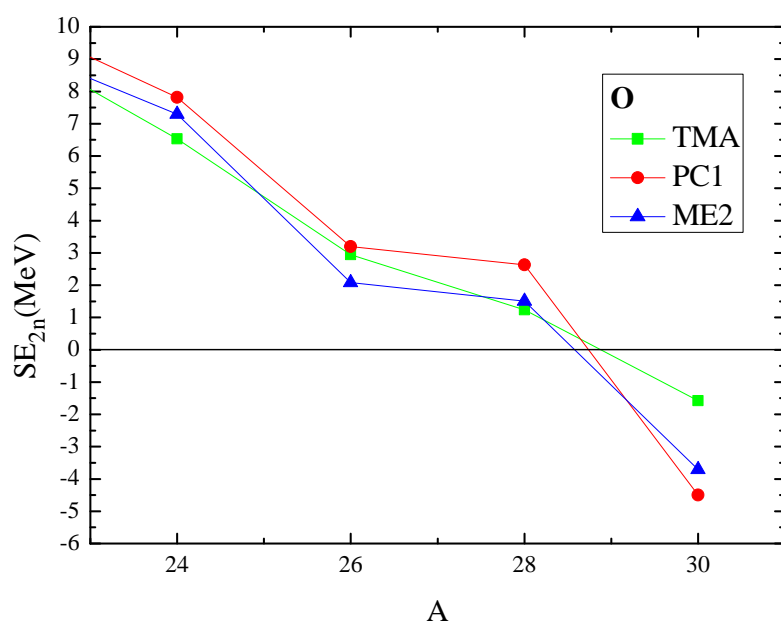
4.4 Poloha neutrónovej hranice stability

Z predchádzajúcich výsledkov je zrejmé, že v schopnosti relativistického jadrového modelu predpovedať vlastnosti neutrónovo bohatých jadier, sme dosiahli najvýraznejší pokrok zavedením izospinovej a hustotne závislej interakcie do modelu. Preto sme sa tieto dva rozvinuté modely rozhodli použiť na predpovedanie polohy neutrónovej hranice stability v skúmaných izotopických reťazcoch. Za týmto účelom sme uskutočnili výpočty väzbových energií jadier s izospinovo závislou interakciou a parametrizáciou TMA a výpočty s hustotne závislou interakciou a parametrizáciami PC1 a ME2 pre ďalšie neutrónovo bohaté jadrá. Z hodnôt ich väzbových energií sme pre každé jadro vypočítali jeho dvojneutrónovú separačnú energiu podľa vzťahu

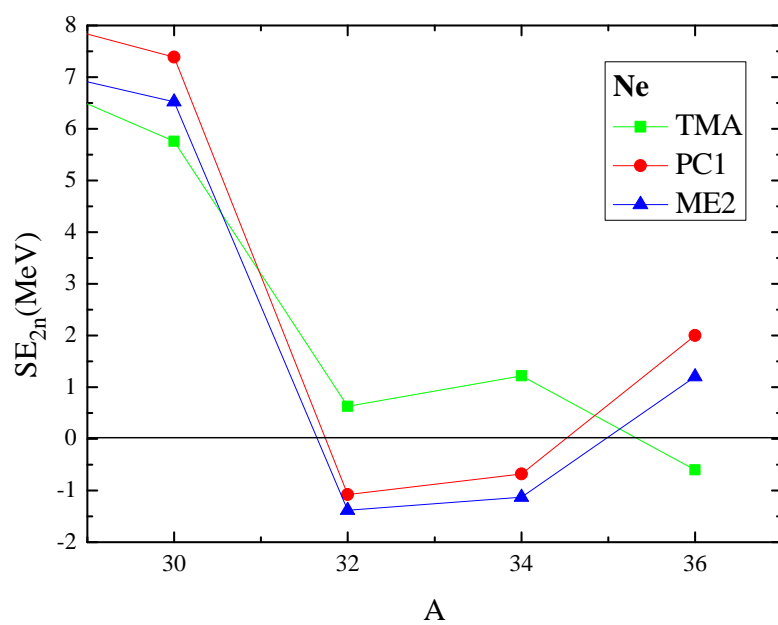
$$SE_{2n}(N, Z) = BE(N, Z) - BE(N - 2, Z). \quad (4.21)$$

Výpočty sme postupne uskutočňovali pre ďalšie izotopy s väčším počtom neutrónov dovtedy, kým nebola vypočítaná dvojneutrónová separačná energia záporná. V izotopickom reťazci kyslíka sa predpovede všetkých troch modelov zhodujú. Všetky predpovedajú kladnú dvojneutrónovú separačnú energiu pre izotop ^{28}O a zápornú dvojneutrónovú separačnú energiu pre izotop ^{30}O (obr. 4.34). V kyslíkovom reťazci je však experimentálne potvrdené, že najťažším viazaným izotopom kyslíka je ^{24}O . V tomto prípade teda musíme konštatovať nesúlad predpovedanej hranice stability s experimentálnymi výsledkami. Situácia pri izotopoch neónu je zložitejšia. Modely s hustotne závislou interakciou s parametrizáciami PC1 a ME2 predpovedajú zápornú dvojneutrónovú separačnú pre izotopy ^{32}Ne a ^{34}Ne . Kládne tak neutrónovú hranicu stability na izotop ^{30}Ne (obr. 4.35). Prekvapujúce je ale zistenie, že dvojneutrónová separačná hodnota ^{36}Ne znova nadobúda kladnú hodnotu. Indikuje to teda zaujímavý efekt, kedy v extrémne neutrónovo bohatej oblasti sú izotopy ^{30}Ne a ^{36}Ne viazané, zatiaľ čo izotopy medzi nimi sú neviazané. Predpoveď modelu s parametrizáciou TMA kládne hranicu stability na jadro ^{34}Ne , čiže pre jadrá neónu sa predpovede týchto dvoch prístupov líšia. Rovnako aj pri jadrách horčíka predpovedá parametrizácia TMA polohu neutrónovej hranice stability ďalej ako parametrizácie PC1 a ME2. Pri výpočtoch s TMA parametrizáciou je posledným izotopom s kladnou dvojneutrónovou separačnou energiou ^{42}Mg , zatiaľ čo pri parametrizáciach PC1

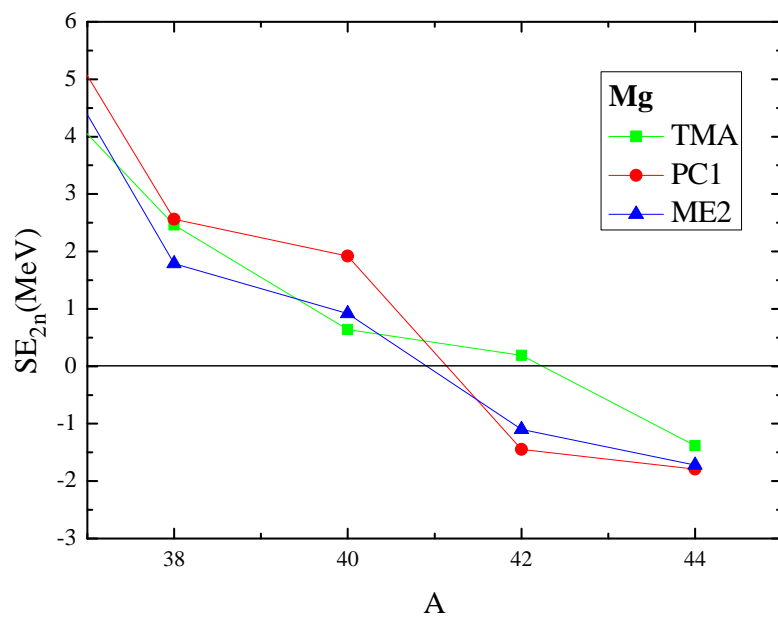
a ME2 je to izotop ^{44}Mg (obr. 4.36). Treba však poznamenať, že dvojneutrová separačná energia ^{42}Mg má síce kladnú ale veľmi malú hodnotu iba 0,19 MeV. V oblasti kremíka sú predpovede všetkých troch prístupov rovnaké a kladú neutrovnú hranicu stability na jadro ^{48}Si (obr. 4.37). Pri jadrách síry sú tiež predpovede všetkých troch modelov rovnaké a jednoznačne predpovedajú, že najťažším viazaným jadrom je ^{56}S (obr. 4.38). Pri argónových izotopoch je kladná vypočítaná dvojneutrová separačná energia až po jadro ^{58}Ar (obr. 4.39). Znova ale treba poznamenať, že záporná hodnota pri parametrizácii TMA je len -0,17 MeV takže aj v tomto prípade môžeme polohu hranice stability považovať len za približnú. Veľmi odlišná situácia je pri izotopoch vápnika, kde parametrizácia ME2 predpovedá najťažšie viazané jadro ^{60}Ca , parametrizácia TMA ^{62}Ca ale parametrizácia PC1 jasne predpovedá kladné hodnoty dvojneutrovej separačnej energie až po ^{68}Ca (obr. 4.40). Aj v tomto prípade si treba všimnúť, že hodnoty získané s parametrizáciou TMA pre ^{64}Ca , ^{66}Ca a ^{68}Ca sú veľmi blízke nule, preto predpovede s touto parametrizáciou nie sú celkom jednoznačné. Pri jadrách titánu sa znova potvrdzuje, že parametrizácia TMA predpovedá hranicu stability výrazne ďalej ako parametrizácie PC1 a ME2. Najťažším jadrom s kladnou dvojneutrovou separačnou energiou pri výpočtoch s TMA parametrizáciou je izotop ^{78}Ti zatiaľ čo pri výpočtoch s parametrizáciami PC1 a ME2 je to izotop ^{72}Ti (obr. 4.41). Pri predpovedaní hranice stability pri jadrách chrómu modely s parametrizáciami TMA a ME2 predpovedajú, že posledný izotop s kladnou dvojneutrovou separačnou energiou je ^{82}Cr zatiaľ čo model s parametrizáciou PC1 predpovedá ľahšie jadro ^{80}Cr . Situácia pri jadrách železa znova potvrdzuje, že model s izospinovo závislou interakciou predpovedá kladné dvojneutrové separačné energie až po izotop ^{96}Cr (obr. 4.42), zatiaľ čo modely s hustotne závislou interakciou predpovedajú kladnú dvojneutrovú separačnú energiu pri parametrizácii PC1 po izotop ^{84}Fe a pri parametrizácii ME2 po izotop ^{86}Fe (obr. 4.43). V prípade izotopického reťazca niklu sú dvojneutrové separačné energie kladné až po ^{98}Ni s výnimkou parametrizácie ME2, kde je to jadro ^{69}Ni . Aj v tomto prípade je ale záporná hodnota v ^{98}Ni len -0,15 MeV takže ja tu sa dá predpovedať, že pravdepodobnejšie bude neutrovná hranica stability na izotope ^{98}Ni (obr. 4.44).



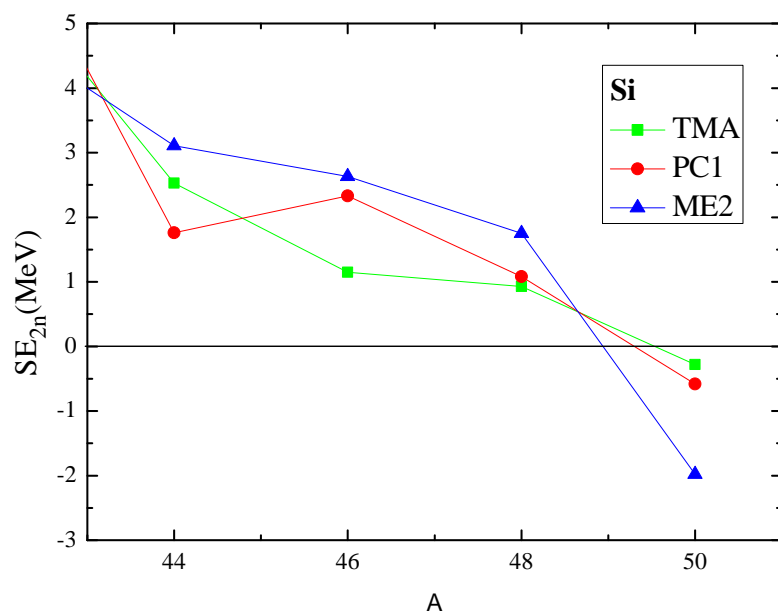
Obr. 4.34: Poloha neutrónovej hranice stability pre izotopy kyslíka.



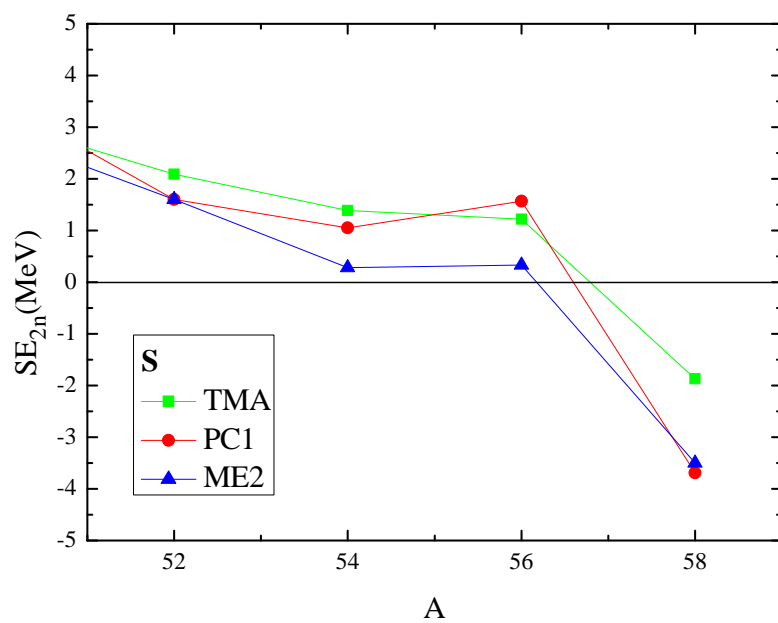
Obr. 4.35: Poloha neutrónovej hranice stability pre izotopy neónu.



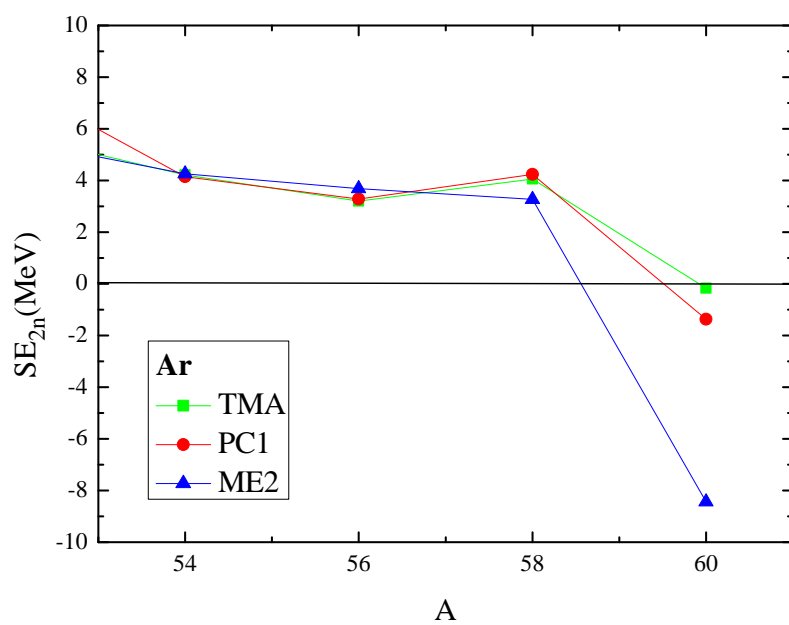
Obr. 4.36: Poloha neutrónovej hranice stability pre izotopy horčíka.



