

**FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY  
UNIVERZITY KOMENSKÉHO  
BRATISLAVA**

KATEDRA JADROVEJ FYZIKY

**Štúdium možností určenia náboja  
top kvarku na detektore ATLAS**

dizertačná práca

RNDr. Martin Čiljak

Bratislava 2003



# Obsah

Úvod	7
<b>I Teoretická časť</b>	<b>11</b>
<b>1 Opis Fyzikálnych modelov a použitých nástrojov</b>	<b>13</b>
1.1 Monte Carlo metódy . . . . .	13
1.1.1 Generovanie náhodného čísla z distribúcie . . . . .	13
1.1.2 Veto algoritmus . . . . .	18
1.2 Generátor interakcií PYTHIA a implementovaná fyzika . . . . .	20
1.2.1 Štruktúra programu . . . . .	20
1.2.2 Parametrizácia primárneho zväzku - Partónový model .	20
1.2.3 Fyzikálny proces . . . . .	24
1.2.4 Hadronizácia . . . . .	25
1.2.5 Radiačné korekcie . . . . .	30
1.2.6 Rozpad častíc . . . . .	34
1.2.7 Ďalšia interakcia zvyškov zväzku. . . . .	34
1.3 Hlavné zdroje neurčitostí partónového modelu . . . . .	36
1.3.1 Voľba konštanty silnej interakcie. . . . .	36
1.3.2 Voľba štruktúrnych funkcií . . . . .	38
1.4 Simulácia odozvy detektora programom ATLFEST . . . . .	39
1.4.1 Princíp získania signálu . . . . .	39
<b>2 Fyzika top kvarku</b>	<b>43</b>
2.1 Súčasný status fyziky <i>top</i> kvarku . . . . .	43
2.1.1 Rozpadové módy a pozad'ové procesy . . . . .	43

2.1.2	Účinný prierez $t\bar{t}$ produkcie . . . . .	47
2.1.3	Určenie hmotnosti . . . . .	48
2.1.4	Rozpad $top$ kvarku . . . . .	50
2.2	$Top$ kvark a d'alšie smerovanie . . . . .	55
2.2.1	Určenie hmotnosti Higgsovho bozónu . . . . .	55
2.2.2	Elektroslabá produkcia $top$ kvarku . . . . .	55
2.2.3	Spinové korelácie a CP narušenie v $t\bar{t}$ produkcií . . . . .	56
2.2.4	Meranie kvantových čísel $top$ kvarku . . . . .	57
2.2.5	$Top$ kvark a fyzika MSSM <sup>1</sup> . . . . .	58
<b>II</b>	<b>Praktická časť</b>	<b>61</b>
<b>3</b>	<b>Ciele dizertačnej práce</b>	<b>63</b>
<b>4</b>	<b>Priame určenie náboja <math>top</math> kvarku</b>	<b>65</b>
4.1	Proces $pp \rightarrow t\bar{t}\gamma$ . . . . .	68
4.1.1	Generovanie náhodných vektorov a výpočet integrálu .	72
4.1.2	Radiačný rozpad $top$ kvarku $pp \rightarrow t\bar{t}, t \rightarrow Wb\gamma$ . . . . .	77
4.1.3	Radiačný rozpad $W$ bozónu pri $t\bar{t}$ produkcií, $W \rightarrow jj\gamma, (l\nu\gamma)$ . . . . .	78
4.1.4	Generovanie radiačných rozpadov . . . . .	79
4.1.5	Pozadie z neradiačnej $t\bar{t}$ produkcie . . . . .	82
4.1.6	Pozadie vznikajúce pri produkcií bozónov . . . . .	82
4.1.7	Tabuľka účinných prierezov . . . . .	83
4.1.8	Neurčitosť výpočtu účinných prierezov . . . . .	86
4.2	Rekonštrukcia odozvy detektora . . . . .	88
4.2.1	$t\bar{t}\gamma$ výberové kritériá (semileptónový mód) . . . . .	88
4.2.2	$Wb\gamma$ výberové kritériá . . . . .	94
4.3	Výsledky a diskusia . . . . .	97
<b>5</b>	<b>Nepriame určenie náboja <math>top</math> kvarku</b>	<b>101</b>
5.1	Simulácia náboja $b$ -jetu v $t\bar{t}$ produkcií pri energii $14\text{ TeV}$ . . .	102
5.2	Rekonštrukcia náboja $b$ -jetu pri $t\bar{t}$ v dileptónovom móde . . .	103

---

<sup>1</sup>Minimal Supersymmetric Standard Model.