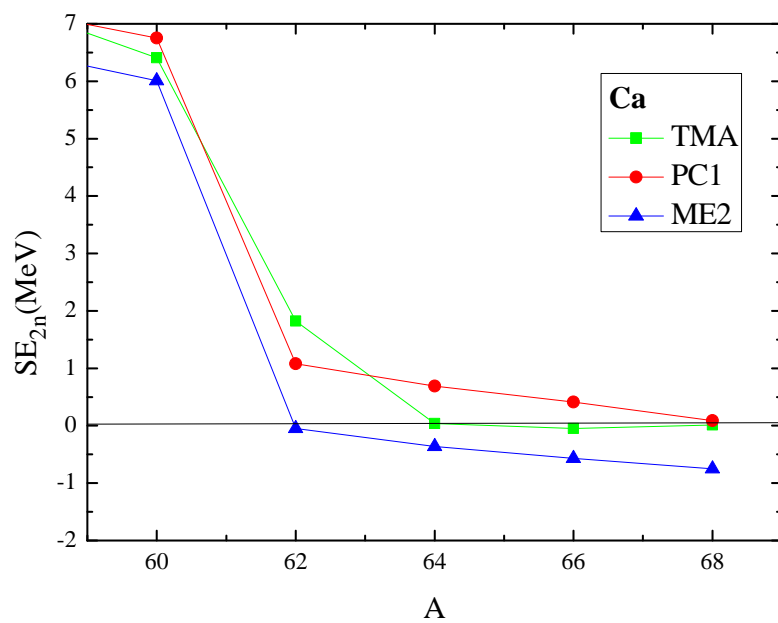
Obr. 4.37: Poloha neutrónovej hranice stability pre izotopy kremíka.



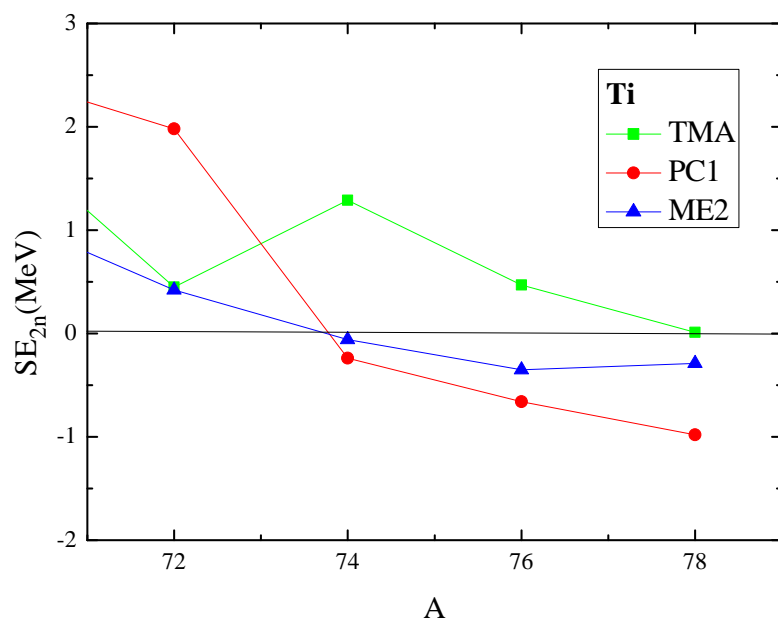
Obr. 4.38: Poloha neutrónovej hranice stability pre izotopy síry.



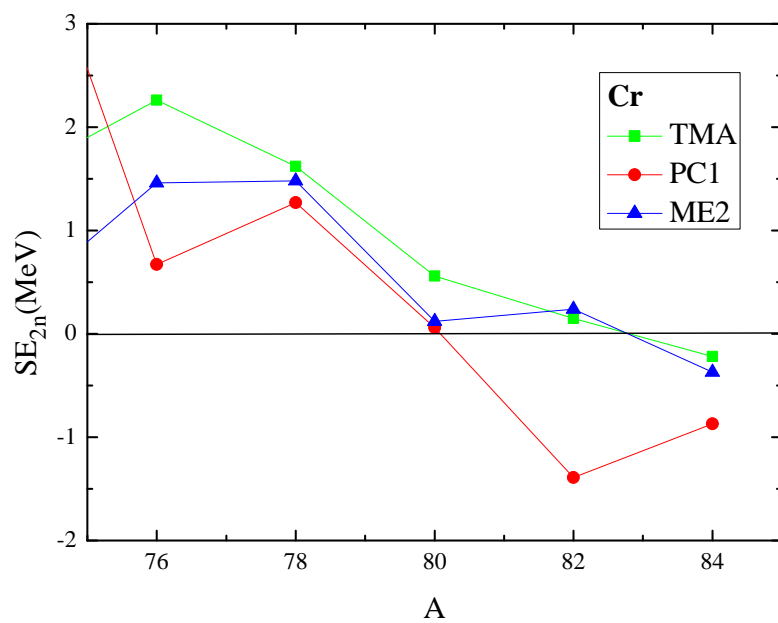
Obr. 4.39: Poloha neutrónovej hranice stability pre izotopy argónu.



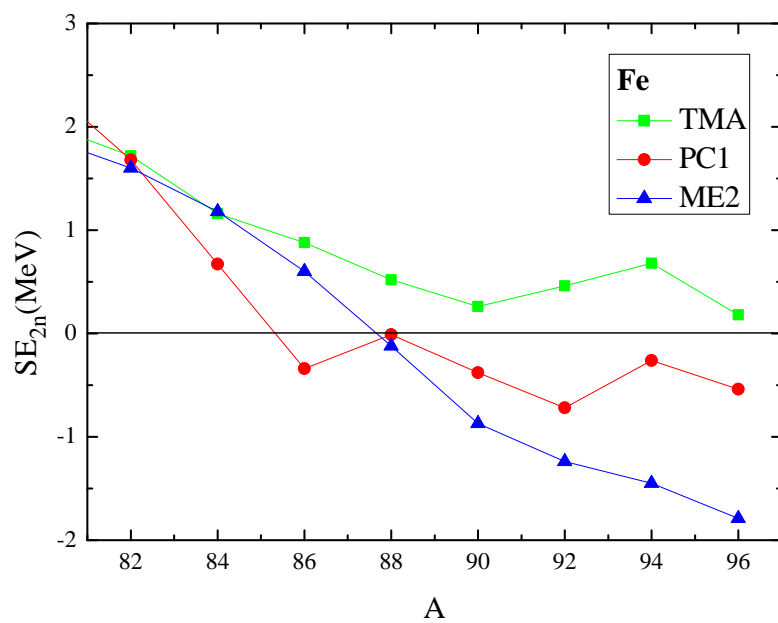
Obr. 4.40: Poloha neutrónovej hranice stability pre izotopy vápnika.



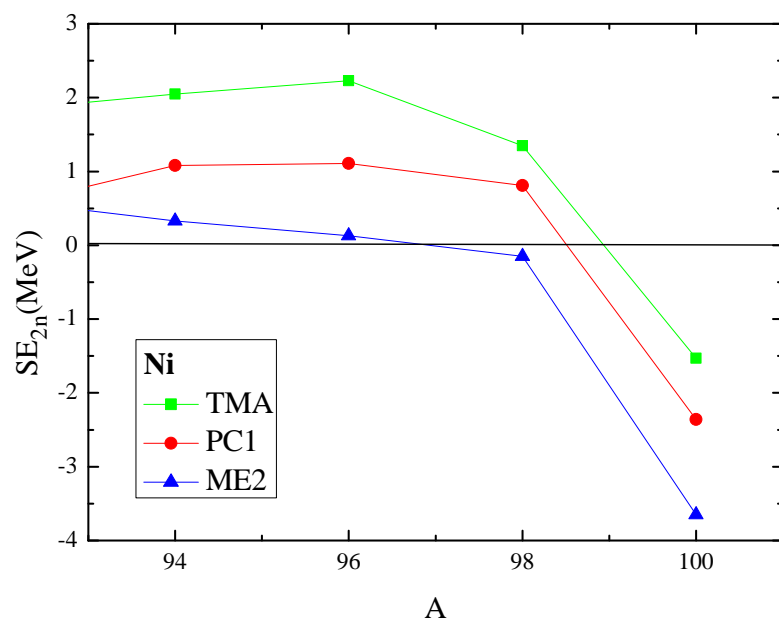
Obr. 4.41: Poloha neutrónovej hranice stability pre izotopy titánu.



Obr. 4.42: Poloha neutrónovej hranice stability pre izotopy chrómu.



Obr. 4.43: Poloha neutrónovej hranice stability pre izotopy železa.



Obr. 4.44: Poloha neutrónovej hranice stability pre izotopy niklu.

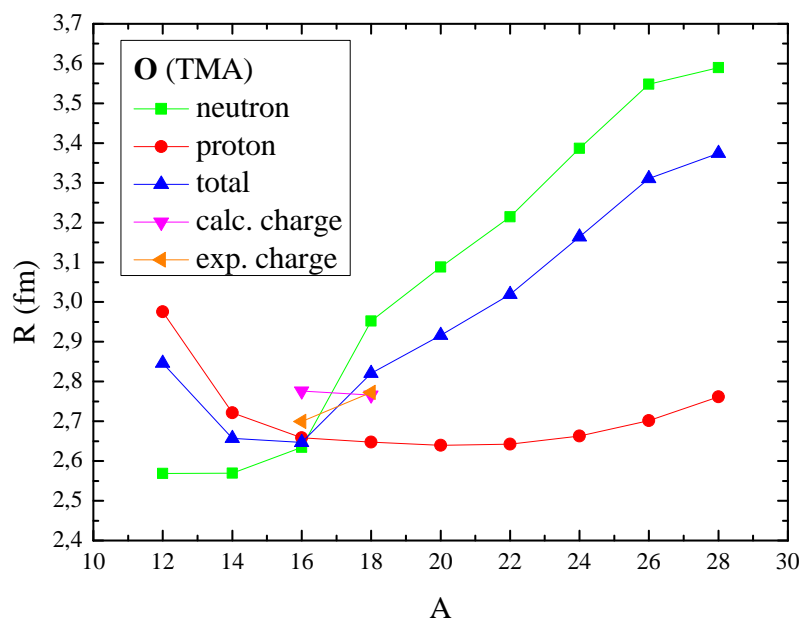
4.5 Formovanie protónovej a neutrónovej kože

Predpovede vytvárania protónovej a neutrónovej kože v exotických jadrách sme uskutočnili na základe výpočtov protónových a neutrónových stredných kvadratických polomerov jadier. Všetky výpočty sme uskutočnili modelom s izospinovo závislou interakciou s parametrizáciou TMA a modelom s hustotne závislou interakciou s parametrizáciami PC1 a ME2. Keďže výsledky získane s parametrizáciami PC1 a ME2 sú veľmi podobné, graficky sú znázornené na obr. 4.60 až obr. 4.81 len výsledky získané s parametrizáciami TMA a ME2.

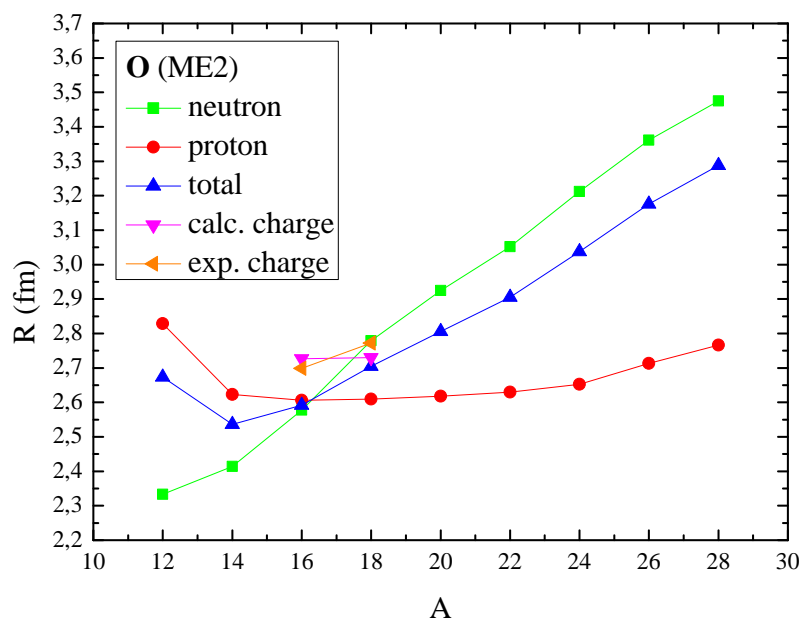
Pri izotopickom reťazci kyslíka (obr. 4.45, obr. 4.46) je vidno, že pri jadre ^{12}O je protónový polomer jadra podstatne väčší ako neutrónový polomer jadra, čo indikuje vytvorenie protónovej kože s hrúbkou 0,4 fm až 0,5 fm v závislosti od použitého modelu. Pri tomto jadre treba vziať do úvahy, že jestvuje len vo forme rezonancie. Ničmenej experimentálne už boli určené viaceré energetické vlastnosti tohto jadra. Pre neutrónovo bohaté jadrá ich neutrónový polomer rýchlo narastá, zatiaľ čo protónový polomer je prakticky stále rovnaký. Výsledkom je formovanie neutrónovej kože, ktorá pre ^{28}O dosahuje 0,6 fm až 0,8 fm. Podobné výsledky boli získané aj pre izotopy neónu (obr. 4.47, obr. 4.48), kde pre ^{16}Ne pozorujeme formovanie protónovej kože s hrúbkou približne 0,6 fm zatiaľ čo neutrónová koža v jadrách s extrémnym prebytkom neutrónov dosahuje pri izotope ^{34}Ne až hodnotu 0,9 fm. Izotopy horčíka (obr. 4.49, obr. 4.50) vykazujú rovnaký trend a rozdiel medzi protónovým a neutrónovým polomerom naznačuje formovanie protónovej kože pre ^{20}Mg s hrúbkou približne 0,6 fm a neutrónovej kože, ktorej hrúbka je úmerná prebytku neutrónov a dosahuje 1,0 fm v jadre ^{42}Mg . Pri izotopoch kremíka (obr. 4.51, obr. 4.52) rozdiel medzi protónovým a neutrónovým polomerom jadra ^{22}Si je od 0,6 fm po 0,8 fm, zatiaľ čo na neutrónovo bohatej strane rastie rozdiel medzi neutrónovým a protónovým polomerom na hodnotu 0,9 fm až 1,1 fm v jadre ^{48}Si . Analogický priebeh vidíme aj pri izotopoch síry (obr. 4.53, obr. 4.54), kde hrúbka protónovej kože v jadre ^{26}S dosahuje 0,4 fm až 0,6 fm a hrúbka neutrónovej kože postupne rastie až po 1,1 fm pri ^{56}S . Pri izotopoch argónu (obr. 4.55, obr. 4.56) je v jadre ^{30}Ar protónový polomer v porovnaní s neutrónovým polomerom väčší o 0,4 fm až 0,5 fm. Priebeh neutrónových polomerov jadier argónu sa po zaplnení neutrónovej šupky 28 začne výrazne