5.2.1	Výberové kinematické kritériá . . . . .	103
5.2.2	Asociácia leptónu a $b$ -jetu . . . . .	104
5.3	Rekonštrukcia v semileptónovom móde . . . . .	106
5.3.1	Kinematické kritériá . . . . .	106
5.3.2	Asociácia $b$ -jetu a leptónu . . . . .	107
5.4	Štatistika rekonštruovaných eventov . . . . .	107
5.5	Rekonštruovaný náboj $b$ ( $\bar{b}$ )-jetu . . . . .	108
<b>Záver</b>		<b>111</b>
<b>Bibliografia</b>		<b>115</b>
<b>Summary</b>		<b>119</b>
<b>Pod'akovanie</b>		<b>121</b>
<b>III Dodatky</b>		<b>123</b>
<b>A Kinematické premenné</b>		<b>125</b>
<b>B Určenie fázového priestoru pre proces <math>t\bar{t}\gamma</math></b>		<b>127</b>
<b>C Parametrizácia fázového priestoru procesu <math>pp \rightarrow t\bar{t}</math></b>		<b>131</b>
<b>D Maticový element procesu <math>t \rightarrow Wb\gamma</math></b>		<b>133</b>
<b>E Event v programe PYTHIA</b>		<b>137</b>
<b>F Priečna hmotnosť systému s neutrínom</b>		<b>139</b>
<b>G Implementácia procesu do programu PYTHIA</b>		<b>141</b>



# Úvod

Súčasná fyzika elementárnych častíc sa sústredí na Štandardný model elementárnych častíc (SM) a hľadanie prejavov novej fyziky. Samotný SM popisuje fyzikálne procesy pomocou určitého súboru fundamentálnych častíc a interakcií elementárnych častíc. Popis interakcií vychádza zo zavedenia požiadavky invariantnosti Lagranžiánu SM voči kalibračným transformáciám fermiónových polí. Invariantnosť Lagranžiánu voči istým transformáciám vedie k potrebe zavedenia kompenzačných polí. Z nich do Lagranžiánu pribudnú členy popisujúce interakciu. Lagranžián SM je zostavený tak, aby bol invariantný voči transformáciám

$$SU(2) \times U(1) \times SU(3)$$

Lokálna invariantnosť voči transformácii  $SU(2) \times U(1)$  vedie k elektroslabej interakcii, ktorá v sebe spája elektromagnetickú a slabú interakciu, invariantnosť voči  $SU(3)$  zodpovedá silnej interakcii.

Prvou skupinou častíc SM sú fundamentálne fermióny. Sú to častice nesúce vlastnosti ako elektrický, slabý alebo farebný náboj, a prostredníctvom týchto kvantových čísel medzi sebou navzájom interagujú. Fermióny sa rozdeľujú na leptóny a kvarky. Leptóny sú častice s elektrickým a slabým nábojom a navzájom alebo s kvarkami interagujú prostredníctvom elektroslabej interakcie. V teórii vystupujú ako tri dvojice (dublety), každý je zložený z nabitej častice ( $e, \mu, \tau$ ) a neutrína ( $\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$ ).

Takisto kvarky tvoria tri dublety (generácie), označené ako  $(u, d)$ ,  $(c, s)$  a  $(t, b)$ . Sú nositeľmi farebného náboja, t.j. okrem elektroslabej interakcie medzi sebou alebo s leptónmi môžu navzájom interagovať prostredníctvom silných interakcií. Špecifickom kvarkov je nemožnosť ich pozorovania ako voľných častíc, sú viazané vo forme hadrónov (baryónov, mezónov), ktoré

už nemajú farebný náboj. Tento jav súvisí s väzbovou konštantou silnej interakcie a nazýva sa uväznenosť kvarkov<sup>2</sup>.

Druhú skupinu častic SM tvoria kvantá zavedených kompenzačných polí, ktoré sa nazývajú bozóny. Interakcie medzi fermiónovými poliami sú popísané prostredníctvom výmeny intermediálnych vektorových bozónov<sup>3</sup>, ktoré podľa typu interakcie rozdeľujeme na dve skupiny. Elektroslabú interakciu sprostredkúvajú štyri bozóny. Je to nehmotný fotón ( $\gamma$ ), a tri bozóny ( $W^+, W^-, Z$ ) s nenulovou hmotnosťou. Silné interakcie sprostredkúva osem nehmotných gluónov ( $g$ ), medzi kvarkami nesúcimi farebný náboj.

Tretiu skupinu častic SM tvoria higgsove bozóny. V SM boli skalárne higgsove polia zavedené za účelom dodania hmotností fermiónom a trom intermediálnym bozónom z elektroslabej interakcie.

V minimálnej verzii SM boli higgsove polia zavedené ako izospinový dublet ( $\varphi^+, \varphi^0$ ), ktorý do Lagranžiánu SM vstupuje prostredníctvom potenciálu s nenulovou hodnotou energie vákuua (Weinbergov model). Okolo vákuovej hodnoty sa higgsov dublet dá parametrizovať pomocou jedného skalárneho pola  $h$ . Po dosadení tejto parametrizácie do Lagranžiánu SM sa získajú členy, v ktorých figuruje hmotnosť  $W^\pm$  a  $Z$  bozónov.

Hmotnostné členy fermiónov sa získajú zavedením ďalšieho člena do Lagranžianu SM, popisujúceho interakciu fermiónov s higgsovým polom  $h$ .

Higgsov bozón reprezentovaný polom  $h$  je jedinou doposiaľ nepozorovanou časticou SM. Jeho pozorovanie je v súčasnosti najväčšou úlohou a najlákejším cieľom nových experimentov. Doterajšie experimenty len nepriamo predpovedali, v akom intervale by sa jeho hmotnosť mohla pohybovať. Z elektrón-pozitrónových experimentov (LEP) existujú ohraničenia na spodnú hranicu hmotnosti, v ktorom sa častica nemôže nachádzať ( $m_H < 115 \text{ GeV}$ ).

SM je veľmi úspešná teória, z hľadiska experimentu neustále preverovaná. Pritom sa doteraz nenašiel experimentálny fakt, ktorý by našiel jeho nekonzistentnosť. Preto v súčasnosti sa väčšina experimentov elementárnych častic snaží viac-menej spresňovať parametre SM, dopĺňovať ho alebo zo vzájomných súvislostí medzi konštantami hľadať náznaky nových fyzikálnych javov mimo jeho rámca.

---

<sup>2</sup>quark confinement

<sup>3</sup>vektorové bozóny sú častice so spinom 1.

Napriek vynikajúcej zhode s experimentom má SM niekol'ko nedostatkov, ktoré súvisia s veľkým počtom vol'ných parametrov, so snahou zjednotenia silných a elektroslabých interakcií alebo neschopnosťou vysvetlenia vzniku hmotnosti častíc (problém hierarchie) vedú na teoretickej úrovni k snahám rozšírenia alebo zovšeobecnenia tohto modelu. Príkladom modelov mimo rámca SM, ktoré predpokladajú nový typ interakcie sú Supersymetrické modely, alebo modely snažiace sa popísat' všetky interakcie pomocou jednej grupy kalibračných transformácií sú modely Veľkého zjednotenia. Známe sú teórie strún, kde sa častice interpretujú ako nebodové objekty vo viacdimensionálnom priestore ( $3+6$  rozmerov), alebo ich zovšeobecnenia známe ako extra-dimenzie.

Spomedzi nich, sú súčasnými experimentálnymi dátami favorizované predovšetkým supersymetrické modely (SUSY) [37]. V čom je ich hlavná myšlienka a prečo sú v súčasnosti v centre záujmu teoretickej a experimentálnej fyziky? Hlavná idea SUSY spočíva v zjednotení všetkých interakcií (GU), podľa vzoru elektromagnetickej a slabej interakcie. Spôsob zjednotenia spočíva v zavedení symetrie medzi fermiónami a bozónami, ktorá tak vnáša do modelu gravitáciu.

Najjednoduchším supersymetrickým rozšírením SM je Minimálny Supersymetrický Štandardný Model (MSSM) ktorý oproti SM zdvojnásobuje počet častíc (každá častica zo SM dostane superpartnera) a obsahuje dva Higgsove dublety, ktoré sú si navzájom superpartnermi.