zväčšovať a vytvára vrstvu neutrónovej kože, ktorá dosahuje 1,0 fm pre ^{58}Ar . Pri izotopickom reťazci vápnika (obr. 4.57, obr. 4.58) je protónový polomer jadra väčší ako neutrónový pri ^{34}Ca o 0,3 fm až 0,4 fm. Na neutrónovo bohatej strane je po zaplnení šupky 28 možné pozorovať prudký nárast rozdielu medzi neutrónovým a protónovým polomerom, ktorý dosahuje 0,7 fm až 0,8 fm v jadre ^{66}Ca . Titánové izotopy (obr. 4.59, obr. 4.60) sa na protónovo bohatej strane vyznačujú pri jadre ^{38}Ti protónovým polomerom o 0,4 fm až 0,5 fm väčším ako neutrónový polomer. Polomer neutrónovo bohatých jadier titánu prudko stúpa s dvoma výraznými zlomami, ktoré možno pozorovať pri zaplnení neutrónových šupiek 28 a 50. V jadre ^{76}Ti rozdiel medzi neutrónovým a protónovým polomerom dosahuje hodnotu 0,7 fm až 0,8 fm. Pre izotopy chrómu (obr. 4.61, obr. 4.62) rozdiel medzi protónovým a neutrónovým polomerom jadra ^{42}Cr dosahuje hodnotu 0,3 fm až 0,4 fm a v blízkosti neutrónovej hranice stability dosahuje hrúbka neutrónovej kože v jadre ^{82}Cr hodnotu 0,7 fm až 0,8 fm. Aj v izotopickom reťazci chrómu je vidno zlom v neutrónových polomeroch pri zaplnení neutrónových šupiek 28 a 50. Priebeh polomerov jadier železa (obr. 4.63, obr. 4.64) predpovedá formovanie protónovej kože s hrúbkou 0,3 fm až 0,4 fm v jadre ^{46}Fe na protónovej hranici stability a nárast rozdielov medzi neutrónovými a protónovými polomermi jadier v oblasti neutrónovo bohatých jadier, ktorý dosahuje v jadre ^{94}Fe hrúbku 0,9 fma až 1,0 fm. Posledným skúmaným reťazcom sú izotopy niklu (obr. 4.65, obr. 4.66), kde rozdiel 0,3 fm až 0,4 fm medzi protónovým polomerom a neutrónovým polomerom na protónovej hranici stability v jadre ^{48}Ni indikuje formovanie protónovej kože. Nárast rozdielu medzi neutrónovým a protónovým polomerom jadier s pribúdajúcim počtom neutrónov dosahuje až 0,8 až 0,9 fm v jadre ^{98}Ni . Zaujímavou črtou neutrónových aj totálnych polomerov exotických jadier je, že pri takmer všetkých parametrizáciách pozorujeme zlomy v celkovom trende závislosti polomerov od A pri zaplnení magických vrstiev ($1f_{7/2}$ pre $N=28$ a $1g_{9/2}$ pre $N=50$). Porovnanie vypočítaných polomerov jadier s experimentálnymi hodnotami neutrónových, protónových alebo celkových polomerov je pomerne komplikované. Príčinou je, že tieto experimentálne hodnoty sú k dispozícii len pre málo izotopov a aj tam kde sú namerané, závisia od modelu použitého na analýzu účinných prierezov. Porovnanie protónových, neutrónových a celkových polomerov jadier s experimen-

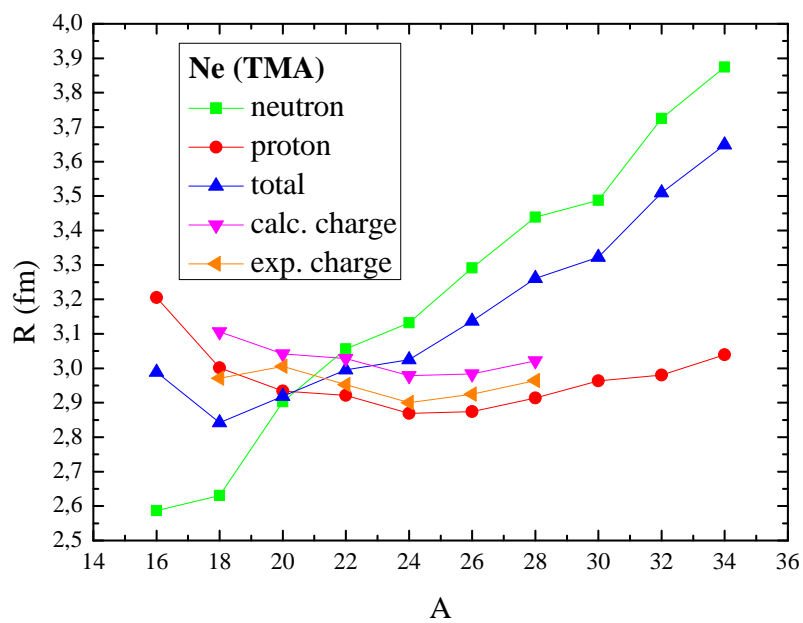
tálnymi hodnotami pre izotopy argónu [94] je na obr. 67 a obr. 68. Vidíme, že celkový trend je zachovaný, vypočítané hodnoty polomerov jadier sú však o niečo vyššie ako experimentálne hodnoty. Súlad pre nábojové polomery bol však podstatne lepší ako v tomto prípade.



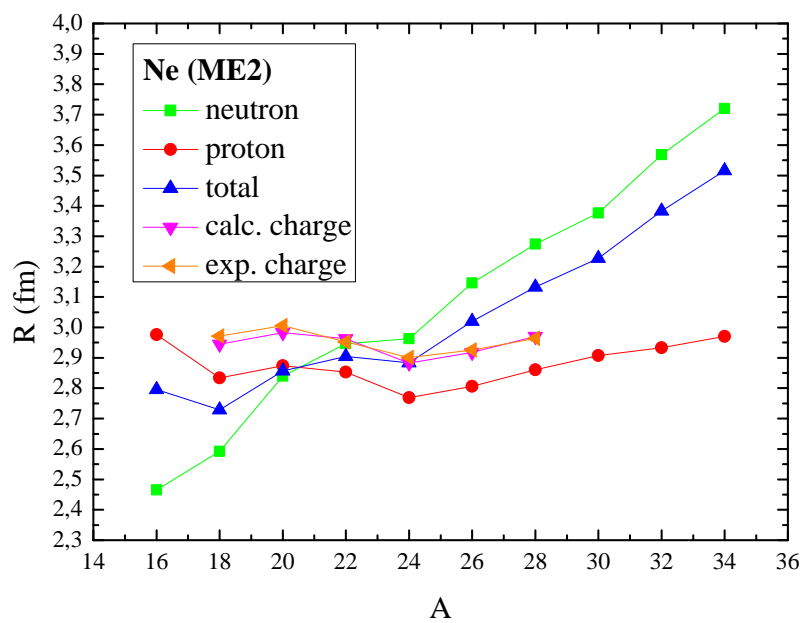
Obr. 4.45: Polomery izotopov kyslíka vypočítané s parametrami TMA.



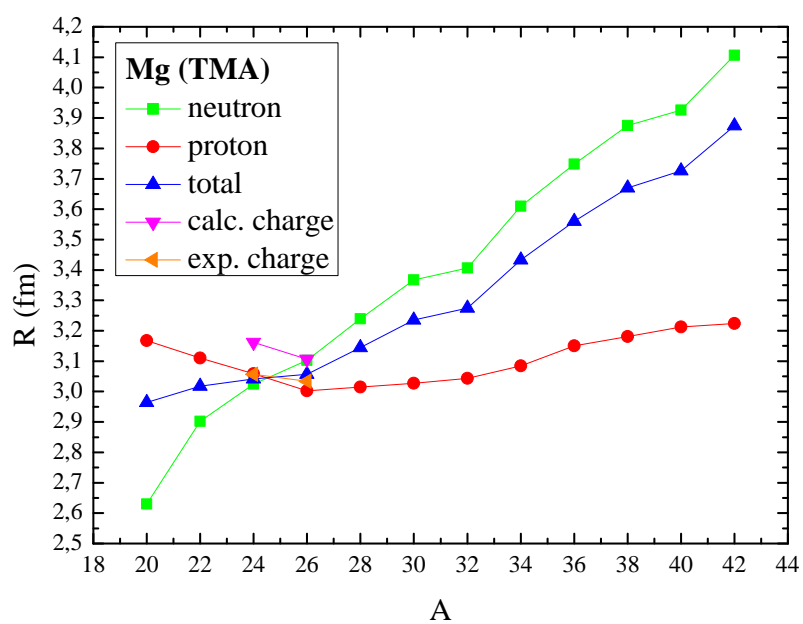
Obr. 4.46: Polomery izotopov kyslíka vypočítané s parametrami ME2.



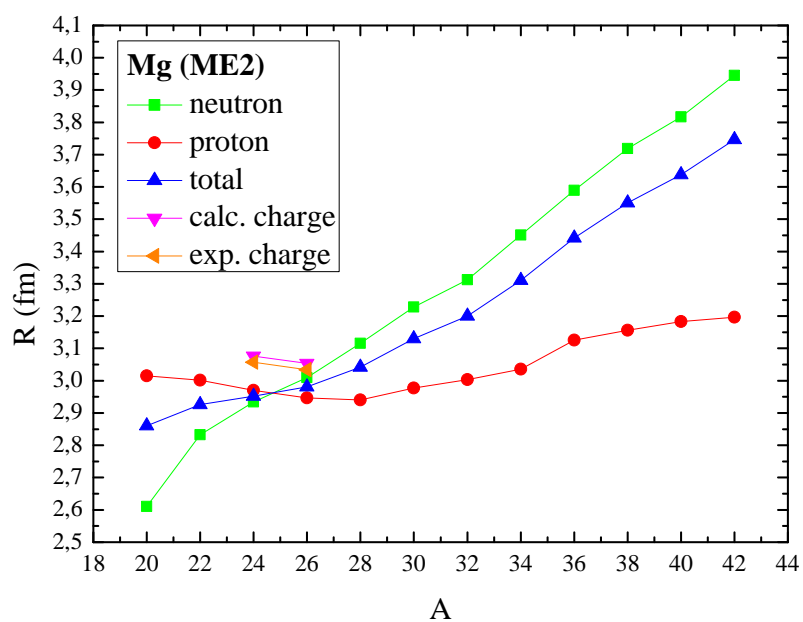
Obr. 4.47: Polomery izotopov neónu vypočítané s parametrami TMA.



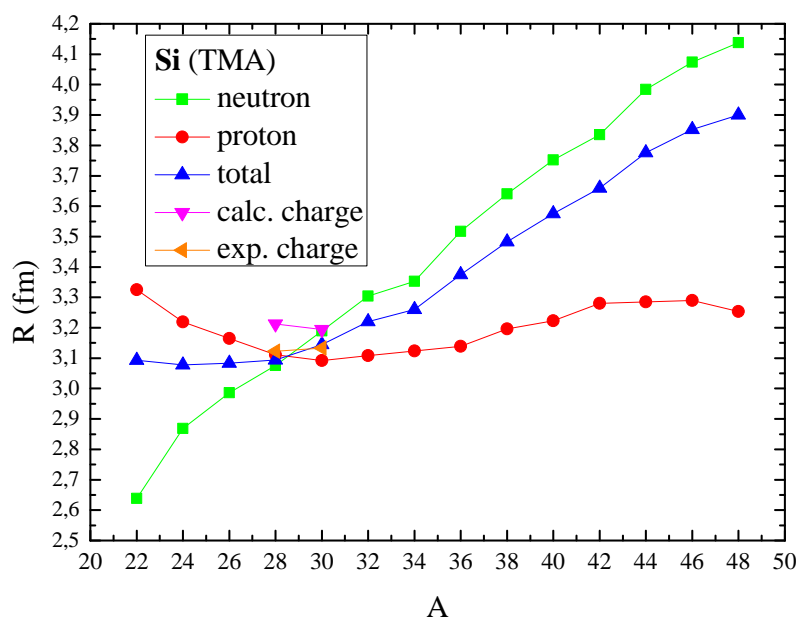
Obr. 4.48: Polomery izotopov neónu vypočítané s parametrami ME2.



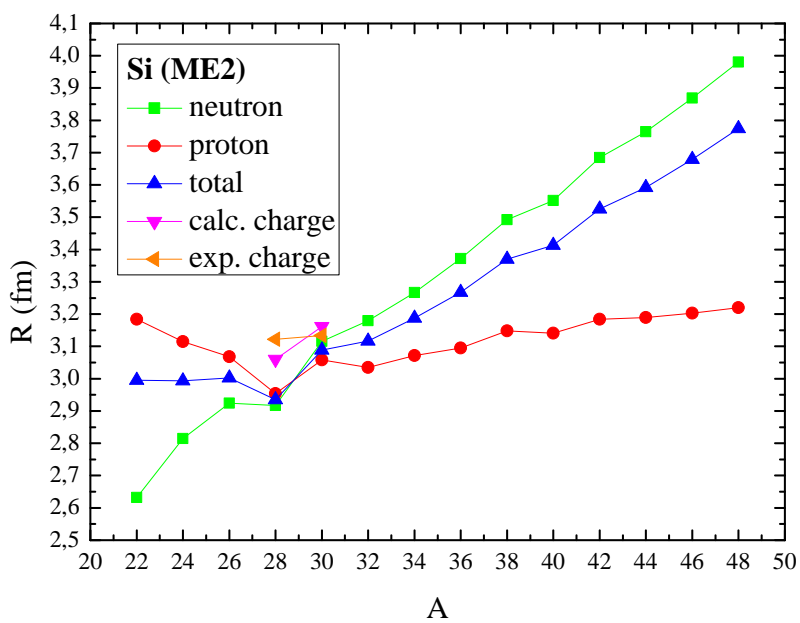
Obr. 4.49: Polomery izotopov horčíka vypočítané s parametrami TMA.



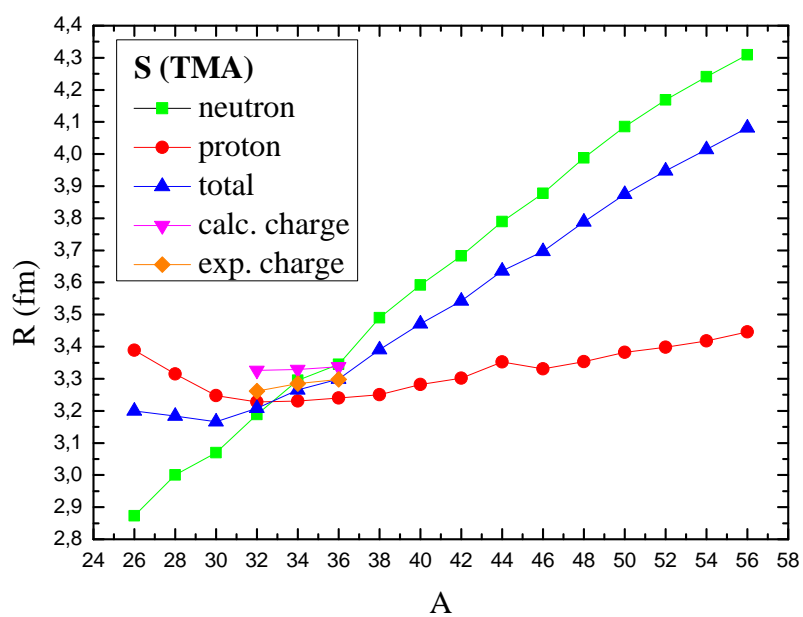
Obr. 4.50: Polomery izotopov horčíka vypočítané s parametrami ME2.



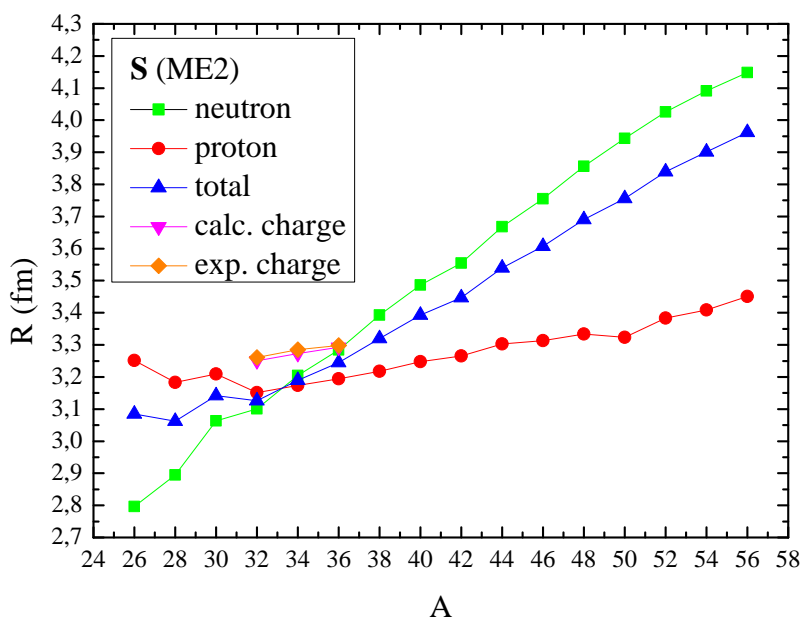
Obr. 4.51: Polomery izotopov kremíka vypočítané s parametrami TMA.



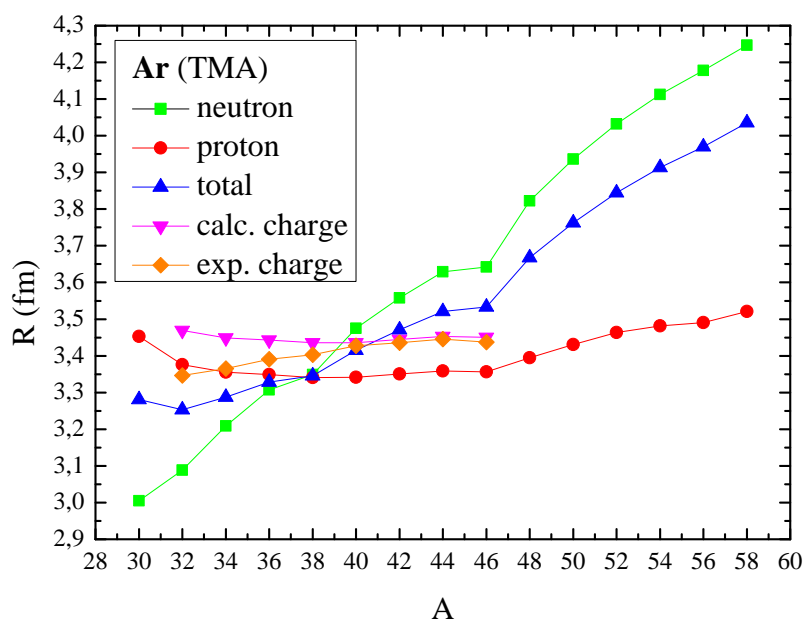
Obr. 4.52: Polomery izotopov kremíka vypočítané s parametrami ME2.



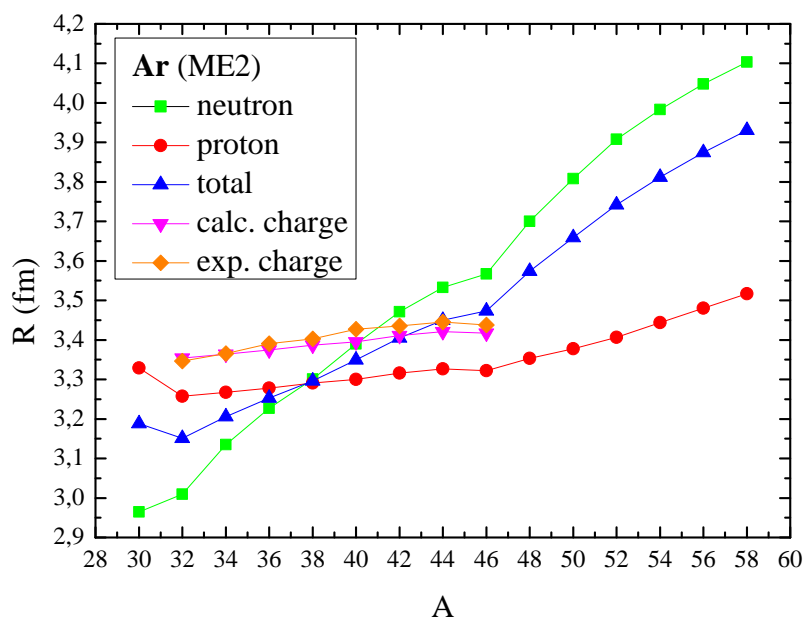
Obr. 4.53: Polomery izotopov síry vypočítané s parametrami TMA.



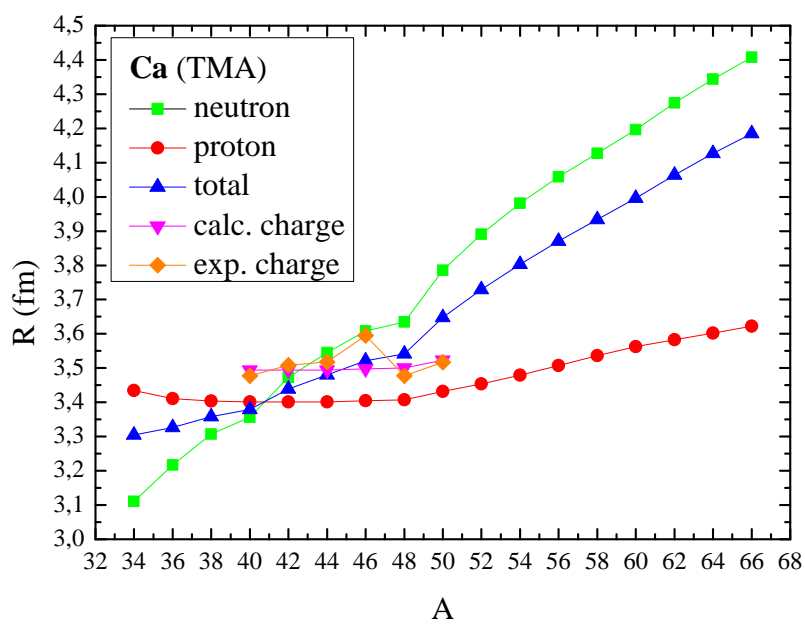
Obr. 4.54: Polomery izotopov síry vypočítané s parametrami ME2.



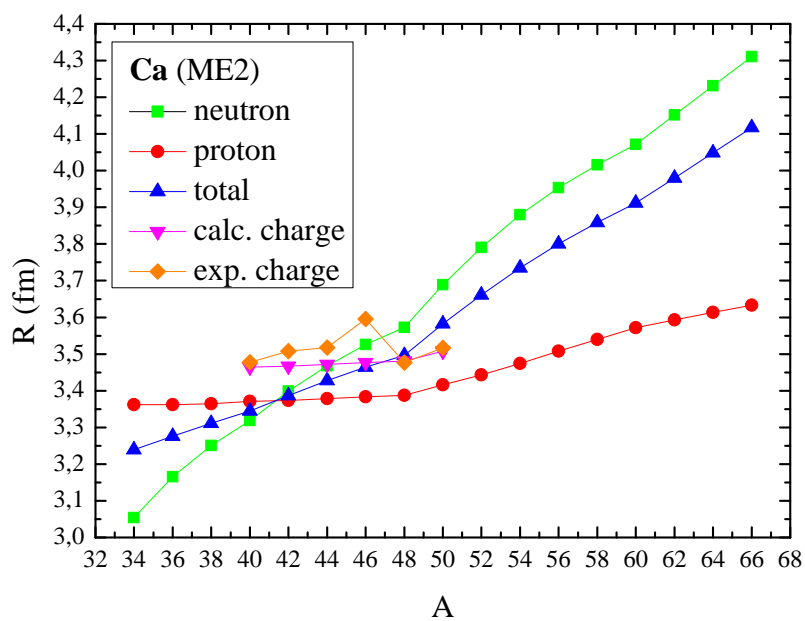
Obr. 4.55: Polomery izotopov argónu vypočítané s parametrami TMA.



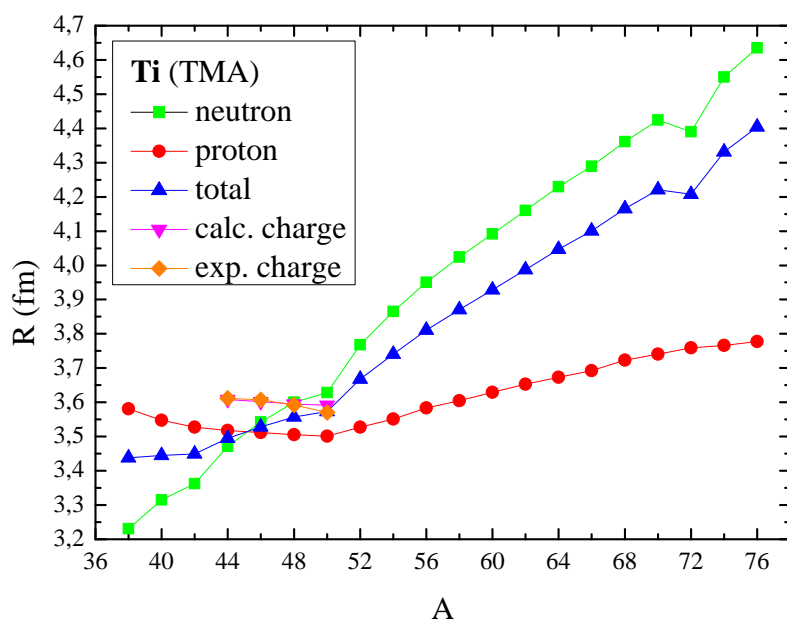
Obr. 4.56: Polomery izotopov argónu vypočítané s parametrami ME2.



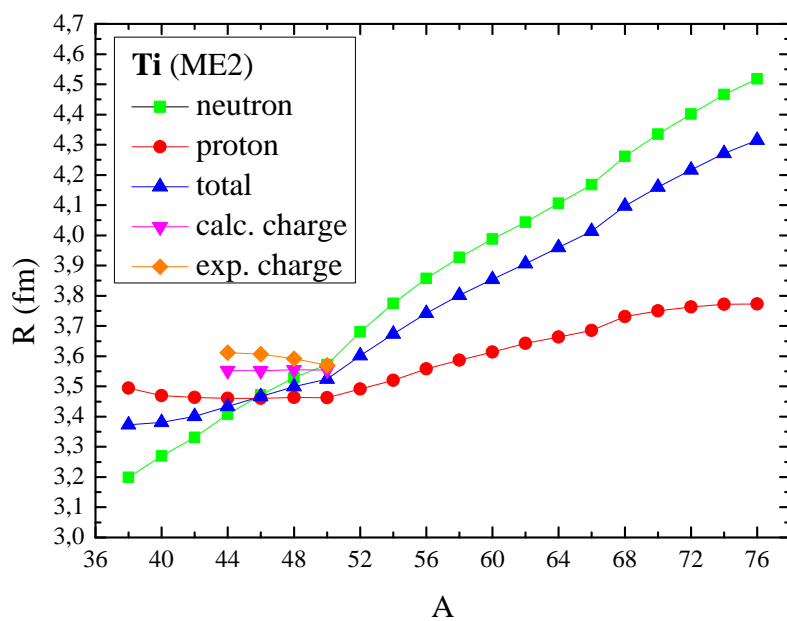
Obr. 4.57: Polomery izotopov vápnika vypočítané s parametrami TMA.



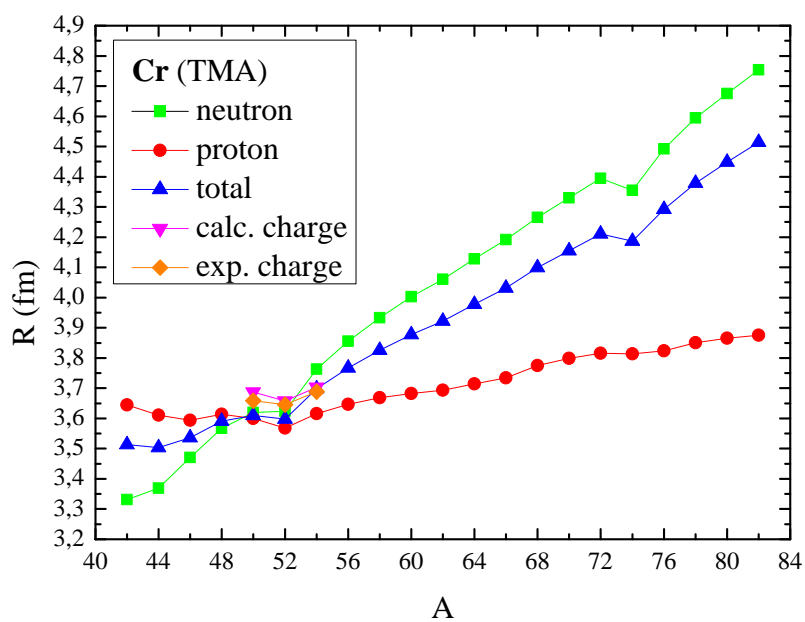
Obr. 4.58: Polomery izotopov vápnika vypočítané s parametrami ME2.



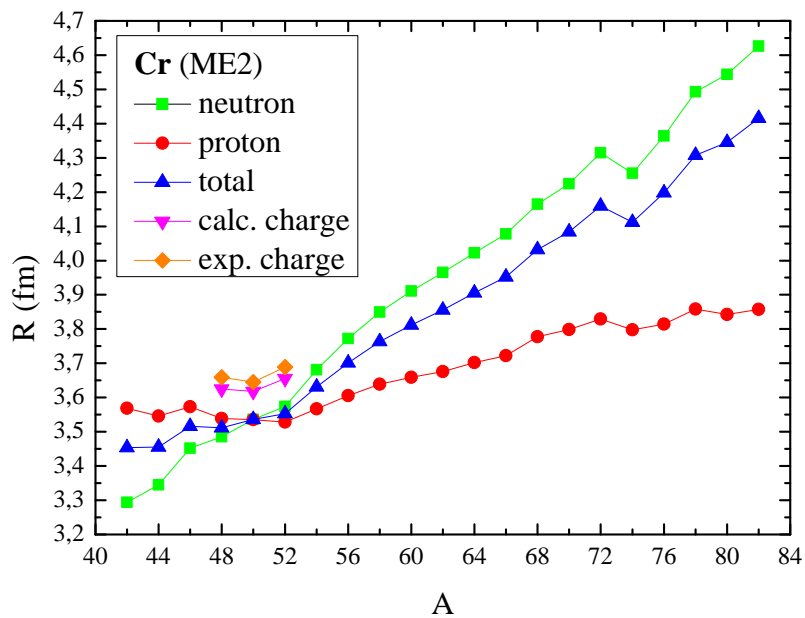
Obr. 4.59: Polomery izotopov titánu vypočítané s parametrami TMA.



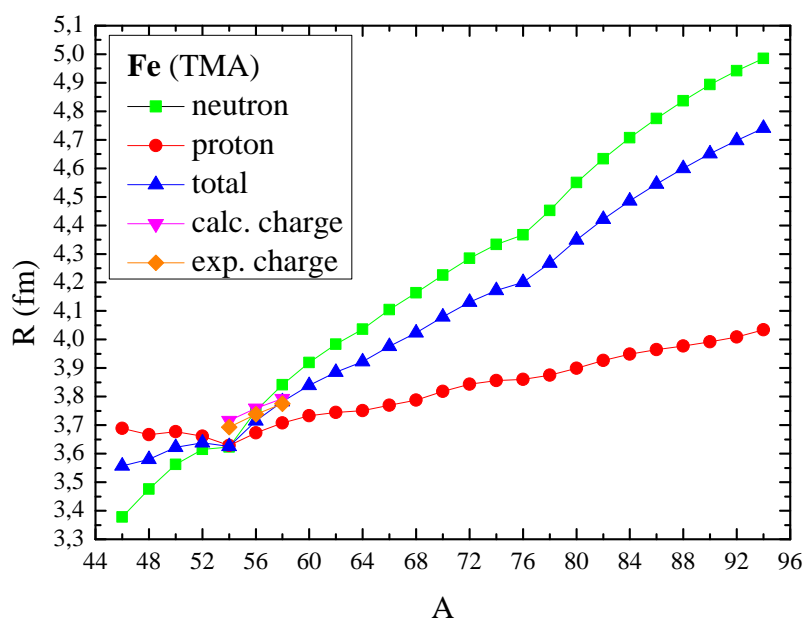
Obr. 4.60: Polomery izotopov titánu vypočítané s parametrami ME2.



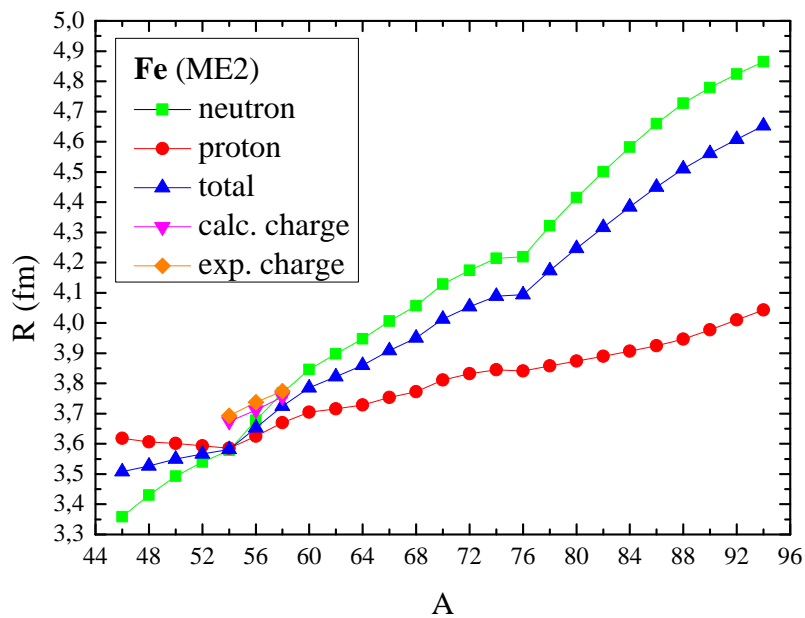
Obr. 4.61: Polomery izotopov chrómu vypočítané s parametrami TMA.



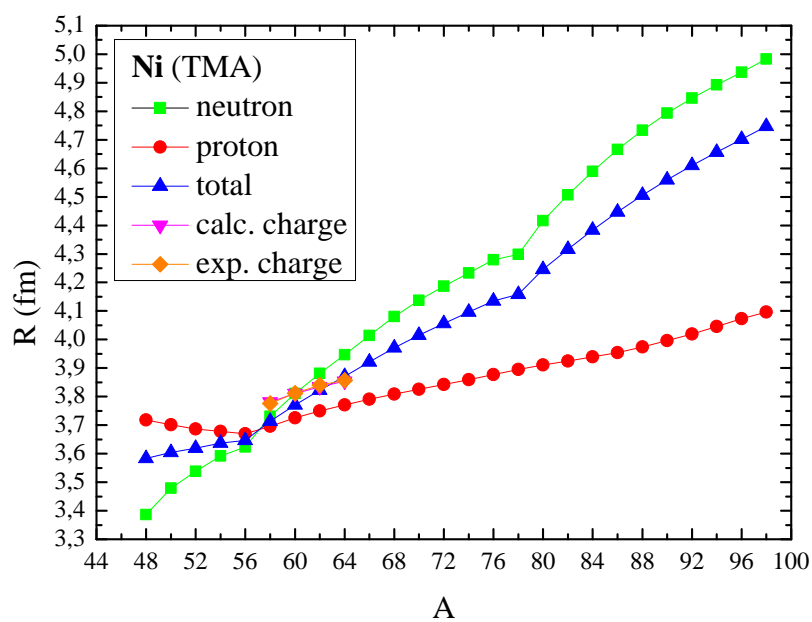
Obr. 4.62: Polomery izotopov chrómu vypočítané s parametrami ME2.



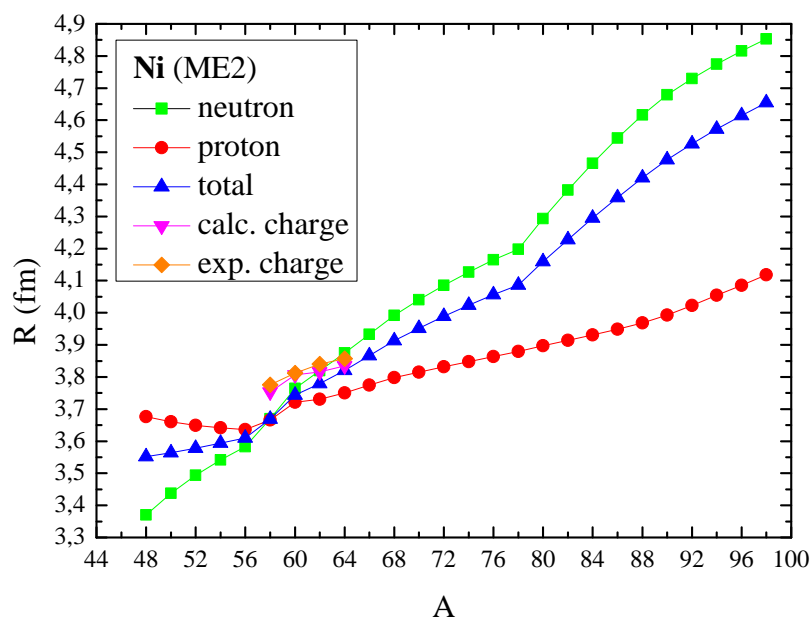
Obr. 4.63: Polomery izotopov železa vypočítané s parametrami TMA.



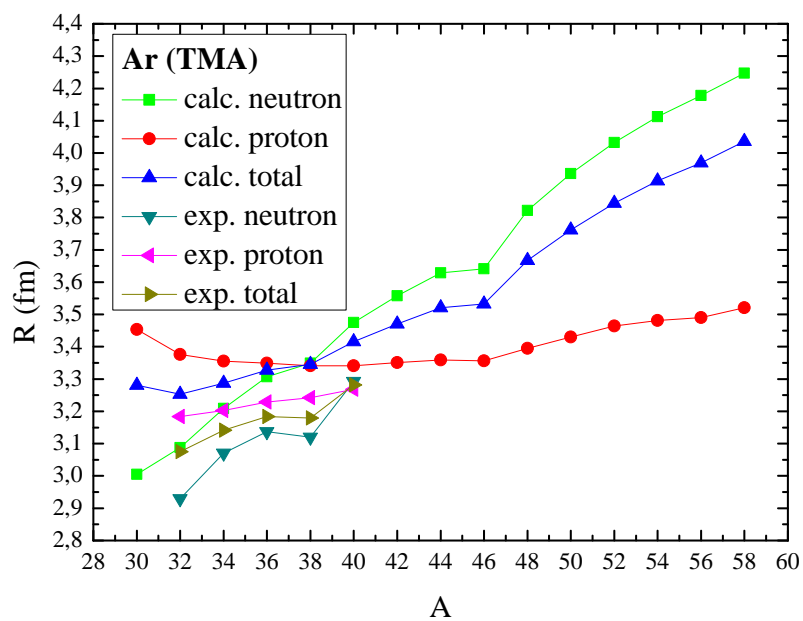
Obr. 4.64: Polomery izotopov železa vypočítané s parametrami ME2.



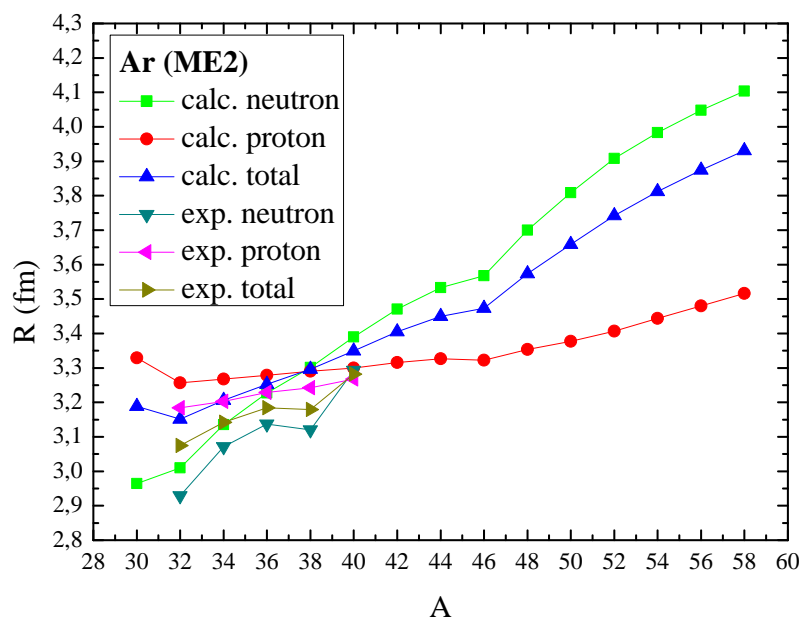
Obr. 4.65: Polomery izotopov niklu vypočítané s parametrami TMA.



Obr. 4.66: Polomery izotopov niklu vypočítané s parametrami ME2.



Obr. 4.67: Polomery izotopov argónu vypočítané s parametrami TMA.



Obr. 4.68: Polomery izotopov argónu vypočítané s parametrami ME2.

Kapitola 5

Záver

Na základe výsledkov, ktoré sme získali v rámci dizertačnej práce, môžeme vyvodiť nasledujúce závery:

- Predpovede relativistického jadrového modelu v jeho základnom tvare sa vyznačujú systematickými odchýlkami od experimentálnych údajov. Model v oblasti neutrónovo bohatých jadier predpovedá príliš vysoké hodnoty väzbových energií, zatiaľ čo v oblasti okolo jadra $N=Z$ sú predpovede pre väzbové energie príliš nízke. Podobné výsledky priniesli obidve parametrizácie modelu NL3* aj NL-BA z čoho vyplýva, že fitovanie novej sady parametrov pre model nevedie ku výraznému zlepšeniu predpovedí modelu. Zároveň porovnanie s výsledkami Skyrmeho-Hartreeho-Fockovho modelu poukazuje na potrebu vylepšiť relativistický jadrový model vytvorením komplexnejšieho modelu.
- Rozšírenie modelu zahrnutím ω -selfinterakcie neprinieslo vylepšenie súladu výsledkov modelu s experimentálnymi dátami.
- Rozšírenie modelu zahrnutím $\omega\rho$ -crossinterakcie prinieslo zlepšenie predpovedí modelu v oblasti neutrónovo bohatých jadier, tento pokrok však nie je veľmi výrazný a odchýlky v oblasti okolo $N=Z$ zavedenie $\omega\rho$ -crossinterakcie nevyriešilo.
- Zlepšenie predpovedí modelu je možné dosiahnuť vytvorením lokálnej parametrizácie modelu. Výsledky získané v oblasti od kyslíka po vápnik s parametrizáciou TM2 rovnako ako výsledky získané s parametrizáciou TM1 v oblasti

od vápnika po nikel sa vyznačujú lepším súhlasom s experimentálnymi údajmi ako globálne parametrizácie NL3*, NL-BA alebo FSU2.

- Zavedenie izospinovej závislosti do relativistického jadrového modelu zlepšilo súlad výsledkov modelu s experimentálnymi dátami v oblasti okolo $N=Z$ jadra len mierne, zato v oblasti neutrónovo bohatých jadier došlo k výraznému zlepšeniu predpovedí modelu.
- Zavedenie hustotnej závislosti do relativistického jadrového modelu v rámci obidvoch prístupov, aj modelu mezónovej výmeny aj modelu jednobodovej interakcie zlepšilo súlad výsledkov modelu s experimentálnymi dátami. V oblasti okolo $N=Z$ jadra je toto zlepšenie len mierne, zato v oblasti neutrónovo bohatých jadier došlo k veľmi výraznému zlepšeniu predpovedí modelu. Pri vzájomnom porovnaní výsledkov parametrizácií ME2 a PC1, môžeme povedať, že v neutrónovo bohatej oblasti sú výsledky s parametrizáciou ME2 väčšinou bližšie experimentálnym hodnotám ako výsledky s parametrizáciou PC1.
- Výpočty dvojneutrónových väzbových energií s izospinovo závislou interakciou s parametrizácie TMA predpovedajú, že neutrónová hranica stability leží na jadrách ^{28}O , ^{34}Ne , ^{42}Mg , ^{48}Si , ^{56}S , ^{58}Ar , ^{62}Ca , ^{78}Ti , ^{82}Cr , ^{96}Fe a ^{98}Ni .
- Výpočty dvojneutrónových väzbových energií hustotne závislou interakciou s parametrizácie PC1 predpovedajú, že neutrónová hranica stability leží na jadrách ^{28}O , ^{30}Ne , ^{40}Mg , ^{48}Si , ^{56}S , ^{58}Ar , ^{68}Ca , ^{72}Ti , ^{80}Cr , ^{84}Fe a ^{98}Ni .
- Výpočty dvojneutrónových väzbových energií hustotne závislou interakciou s parametrizácie ME2 predpovedajú, že neutrónová hranica stability leží na jadrách ^{28}O , ^{30}Ne , ^{40}Mg , ^{48}Si , ^{56}S , ^{58}Ar , ^{60}Ca , ^{72}Ti , ^{82}Cr , ^{86}Fe a ^{96}Ni .
- Aj keď vo väčšine prvkov je poloha neutrónovej hranice stability určená pomocou jednotlivých modelov rovnaká, v niektorých sa odlišuje a tu môžeme pozorovať, že modely s hustotne závislou interakciou predpovedajú polohu neutrónovej línie stability bližšie ku hranici stability ako model s izospinovo závislou interakciou.

- Všetky modely zhodne predpovedajú výrazne väčší protónový polomer ako neutrónový polomer v jadrách v blízkosti protónovej hranice stability. Tento rozdiel závisí od prvku a od použitého modelu a indikuje vytváranie protónovej kože v týchto jadrách s hrúbkou 0,3 fm až 0,6 fm.
- Všetky modely zhodne predpovedajú výrazne väčší neutrónový polomer ako protónový polomer v jadrách v blízkosti neutrónovej hranice stability. Tento rozdiel závisí od prvku a od použitého modelu a indikuje vytváranie neutrónovej kože v týchto jadrách s hrúbkou 0,7 fm až 1,1 fm.
- U väčšiny parametrizácií môžeme v predpovediach neutrónových polomerov pozorovať zlomy pri zaplnení magických vrstiev ($1f_{7/2}$ pre $N=28$ a $1g_{9/2}$ pre $N=50$).
- Aj keď sú výsledky výpočtov pre polomery jadier s jednotlivými modelmi podobné, môžeme pozorovať, že modely s hustotne závislou interakciou systematicky predpovedajú menšie polomery jadier ako model s izospinovo závislou interakciou.

Literatúra

- [1] ŠTOLL, I. Dejiny fyziky. *Dejiny fyziky*. Praha : Prometheus, 2009. ISBN 978-80-7196-375-2.
- [2] JOHNSON, M. H. - TELLER, E. 1955. Classical Field Theory of Nuclear Forces. In *Physical Review*. 1955, vol. 98, p. 783-787.
- [3] DUERR, H. P. - TELLER, E. 1956. Interaction of Antiproton with Nuclear Fields. In *Physical Review*. 1956, vol. 101, p. 494-495.
- [4] WALECKA, J. D. 1974. A Theory of Highly Condensed Matter. In *Annals of Physics* 1974, vol. 83, p. 491-529.
- [5] LEJA, J. 1998. Teoretické štúdium jadrového halo pre izotopy kyslíka. *Diplomová práca*. Bratislava : Univerzita Komenského, 1998.
- [6] LEJA, J. 2011. Opis ľahkých jadier v rámci relativistického modelu stredného poľa. *Rigorózna práca*. Bratislava : Univerzita Komenského, 2011.
- [7] SEROT, B. D. - WALECKA, J. D. 1986. The Relativistic Nuclear Many-Body Problem. In *Advances in Nuclear Physics*. 1986, vol. 16, p. 1-327.
- [8] SAVUSHKIN, L. N. - TOKI, H. 2004. *The Atomic Nucleus as a Relativistic System*. Berlin Heidelberg : Springer-Verlag, 2004. ISBN 3-540-40492-9.
- [9] GREINER, W. - MARUHN, J. A. 1996. *Nuclear Models*. Berlin Heidelberg : Springer-Verlag, 1996. ISBN 3-540-59180-X.
- [10] BROCKMANN, R. - MACHLEIDT, R. 1984. Nuclear Saturation in a Relativistic Brueckner-Hartree-Fock Approach. In *Physics Letters B*. 1984, vol. 149, p. 283-287.

- [11] TER HAAR, B. - MALFLIET, B. 1986. The Single-Particle Interaction in Nuclear Matter Via the Relativistic Dirac-Brueckner Approach. In *Physics Letters B*. 1986, vol. 172, p. 10-16.
- [12] REINHARD, P. G. 1989. The Relativistic Mean-Field Description of Nuclei and Nuclear Dynamics. In *Reports on Progress in Physics*. 1989, vol. 52, p. 439-514.
- [13] RING, P. 1996 Relativistic Mean Field Theory in Finite Nuclei. In *Progress in Particle and Nuclear Physics* 1996, vol. 37, p. 193-263.
- [14] YADAV, H. L. - KAUSHIK, M. - TOKI H. 2004. Description of Drip-Line Nuclei within the Relativistic Mean Field Plus BCS Approach. In *International Journal of Modern Physics E*. 2004, vol. 13, p. 647-696.
- [15] GENG, L. S. ET AL. 2004. Proton and Neutron Skins of Light Nuclei within the Relativistic Mean Field Theory. In *Nuclear Physics A*. 2004, vol. 730, p. 80-94.
- [16] FERREIRA, L.S. - LOPES, M.C. - MAGLIONE, E. 2007. Decays of Drip-Line Nuclei. In *Progress in Particle and Nuclear Physics*. 2007, vol. 59, p. 418-424.
- [17] THOENNESSEN, M. 2004. Reaching the Limits of Nuclear Stability. In *Reports on Progress in Physics*. 2004, vol. 67, p. 1187-1232.
- [18] BASDEVANT, J.L. - RICH, J. - SPIRO, M. 2004. *Fundamentals in Nuclear Physics*. New York : Springer Science, 2005. ISBN 0-387-01672-4.
- [19] TANIHATA, I. 1995. Nuclear Structure Studies from Reaction Induced by Radioactive Nuclear Beams. In *Progress in Particle and Nuclear Physics*. 1995, vol. 35, p. 505-573.
- [20] TANIHATA I. 1996. Neutron Halo Nuclei. In *Journal of Physics G*. 1996, vol. 22, p. 157-198.

- [21] SORLIN, O. - PORQUET, M. G. 2008 Nuclear Magic Numbers: New Features far From Stability. In *Progress in Particle and Nuclear Physics*. 2008, vol. 61, p. 602-673.
- [22] JOHNSON, B. 2004. Light Dripline Nuclei. In *Physics Reports*. 2004, vol. 389, p. 1-59.
- [23] RAVN, H. L. 1979. Experiments with Intense Secondary Beams of Radioactive Ions. In *Physics Reports* 1979, vol. 54, p. 201-259.
- [24] MISHIN, V. I. ET AL. 1993. Chemically selective Laser Ion-Source for the CERN-ISOLDE On-Line Mass Separator Facility. In *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research B*. 1993, vol. 73, p. 550-560.
- [25] VAN DUPPEN, P. ET AL. 1992. Production, Acceleration and use of radioactive Ion Beams at Louvain-la-Neuve. In *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research B*. 1992, vol. 70, p. 393-397.
- [26] VILLARI, A. C. C. 2001. The Accelerated ISOL technique at the SPIRAL Project. In *Nuclear Physics A* 2001, vol. 693, p. 465-476.
- [27] HABS, D. ET AL. 2000. The REX-ISOLDE Project. In *Hyperfine Interactions* 2000, vol. 129, p. 43-66.
- [28] GEISSEL, H. - MÜNTYENBERGER, G. - RIISAGER, K. 1995. Secondary Exotic Nuclear Beams. In *Annual Review of Nuclear and Particle Science*. 1995, vol. 45, p. 163-203.
- [29] SYMONS, T. J. M. 1979. Observation of New Neutron-Rich Isotopes by Fragmentation of 205-MeV/Nucleon ^{40}Ar . In *Physical Review Letters*. 1979, vol. 42, p. 33-36.
- [30] MUELLER, A. C. - ANNE, R. 1991. Production of and Studies with Secondary Radioactive Ion Beams at LISE. In *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research B*. 1991, vol. 56-57, p. 559-563.
- [31] KUBO, T. ET AL. 1992. The RIKEN Radioactive Beam Facility. In *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research B*. 1992, vol. 70, p. 309-319

- [32] MORRISSEY, D. J. ET AL. 2003. Commissioning the A1900 projectile Fragment Separator. In *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research B*. 2003, vol. 204, p. 90-96.
- [33] GEISSEL, ET AL. 1992. The GSI Projectile Fragment Separator (FRS): A Versatile Magnetic System for Relativistic Heavy Ions. In *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research B*. 1992, vol. 70, p. 286-297.
- [34] NAZAREWICZ, W. - CASTEN, F. 2001. Physics at the Rare Isotope Accelerator (RIA): Exploring the Nuclear Landscape. In *Nuclear Physics A*. 2001, vol. 682, p. 295-309.
- [35] ROSNER, G. 2007. Future Facility: Fair at GSI. In *Nuclear Physics B*. 2007, vol. 167, p. 77-81.
- [36] SCHMIDT, K. H. ET AL. 2007. Benefits of Extended Capabilities of the Driver Accelerator for EURISOL. In *Physical Review Special Topics: Accelerators and Beams*. 2007, vol. 10, p. 0147101
- [37] JÜRGEN KLUGE, H. 2002. Atomic Physics Techniques Applied to Nuclear Physics. In *Nuclear Physics A*. 2002, vol. 701, p. 495-502.
- [38] HERFURTH, F. ET AL. 2002. Extension of Penning-Trap Mass Measurements to Very Short-Lived Nuclides. In *Nuclear Physics A*. 2002, vol. 701, p. 516-519.
- [39] TOADER, C. ET AL. 2002. First Results of a High Precision Mass Measurement Program for Very Short-Lived Nuclides. In *Nuclear Physics A*. 2002, vol. 701, p. 184-187.
- [40] JOHNSON, B. 2001. Beta-Decay of Exotic Nuclei. In *Nuclear Physics A*. 2001, vol. 693, p. 77-89.
- [41] OZAWA, A. - SUZUKI, T. - TANIHATA I. 2002. Nuclear Size and Related Topics. In *Nuclear Physics A*. 2001, vol. 693, p. 32-62.

- [42] EGELHOF, P. 2001. Nuclear Matter Distributions of Neutron-Rich Halo Nuclei from Intermediate Energy Elastic Proton Scattering in Inverse Kinematics. In *Progress in Particle and Nuclear Physics*. 2001, vol. 46, p. 307-316.
- [43] HANSEN, P. G. - SHERILL, B. M. 2001. Reactions and Single-Particle Structure of Nuclei Near the Drip Lines. In *Nuclear Physics A*. 2001, vol. 693, p. 133-168
- [44] CATFORD, W. N. 2002. Nucleon Transfer Studies with Radioactive Beams. In *Nuclear Physics A*. 2002, vol. 701, p. 1-6.
- [45] BROCKMANN, R. - MACHLEIDT, R. 1990. Relativistic Nuclear Structure. I. Nuclear Matter. In *Physical Review C*. 1990, vol. 42, p. 1965-1980.
- [46] MÜTHER, H. - BROCKMANN, R. - MACHLEIDT, R. 1990. Relativistic Nuclear Structure. II. Finite Nuclei. In *Physical Review C*. 1990, vol. 42, p. 1981-1988.
- [47] NAVRATIL, P. - VARY, J. P. - BARRETT, B. R. 2000. Large-Basis Ab Initio No-Core Shell Model and its Application to ^{12}C . In *Physical Review C*. 2000, vol. 62, p. 054311.
- [48] SUGAHARA, Y. - TOKI, H. 1994. Relativistic Mean-Field Theory for Unstable Nuclei with Non-Linear σ and ω Terms. In *Nuclear Physics A*. 1994, vol. 579, p. 557-572.
- [49] WEI-CHIA C. , Y. - PIEKAREWICZ, H. 1994. Building Relativistic Mean-Field Models for Finite Nuclei and Neutron Stars. In *Physical Review C*. 2014, vol. 90, p. 044305.
- [50] GMUCA, Š. 2004. Superheavy Nuclei in the RMF Framework. In *Acta Physica Hungarica A*. 2004, vol. 19, p. 155-160.
- [51] HOROWITZ, C. J. - PIEKAREWICZ, J. 2001. Neutron radii of ^{208}Pb and Neutron Stars. In *Physical Review C*. 2001, vol. 64, p. 062802.

- [52] KOTULIČ BUNTA, J. - GMUCA, Š. 2003. Asymmetric Nuclear Matter in the Relativistic Mean-Field Approach with Vector Cross Interaction. In *Physical Review C*. 2003, vol. 68, p. 054318.
- [53] TODD, B. G. - PIEKAREWICZ, J. 2003. Relativistic Mean-Field Study of Neutron-Rich Nuclei. In *Physical Review C*. 2003, vol. 67, p. 044317.
- [54] BENDER, M. - HEENEN, P. H. - REINHARD, P. G. 2003. Self-Consistent Mean-Field Models for Nuclear Structure. In *Reviews of Modern Physics*. 2003, vol. 75, p. 121-180.
- [55] MÖLLER, P. - NIX J. R. - KRATZ, K. L. 1997. Nuclear Properties for Astrophysical and Radioactive-Beam Applications. In *Atomic Data and Nuclear Data Tables*. 1997, vol. 66, p. 131-343.
- [56] BROWN, B. A. 2001. The Nuclear Shell Model Towards the Drip Lines. In *Progress in Particle and Nuclear Physics*. 2001, vol. 47, p. 517-599.
- [57] OTSUKA, ET AL. 2001 Shell Model Results for Neutron-Rich Nuclei. In *Nuclear Physics A*. 2001, vol. 746, p. 155c-160c.
- [58] OTSUKA, T. 2004. Shell Model Results for Exotic Nuclei. In *Nuclear Physics A*. 2004, vol. 682, p. 76c- 82c
- [59] REINHARD, P. G. ET AL. 2004 Mean-Field Models and Exotic Nuclei. In *Nuclear Physics A*. 2004, vol. 746, p. 76c-82c.
- [60] SEROT, B. D. 1992. Quantum Hadrodynamics. In *Reports on Progress in Physics*. 1992, vol. 55, p. 1855-1946.
- [61] SEROT, B. D. - WALECKA, J. D. 1997. Recent Progress in Quantum Hadrodynamics. In *International Journal of Modern Physics E*. 1997, vol. 6, p. 515-631.
- [62] BOGUTA, J. - BODMER, A. R. 1990. Relativistic Calculation of Nuclear Matter and the Nuclear Surface. In *Nuclear Physics A*. 1990, vol. 292, p. 413-428.

- [63] HOFMANN, U. - RING, P. 1988. A New Method to Calculate Magnetic Moments in Relativistic Mean Field Theories. In *Physics Letters B*. 1988, vol. 214, p. 307-311.
- [64] GAMBHIR, Y. K. - RING, P. - THIMET, A. 1990. Relativistic Mean Field Theory for Finite Nuclei. In *Annals of Physics*. 1990, vol. 198, p. 132-179.
- [65] RING, P. - SCHUCK, P. 1980. *The Nuclear Many Body Problem*. New York : Springer-Verlag, 1980. ISBN 0-387-09820-8.
- [66] MÖLLER, P. - NIX, J. R. 1992. Nuclear pairing Models. In *Nuclear Physics A*. 1992, vol. 536, p. 20-60.
- [67] FRIEDRICH, J. - REINHARD, P. G. 1986. Skyrme-Force Parametrization: Least-Squares Fit to Nuclear Ground-State Properties. In *Physical Review C*. 1986, vol. 33, p. 335-351.
- [68] REINHARD, P. G. ET AL. 1986. Nuclear Ground State Properties in a Relativistic Meson Field Theory. In *Zeitschrift für Physik*. 1986, vol. 323, p. 13-25.
- [69] WALECKA, J. D. 2004. *Theoretical Nuclear Physics*. London : Imperial College Press, 2004. ISBN 981-238-795-1.
- [70] CHUNG, K. C. ET AL. 2000. Nuclear Matter Properties and Relativistic Mean-Field Theory. In *The European Physical Journal A*. 2000, vol. 9, p. 453-461.
- [71] YOUNGBLOOD, D. H. - CLARK, H. L. - LUI, Y. W. 1999. Incompressibility of Nuclear Matter from Giant Monopole Resonance. In *Physical Review Letters*. 1999, vol. 82, p. 691-694.
- [72] WIGNER, E. 1937. On Structure of Nuclei Beyond Oxygen. In *Physical Review*. 1937, vol. 51, p. 947-958.
- [73] MYERS, W. D. - SWIATECKI, W. J. 1997. The Conguence Energy: a Contribution to Nuclear masses, Deformation Energies and Fission barriers. In *Nuclear Physics A*. 1997, vol. 612, p. 249-261.

- [74] NEUGART, R. 1993. Laser Spectroscopy and the Properties of Light Nuclei Near the Neutron Drip Line In *Hyperfine Interactions*. 1993, vol. 78, p. 47-56.
- [75] LI, B. A. - CHEN, L. W. - KO, C. M. 2008. Recent Progress and New Challenges in Isospin Physics with Heavy-Ion Reactions. In *Physics Reports*. 2008, vol. 464, p. Phys. Rep. 464 (2008) 113-281.
- [76] TANIHATA, I. 1991, Structure of Neutron-Rich Nuclei Studied by Radioactive Beams: Neutron Halo and Soft E1 Excitation. In *Nuclear Physics A*. 1991, vol 522, p. 275-292.
- [77] WARNER, R. E. ET AL. 1995. Evidence for a Proton Halo in ${}^8\text{B}$: Enhanced Total Reaction Cross Sections at 20 to 60 MeV/nucleon. In *Physical Review C*. 1995, vol. 52, p. R1166-R1170.
- [78] DOBACZEWSKI, J. 2007. Shell Structure of Exotic Nuclei. In *Progress in Particle and Nuclear Physics*.
- [79] OTSUKA T. ET AL. 2010. Three-Body Forces and the Limit of Oxygen Isotopes. In *Physical Review Letters* 2010, vol. 108, p. 032501
- [80] BANK, B. - BORGE, M. J. G. 2008. Nuclear Structure at the Proton Drip Line: Advances with Nuclear Decay Studies. In *Progress in Particle and Nuclear Physics*. 2008, vol. 60, p. 403-483.
- [81] MILLER, L. D. - GREEN, L. D. S. 1972. Relativistic Self-Consistent Meson Field Theory of Spherical Nuclei. In *Physical Review C*. 1972, vol. 5, p. 241-252.
- [82] GMUCA, Š. 2000. New RMFA Parameters for Normal and Exotic Nuclei. In *Proceeding of the 2nd International Conference Fission and Properties of Neutron-Rich Nuclei*. Singapore : World Scientific, 2000, ISBN 978-981-02-4228-2, p. 75-78.
- [83] LALAZISSIS, G. A. ET AL. 2009. The Effective Force NL3 Revisited. In *Physics Letters B*. 2009, vol. 671, p. 36-41.

- [84] LALAZISSIS, G. A. - KÖNIG, J. - RING, P. 1997. New Parametrization for the Lagrangian Density of Relativistic Mean Field Theory. In *Physical Review C*. 1997, vol. 55, p. 540-543.
- [85] SUGAHARA, Y. 1995. *Ph.D. Thesis*. Tokyo : Tokyo Metropolitan University, 1995.
- [86] AUDI, G. ET AL. 2012. The AME2012 Atomic Mass Evaluation. In *Chinese Physics* 2012, vol. 36, p. 1603-2014.
- [87] NIKSIC T. - VRETENAR D. - RING P. 2008. Relativistic Nuclear Energy Density Functionals: Adjusting Parameters to Binding Energies. In *Physical Review C*. 2005, vol. 78, p. 034318.
- [88] GORIELY, S. - TONDEUR, F. - PEARSON, J. M. 2001. A Hartree-Fock Nuclear Mass Table. In *Atomic Data and Nuclear Data Tables*. 2001, vol. 77, p. 311-381.
- [89] SHARMA, M. M. - FARHAN, A. R. - MYTHILI, S. 2000. Shell Effects in Nuclei with Vector Self-Coupling of the ω Meson in the Relativistic Hartree-Bogoliubov Theory. In *Physical Review C*. 2000, vol. 61, p. 054306.
- [90] GMUCA, Š. 2004. Nuclear Symmetry Energy Constrains for RMF Calculations of Superheavy Nuclei. In *Nuclear Physics A*. 2004, vol. 734, p. 172-175.
- [91] TODD-RUTEL, B. G. - PIEKAREWICZ, J. 2005. Neutron-Rich Nuclei and Neutron Stars: A New Accurately Calibrated Interaction for the Study of Neutron-Rich Matter. In *Physical Review Letters*. 2005, vol. 95, p. 122501.
- [92] TONDEUR, F. ET AL. 2000. Hartree-Fock Mass Formulas and Extrapolation to New Mass Data. In *Physical Review C*. 2000, vol. 62, p. 024308.
- [93] GORIELY, S. ET AL. 2002. Hartree-Fock Mass Formula and Extrapolation to New Mass Data. In *Physical Review C*. 2000, vol. 66 p. 024326.
- [94] OZAWA, A. ET AL. 2002. Hartree-Fock Mass Formula and Extrapolation to New Mass Data. In *Nuclear Physics A*. 2002, vol. 709 p. 60.

- [95] SHEN, H. - SUGAHARA, Y. - TOKI, H. 1997. Relativistic Mean-Field Approach with Density Dependent Couplings for Finite Nuclei.. In *Physical Review C*. 1997, vol. 55 p. 1211-1217.
- [96] LALAZISSIS, G. A. ET AL. 2005. New Relativistic Mean-Field Interaction with Density-Dependent Meson-Nucleon Couplings. In *Physical Review C*. 2005, vol. 71 p. 024312.
- [97] YHANG, H. ET AL. 2006. Improved BCS-type Pairing for the Relativistic Mean-Field Theory In *The European Physical Journal A*. 2006, vol. 30, p. 519-529.
- [98] MENG, J. ET AL. 2006. Relativistic Continuum Hartree Bogoliubov Theory for Ground-State Properties of Exotic Nuclei. In *Progress in Particle and Nuclear Physics*. 2006, vol. 57, p. 470-563.

Dodatok A

Väzbové energie

	exp.	MSk7	NL3*	NL-BA
	(MeV)	(MeV)	(MeV)	(MeV)
^{12}O	58,68		59,26	60,61
^{14}O	98,73		96,97	98,51
^{16}O	127,62	126,9	125,75	127,39
^{18}O	139,81	140,0	139,43	141,11
^{20}O	151,37	152,1	150,43	152,26
^{22}O	162,03	161,5	160,93	162,97
^{24}O	168,96	168,3	169,25	171,43
^{26}O	168,87	168,4	173,86	176,26
^{28}O	167,66	167,5	176,88	179,61
^{16}Ne	97,33		96,26	97,82
^{18}Ne	132,14	132,9	131,86	133,49
^{20}Ne	160,64	160,2	152,10	154,75
^{22}Ne	177,77	177,5	173,38	175,34
^{24}Ne	191,84	192,7	187,48	189,46
^{26}Ne	201,55	203,8	199,36	201,35
^{28}Ne	206,89	209,1	208,08	210,24
^{30}Ne	211,29	212,2	215,29	217,76

	exp.	MSk7	NL3*	NL-BA
	(MeV)	(MeV)	(MeV)	(MeV)
^{32}Ne	213,47	213,7	216,74	219,34
^{34}Ne	213,76	214,1	218,85	221,91
^{20}Mg	134,48	136,4	133,83	135,55
^{22}Mg	168,58	169,1	164,21	166,12
^{24}Mg	198,26	197,9	191,73	193,80
^{26}Mg	216,68	216,9	210,71	212,73
^{28}Mg	231,63	232,3	226,80	228,85
^{30}Mg	241,64	242,8	239,26	241,36
^{32}Mg	249,72	250,6	250,14	252,39
^{34}Mg	256,71	256,9	255,74	258,31
^{36}Mg	260,78	261,4	262,09	264,87
^{38}Mg	263,26	264,1	265,52	268,51
^{40}Mg	264,89	265,5	267,15	270,44
^{22}Si	133,28	136,4	134,16	136,02
^{24}Si	172,02	174,3	167,94	169,81
^{26}Si	206,04	206,9	200,22	202,17
^{28}Si	236,54	237,2	229,69	231,77
^{30}Si	255,62	255,1	249,31	251,22
^{32}Si	271,41	270,4	266,79	268,78
^{34}Si	283,43	282,8	282,45	284,56
^{36}Si	292,01	292,7	290,71	292,93
^{38}Si	299,93	301,2	298,56	301,05
^{40}Si	306,48	307,6	305,13	307,84
^{42}Si	311,47	313,3	312,03	315,04
^{44}Si	315,66	315,9	315,54	318,68
^{26}S	170,25	174,6	168,73	170,55
^{28}S	209,41	211,4	204,86	206,78
^{30}S	243,68	244,0	237,76	239,61

	exp.	MSk7	NL3*	NL-BA
	(MeV)	(MeV)	(MeV)	(MeV)
³² S	271,78	272,1	264,08	266,04
³⁴ S	291,84	290,6	286,11	287,55
³⁶ S	308,71	307,4	305,77	307,63
³⁸ S	321,05	321,5	317,91	319,87
⁴⁰ S	333,17	333,9	330,91	333,22
⁴² S	344,12	344,1	341,43	343,95
⁴⁴ S	351,82	352,5	348,77	351,48
⁴⁶ S	358,71	358,9	355,14	357,97
⁴⁸ S	362,16	363,3	360,49	363,43
³⁰ Ar	206,58	209,9	204,58	206,46
³² Ar	246,40	247,2	242,47	244,33
³⁴ Ar	278,72	278,3	273,22	275,01
³⁶ Ar	306,72	305,9	301,08	303,02
³⁸ Ar	327,34	325,8	324,98	326,78
⁴⁰ Ar	343,81	343,7	341,27	343,11
⁴² Ar	359,34	359,9	356,21	358,25
⁴⁴ Ar	373,73	373,6	370,21	372,45
⁴⁶ Ar	386,93	385,9	382,74	385,20
⁴⁸ Ar	395,76	395,2	392,25	394,76
⁵⁰ Ar	402,40	402,4	399,88	402,57
⁵² Ar	406,59	407,1	406,46	409,45
³⁴ Ca	244,94	246,2	244,24	246,16
³⁶ Ca	281,37	281,9	278,98	280,71
³⁸ Ca	313,12	312,5	310,94	312,67
⁴⁰ Ca	342,05	340,8	340,74	342,55
⁴² Ca	361,90	361,4	361,26	363,06
⁴⁴ Ca	380,96	380,9	379,38	381,24
⁴⁶ Ca	398,77	398,3	397,04	399,03

	exp.	MSk7	NL3*	NL-BA
	(MeV)	(MeV)	(MeV)	(MeV)
⁴⁸ Ca	416,00	413,8	413,09	415,26
⁵⁰ Ca	427,51	426,2	424,85	427,01
⁵² Ca	438,32	436,3	434,63	436,84
⁵⁴ Ca	444,96	443,5	443,19	445,57
⁵⁶ Ca	450,24	449,1	451,05	453,68
⁵⁸ Ca	454,43	453,3	458,79	461,75
³⁸ Ti	278,84	281,8	276,80	278,78
⁴⁰ Ti	314,48	316,0	312,71	314,42
⁴² Ti	346,89	347,1	346,67	348,42
⁴⁴ Ti	375,47	375,5	371,03	372,73
⁴⁶ Ti	398,20	397,8	394,00	395,94
⁴⁸ Ti	418,70	418,4	415,04	416,93
⁵⁰ Ti	437,78	436,7	434,50	436,44
⁵² Ti	451,97	452,2	448,35	450,24
⁵⁴ Ti	464,24	464,7	460,16	462,07
⁵⁶ Ti	473,99	474,9	471,00	473,15
⁵⁸ Ti	482,04	483,3	481,34	483,64
⁶⁰ Ti	489,42	480,4	491,60	494,19
⁶² Ti	495,75	496,5	500,88	503,77
⁴² Cr	313,99	316,9	311,96	313,80
⁴⁴ Cr	350,02	351,1	349,03	350,77
⁴⁶ Cr	381,98	382,4	377,96	379,88
⁴⁸ Cr	411,47	411,9	407,55	409,41
⁵⁰ Cr	435,05	434,6	431,65	433,46
⁵² Cr	456,35	455,5	452,30	454,07
⁵⁴ Cr	474,01	473,9	469,87	471,74
⁵⁶ Cr	488,50	489,0	484,73	486,66
⁵⁸ Cr	501,18	502,0	497,86	499,89

	exp.	MSk7	NL3*	NL-BA
	(MeV)	(MeV)	(MeV)	(MeV)
⁶⁰ Cr	511,98	513,1	509,73	511,86
⁶² Cr	522,54	523,1	521,12	523,40
⁶⁴ Cr	531,26	531,8	532,71	535,23
⁶⁶ Cr	538,49	539,7	539,40	542,12
⁶⁸ Cr	544,95	546,6	547,12	550,23
⁴⁶ Fe	350,34	352,2	349,75	351,55
⁴⁸ Fe	385,49	386,8	382,18	383,94
⁵⁰ Fe	417,72	418,4	414,67	416,41
⁵² Fe	447,70	448,0	443,33	445,06
⁵⁴ Fe	471,76	470,7	468,25	469,92
⁵⁶ Fe	492,26	491,4	487,90	489,61
⁵⁸ Fe	509,95	509,4	505,57	507,32
⁶⁰ Fe	525,35	525,1	521,62	523,52
⁶² Fe	538,96	539,1	535,61	537,53
⁶⁴ Fe	551,19	551,6	549,12	551,13
⁶⁶ Fe	562,43	563,1	562,96	565,14
⁶⁸ Fe	572,36	573,4	572,15	574,52
⁷⁰ Fe	580,93	582,6	581,26	583,94
⁷² Fe	588,89	590,9	589,55	592,47
⁷⁴ Fe	596,14	597,6	595,87	599,02
⁴⁸ Ni	349,06	350,3	347,72	349,63
⁵⁰ Ni	386,55	387,7	383,45	385,18
⁵² Ni	421,25	421,7	416,91	418,54
⁵⁴ Ni	453,17	453,4	449,88	451,48
⁵⁶ Ni	483,99	483,1	481,10	482,74
⁵⁸ Ni	506,46	505,5	501,92	503,46
⁶⁰ Ni	526,85	525,9	520,92	522,52
⁶² Ni	545,26	644,3	539,34	540,98

	exp.	MSk7	NL3*	NL-BA
	(MeV)	(MeV)	(MeV)	(MeV)
^{64}Ni	561,76	560,8	557,30	558,99
^{66}Ni	576,81	576,0	574,39	576,19
^{68}Ni	590,41	589,9	590,34	592,24
^{70}Ni	602,30	602,6	602,12	604,18
^{72}Ni	613,46	614,0	612,32	614,58
^{74}Ni	623,82	624,4	622,19	624,58
^{76}Ni	633,16	633,7	631,75	634,53
^{78}Ni	641,78	641,8	639,90	634,00

	TM1	TM2	FSU2	TMA	PC-1	ME-2
	(MeV)	(MeV)	(MeV)	(MeV)	(MeV)	(MeV)
¹² O	59,34	59,42	58,79	60,04	59,28	57,15
¹⁴ O	97,51	98,80	96,65	99,58	98,82	97,89
¹⁶ O	128,00	126,36	125,52	128,04	128,42	127,82
¹⁸ O	141,29	140,85	139,28	142,03	141,21	140,11
²⁰ O	151,82	152,88	150,46	152,73	152,83	151,05
²² O	161,72	164,09	161,22	162,32	163,14	160,56
²⁴ O	169,18	170,72	169,83	168,85	170,96	167,85
²⁶ O	173,91	173,59	174,40	171,79	174,16	169,93
²⁸ O	177,13	174,89	177,34	173,03	176,79	171,44
¹⁶ Ne	96,12	97,88	96,13	98,32	95,39	94,45
¹⁸ Ne	133,64	133,24	131,68	134,55	133,29	132,17
²⁰ Ne	155,12	154,71	151,88	155,77	156,08	156,39
²² Ne	174,88	176,72	173,42	177,09	175,76	175,13
²⁴ Ne	188,25	191,91	187,55	190,77	189,40	187,46
²⁶ Ne	199,39	202,03	199,52	200,92	201,24	198,87
²⁸ Ne	208,36	208,98	208,19	208,13	209,52	206,17
³⁰ Ne	216,23	214,69	215,38	213,89	216,91	212,69
³² Ne	217,02	215,98	217,15	214,52	215,83	211,31
³⁴ Ne	218,70	218,47	219,64	215,74	215,15	210,18
²⁰ Mg	135,08	136,19	133,79	136,34	135,62	133,79
²² Mg	165,71	167,56	164,20	168,04	166,40	165,66
²⁴ Mg	192,42	196,33	191,74	196,20	187,64	193,70
²⁶ Mg	211,19	216,40	210,67	215,08	212,69	211,73
²⁸ Mg	227,67	230,78	226,82	230,14	227,99	226,14
³⁰ Mg	239,85	241,55	239,36	241,13	241,38	238,97
³² Mg	251,35	251,05	250,09	250,80	253,31	250,18
³⁴ Mg	256,27	257,15	256,62	255,63	256,38	252,49
³⁶ Mg	262,27	263,72	262,62	261,26	263,94	259,47

	TM1	TM2	FSU2	TMA	PC-1	ME-2
	(MeV)	(MeV)	(MeV)	(MeV)	(MeV)	(MeV)
³⁸ Mg	265,17	266,90	266,32	263,72	266,50	261,26
⁴⁰ Mg	266,18	268,32	268,21	264,36	268,42	262,18
²² Si	134,76	137,09	134,35	135,90	135,40	132,82
²⁴ Si	168,75	172,23	167,94	171,41	169,56	167,61
²⁶ Si	200,82	205,85	200,15	204,66	201,90	200,76
²⁸ Si	229,73	236,32	229,64	234,10	228,92	229,74
³⁰ Si	249,37	254,20	249,04	252,99	251,37	250,15
³² Si	267,42	270,11	266,63	269,74	268,86	267,28
³⁴ Si	283,48	284,67	282,43	284,53	285,77	283,84
³⁶ Si	291,30	293,79	290,75	292,44	292,97	290,27
³⁸ Si	299,14	301,86	398,76	299,59	301,17	397,52
⁴⁰ Si	305,00	308,30	305,65	305,20	305,54	301,26
⁴² Si	311,48	314,54	312,87	311,03	312,37	306,15
⁴⁴ Si	314,49	317,58	316,63	313,56	314,13	309,26
²⁶ S	168,69	171,86	168,83	170,85	169,59	167,33
²⁸ S	205,58	209,06	204,80	208,44	205,41	203,36
³⁰ S	237,75	242,90	237,47	241,55	239,46	237,84
³² S	264,93	268,47	263,83	268,21	265,43	263,61
³⁴ S	286,51	287,83	285,17	288,48	288,13	286,11
³⁶ S	307,24	306,14	305,36	307,71	309,37	307,05
³⁸ S	319,72	320,32	317,82	320,54	321,17	318,72
⁴⁰ S	332,34	334,41	331,08	333,34	334,06	331,53
⁴² S	342,47	346,00	341,82	343,56	344,61	341,61
⁴⁴ S	349,49	351,77	349,39	349,60	350,45	347,76
⁴⁶ S	355,30	358,96	355,91	355,39	357,78	353,23
⁴⁸ S	359,96	362,48	361,43	359,17	362,11	357,16
³⁰ Ar	205,02	207,31	204,42	206,86	205,91	203,48
³² Ar	242,88	246,15	242,22	245,66	243,66	242,09

	TM1	TM2	FSU2	TMA	PC-1	ME-2
	(MeV)	(MeV)	(MeV)	(MeV)	(MeV)	(MeV)
³⁴ Ar	274,57	275,48	272,77	276,37	274,90	272,88
³⁶ Ar	303,60	302,79	300,84	304,52	302,71	300,55
³⁸ Ar	327,34	324,21	324,50	327,08	328,71	326,53
⁴⁰ Ar	343,70	358,96	340,83	343,90	344,36	341,88
⁴² Ar	358,44	374,69	356,08	359,21	359,60	356,90
⁴⁴ Ar	372,17	374,69	370,32	373,37	373,56	370,64
⁴⁶ Ar	384,03	389,09	383,16	385,90	386,12	383,04
⁴⁸ Ar	393,14	395,92	392,78	393,61	395,37	390,56
⁵⁰ Ar	400,65	401,58	400,61	399,97	401,28	397,24
⁵² Ar	407,47	406,92	407,33	405,77	406,09	402,81
³⁴ Ca	244,97	247,12	244,06	246,75	246,20	244,20
³⁶ Ca	280,24	279,81	278,43	281,18	281,72	279,34
³⁸ Ca	313,19	310,42	310,37	313,16	314,25	312,04
⁴⁰ Ca	343,89	339,31	340,39	343,01	344,79	342,78
⁴² Ca	364,17	361,15	360,91	363,95	364,62	362,38
⁴⁴ Ca	381,96	380,76	379,93	382,36	383,31	380,83
⁴⁶ Ca	399,20	399,93	396,93	400,17	400,96	398,28
⁴⁸ Ca	414,71	417,44	413,22	416,22	417,55	414,81
⁵⁰ Ca	425,69	427,15	425,07	426,37	428,49	425,12
⁵² Ca	434,60	434,81	435,02	434,45	438,07	434,45
⁵⁴ Ca	443,09	441,81	443,82	441,91	446,32	442,37
⁵⁶ Ca	451,43	448,52	451,79	449,17	453,95	449,44
⁵⁸ Ca	459,72	455,26	459,58	456,44	461,18	455,96
³⁸ Ti	278,06	279,23	276,67	279,34	278,82	276,36
⁴⁰ Ti	314,93	314,03	312,15	315,49	315,01	312,46
⁴² Ti	349,50	346,75	346,27	349,41	349,71	347,42
⁴⁴ Ti	373,65	372,54	370,59	374,36	373,42	371,16
⁴⁶ Ti	395,66	396,19	393,79	397,24	395,89	393,65

	TM1	TM2	FSU2	TMA	PC-1	ME-2
	(MeV)	(MeV)	(MeV)	(MeV)	(MeV)	(MeV)
⁴⁸ Ti	416,38	419,19	414,34	418,56	417,21	415,16
⁵⁰ Ti	435,64	440,52	434,41	438,47	437,39	435,51
⁵² Ti	449,02	452,29	448,27	450,85	450,81	448,16
⁵⁴ Ti	460,68	461,91	460,14	461,15	462,92	459,86
⁵⁶ Ti	472,25	471,70	471,12	471,67	474,13	470,64
⁵⁸ Ti	482,68	480,69	481,58	481,17	484,43	480,46
⁶⁰ Ti	493,07	489,71	491,95	490,72	494,18	489,74
⁶² Ti	502,50	498,03	501,39	499,42	503,51	498,55
⁴² Cr	313,93	315,19	311,64	315,13	314,25	311,32
⁴⁴ Cr	351,47	350,79	348,64	352,13	352,32	349,69
⁴⁶ Cr	379,47	380,53	376,80	381,06	379,78	379,27
⁴⁸ Cr	409,04	411,44	407,29	411,20	406,12	404,35
⁵⁰ Cr	432,58	437,03	431,34	435,53	430,95	429,46
⁵² Cr	452,73	460,02	452,07	456,82	454,46	453,38
⁵⁴ Cr	471,20	475,04	469,67	473,41	470,68	468,69
⁵⁶ Cr	486,17	488,64	484,61	487,50	485,84	483,38
⁵⁸ Cr	499,60	500,53	497,80	499,95	499,95	497,13
⁶⁰ Cr	511,32	511,08	509,78	510,89	512,62	509,40
⁶² Cr	522,32	521,24	521,22	521,65	524,47	520,81
⁶⁴ Cr	534,49	531,54	532,97	532,46	536,30	532,27
⁶⁶ Cr	540,84	539,20	539,78	539,11	542,63	537,53
⁶⁸ Cr	547,88	549,93	547,94	546,56	550,25	545,15
⁴⁶ Fe	351,75	353,24	349,46	353,07	352,78	349,76
⁴⁸ Fe	383,50	386,81	381,84	385,89	383,85	381,50
⁵⁰ Fe	415,64	420,29	414,31	418,64	413,68	412,00
⁵² Fe	443,52	450,52	442,98	447,58	441,96	440,87
⁵⁴ Fe	467,76	477,61	467,92	473,02	468,94	468,66
⁵⁶ Fe	488,58	494,67	487,56	491,91	487,70	486,43

	TM1	TM2	FSU2	TMA	PC-1	ME-2
	(MeV)	(MeV)	(MeV)	(MeV)	(MeV)	(MeV)
⁵⁸ Fe	506,81	511,25	505,31	509,12	505,79	503,97
⁶⁰ Fe	523,44	526,15	521,49	524,76	522,79	520,59
⁶² Fe	537,22	538,95	535,56	537,79	537,81	535,33
⁶⁴ Fe	551,13	551,12	549,05	550,83	552,16	549,38
⁶⁶ Fe	564,63	563,49	563,07	563,64	566,40	563,30
⁶⁸ Fe	573,48	573,68	572,35	572,84	575,37	571,34
⁷⁰ Fe	582,02	581,26	581,73	581,79	584,05	580,29
⁷² Fe	589,94	539,36	590,21	560,13	593,19	588,22
⁷⁴ Fe	595,81	600,94	596,76	596,55	598,85	594,06
⁴⁸ Ni	349,22	352,93	347,60	351,16	351,03	347,65
⁵⁰ Ni	384,62	390,23	383,17	387,72	385,64	383,13
⁵² Ni	417,46	425,23	416,55	421,70	418,74	417,15
⁵⁴ Ni	449,51	459,59	449,50	454,83	450,49	449,90
⁵⁶ Ni	479,50	491,98	480,73	485,86	480,89	481,48
⁵⁸ Ni	501,42	511,41	501,53	506,44	501,92	501,63
⁶⁰ Ni	521,65	528,90	520,61	525,23	521,88	521,12
⁶² Ni	640,65	546,03	539,09	643,17	541,07	539,96
⁶⁴ Ni	558,90	562,59	557,08	560,50	559,55	558,14
⁶⁶ Ni	576,22	578,30	574,36	576,97	577,25	575,50
⁶⁸ Ni	591,63	592,57	590,40	591,68	593,81	591,66
⁷⁰ Ni	603,03	605,24	602,24	603,45	605,40	602,51
⁷² Ni	612,85	617,01	612,53	613,86	616,23	612,70
⁷⁴ Ni	622,33	628,44	622,55	623,97	626,50	622,38
⁷⁶ Ni	631,48	639,57	632,33	633,80	636,26	631,64
⁷⁸ Ni	639,20	649,14	640,75	642,19	645,52	640,50

Dodatok B

Nábojové polomery

	exp.	MSk7	NL3*	NL-BA
	(fm)	(fm)	(fm)	(fm)
^{16}O	2,6991	2,76	2.7329	2.7204
^{18}O	2,7726	2,76	2.7318	2.7200
^{18}Ne	2,9714	2,96	3,0763	3,0635
^{20}Ne	3,0055	2,96	3,0242	3,0164
^{22}Ne	2,9525	2,96	3,0083	2,9974
^{24}Ne	2,9007	2,94	2,9645	2,9540
^{26}Ne	2,9251	2,93	2,9590	2,9488
^{28}Ne	2,9642	2,98	2,9964	2,9881
^{24}Mg	3,0570	3,11	3.1332	3.1184
^{26}Mg	3,0337	3,07	3.0852	3.0721
^{28}Si	3,1224	3,17	3.1840	3.1715
^{30}Si	3,1336	3,16	3.1585	3.1509
^{32}S	3,2611	3,25	3.2761	3.2679
^{34}S	3,2847	3,28	3.2958	3.2744
^{36}S	3,2985	3,30	3.3081	3.2993
^{32}Ar	3,3468	3,38	3,4319	3,4215
^{34}Ar	3,3654	3,37	3,4088	3,4008

	exp.	MSk7	NL3*	NL-BA
	(fm)	(fm)	(fm)	(fm)
³⁶ Ar	3,3905	3,38	3,4125	3,4035
³⁸ Ar	3,4028	3,40	3,4095	3,4003
⁴⁰ Ar	3,4274	3,41	3,4133	3,4046
⁴² Ar	3,7354	3,43	3,4236	3,4155
⁴⁴ Ar	3,4454	3,44	3,4337	3,4256
⁴⁶ Ar	3,4377	3,46	3,4369	3,4270
⁴⁰ Ca	3.4776	3.48	3.4698	3.4598
⁴² Ca	3.5081	3.49	3.4706	3.4611
⁴⁴ Ca	3.5179	3.52	3.4703	3.4611
⁴⁶ Ca	3.5953	3.52	3.4721	3.4631
⁴⁸ Ca	3.4771	3.53	3.4702	3.4613
⁵⁰ Ca	3.5168	3.53	3.4945	3.4862
⁴⁴ Ti	3.6115	3.57	3.5894	3.5800
⁴⁶ Ti	3.6070	3.60	3.5842	3.5769
⁴⁸ Ti	3.5921	3.60	3.5748	3.5666
⁵⁰ Ti	3.5704	3.59	3.5605	3.5515
⁵⁰ Cr	3.6588	3.68	3.6648	3.6554
⁵² Cr	3.6452	3.67	3.6216	3.6119
⁵⁴ Cr	3.6885	3.69	3.6703	3.6635
⁵⁴ Fe	3.6933	3.74	3.6746	3.6641
⁵⁶ Fe	3.7377	3.75	3.7240	3.7160
⁵⁸ Fe	3.7745	3.77	3.7604	3.7529
⁵⁸ Ni	3.7757	3.81	3.7346	3.7246
⁶⁰ Ni	3.8118	3.83	3.7672	3.7591
⁶² Ni	3.8399	3.85	3.7944	3.7869
⁶⁴ Ni	3.8572	3.87	3.8210	3.8138

	TM1	TM2	FSU2	TMA	PC-1	ME-2
	(MeV)	(MeV)	(MeV)	(MeV)	(MeV)	(MeV)
¹⁶ O	2.7033	2.7500	2.7057	2.7764	2.7463	2.7265
¹⁸ O	2.7075	2.7465	2.7052	2.7656	2.7480	2.7298
¹⁸ Ne	3,0525	3,0722	3,0579	3,1059	2.9387	2.9445
²⁰ Ne	3,0126	3,0213	3,0058	3,0415	2.9980	2.9833
²² Ne	3,0049	3,0140	2,9864	3,0286	2.9859	2,9632
²⁴ Ne	2,9760	2,9624	2,9450	2,9784	2.9474	2,8824
²⁶ Ne	2,9729	2,9870	2,9427	2,9833	2.9282	2,9178
²⁸ Ne	2,9948	3,0243	2,9785	3,0213	2.9747	2,9705
²⁴ Mg	3.1497	3.1497	3.1160	3.1617	3.0306	3.0762
²⁶ Mg	3.1299	3.0864	3.0710	3.1067	3.0791	3.0537
²⁸ Si	3.2317	3.1523	3.1770	3.2124	3.1059	3.0603
³⁰ Si	3.2144	3.1773	3.1557	3.1942	3.1802	3.1613
³² S	3.3077	3.3405	3.2734	3.3257	3.2387	3.2508
³⁴ S	3.3024	3.3524	3.2787	3.3286	3.2644	3.2729
³⁶ S	3.3069	3.3713	3.2916	3.3378	3.2911	3.2929
³² Ar	3,4425	3,4800	3,4245	3,4697	3,3508	3,3540
³⁴ Ar	3,4187	3,4703	3,4022	3,4492	3,3497	3,3641
³⁶ Ar	3,4122	3,4705	3,3974	3,4433	3,3628	3,3746
³⁸ Ar	3,3991	3,4745	3,3913	3,4354	3,3799	3,3866
⁴⁰ Ar	3,4054	3,4737	3,3946	3,4358	3,3916	3,3954
⁴² Ar	3,4191	3,4835	3,4041	3,4451	3,4134	3,4112
⁴⁴ Ar	3,4332	3,4886	3,4133	3,4528	3,4283	3,4212
⁴⁶ Ar	3,4333	3,4877	3,4136	3,4504	3,4333	3,4171
⁴⁰ Ca	3.4556	3.5376	3.4478	3.4941	3.4574	3.4643
⁴² Ca	3.4604	3.5376	3.4486	3.4939	3.4638	3.4671
⁴⁴ Ca	3.4653	3.5386	3.4483	3.4943	3.4723	3.4716

	TM1	TM2	FSU2	TMA	PC-1	ME-2
	(MeV)	(MeV)	(MeV)	(MeV)	(MeV)	(MeV)
⁴⁶ Ca	3.4726	3.5422	3.4505	3.4977	3.4817	3.4767
⁴⁸ Ca	3.4782	3.5452	3.4494	3.5001	3.4909	3.4806
⁵⁰ Ca	3.5033	3.5701	3.4737	3.5235	3.5091	3.5083
⁴⁴ Ti	3.5812	3.6467	3.5704	3.6079	3.5505	3.5517
⁴⁶ Ti	3.5785	3.6458	3.5660	3.6018	3.5558	3.5516
⁴⁸ Ti	3.5759	3.6388	3.5520	3.5954	3.5624	3.5551
⁵⁰ Ti	3.5745	3.6363	3.5426	3.5916	3.5692	3.5540
⁵⁰ Cr	3.6806	3.7240	3.6470	3.6873	3.6385	3.6249
⁵² Cr	3.6434	3.7013	3.6060	3.6571	3.6383	3.6177
⁵⁴ Cr	3.6997	3.7401	3.6539	3.7034	3.6670	3.6555
⁵⁴ Fe	3.7051	3.7593	3.6615	3.7157	3.7004	3.6738
⁵⁶ Fe	3.7633	3.7934	3.7093	3.7591	3.7315	3.7121
⁵⁸ Fe	3.7869	3.8380	3.7438	3.7934	3.7691	3.7557
⁵⁸ Ni	3.7725	3.8278	3.7229	3.7816	3.7755	3.7528
⁶⁰ Ni	3.8017	3.8581	3.7538	3.8105	3.8308	3.8061
⁶² Ni	3.8234	3.8859	3.7792	3.8340	3.8595	3.8159
⁶⁴ Ni	3.8427	3.9104	3.8030	3.8545	3.8458	3.8345