Predpokladá sa že Higgsov bozón zo SM ak vôbec existuje bude pozorovaný v najbližších rokoch na urýchľovači Tevatrón (experimenty CDF a D0), minimálne bude 'prehľadaný' a v prípade neúspechu vylúčený interval do energie  $200\text{ GeV}$  [37]. Fyzikálne procesy popísané v MSSM sú dosiahnutelné na urýchľovači LHC (experimenty ATLAS, CMS) s predpokladanou energiou  $14\text{ TeV}$ .

\* \* \* \* \*

Predložená dizertačná práca spadá do oblasti súčasnej fyziky SM a hľadania nových javov mimo jeho rámca. Konkrétnie, venuje sa problematike určenia náboja *top* kvarku prostredníctvom detektora ATLAS. Na základe počítačových simulácií fyzikálnych procesov a odozvy detektora sa pokúšame

nájst' odpoved', či je možné určiť náboj top kvarku pri daných parametroch experimentálneho zariadenia. V práci sú zahrnuté dve základné alternatívy - *top* kvark zo SM s predpokladaným nábojom  $2/3$  alebo exotický kvark s rovnakou hmotnosťou a nábojom  $-4/3$ . Táto 'exotická' interpretácia vychádza z experimentálnych dát získaných z rozpadu  $Z \rightarrow b\bar{b}$  a je rozpracovaná v prácach [21], [22].

Dizertačná práca je rozdelená do dvoch častí. V prvej časti sa venujeme opisu použitých nástrojov - teoretických modelov, numerických programov. Je tu prehľad súčasného stavu fyziky *top* kvarku a možnosti rozšírenia poznatkov z tejto oblasti na nových experimentoch.

Druhá časť je rozdelená do troch kapitol, v prvej kapitole definujeme ciele dizertačnej práce. Ciele vychádzajú z analýzy dvoch spôsobov určenia náboja *top* kvarku, riešeniu každého z nich je venovaná samostatná kapitola.

Prvý spôsob je založený na určení náboja prostredníctvom merania účinného prierezu procesov radiačnej produkcie ( $pp \rightarrow t\bar{t}\gamma$ ) a rozpadu ( $t \rightarrow Wb\gamma$ ), ktoré závisia na náboji *top* kvarku.

Druhý spôsob využíva zákon zachovania elektrického náboja pri rozpade  $t \rightarrow Wb$ , kde sa snažíme na základe náboja produktov rozpadu *top* kvarku rekonštruovať jeho náboj.

# I Teoretická časť



# Kapitola 1

## Opis Fyzikálnych modelov a použitých nástrojov

### 1.1 Monte Carlo metódy

Súčasné veľké experimenty vo fyzike vysokých energií sa nemôžu zaobísť bez podrobnej počítačovej analýzy všetkých ich stupňov. Simulácie hrajú nenahraditeľnú úlohu od konštrukcie urýchľovačov, detektorov, kontroly ich činnosti až po samotný návrh a analýzu experimentov. Dôvodom je mäsivnosť systémov, ktorá zahrňuje toľko aspektov, že je prakticky nemožné urobiť ich komplexnú analýzu využitím výhradne ľudského potenciálu.

V tejto časti spomenieme niektoré techniky, ktoré sme budú priamo využívali alebo sa vyskytujú ako súčasť použitých programov a sú klíčové pre objasnenie ich činnosti.

#### 1.1.1 Generovanie náhodného čísla z distribúcie

Štandardná úloha pri simuláciách je vybrať náhodné číslo  $x$  zo štatistického rozdelenia popísaného funkciou  $f(x) \geq 0$ , v rozsahu  $x_{min} < x < x_{max}$ . Funkcia môže popisovať istý fyzikálny proces, ktorý má náhodný charakter a zvykne sa normovať, t.j.  $1 = \int_{x_{min}}^{x_{max}} f(x)dx$

Existuje niekoľko algoritmov pre výber náhodnej premennej, spomenieme najčastejšie používané.

### a) Generovanie pomocou primitívnej funkcie

Ak je možné nájst' primitívnu funkciu  $F(x)$ , x nájdeme nasledovne (funkcia je normovaná):

$$F(x) = \int_{x_{min}}^x f(z)dz ; \quad x = F^{-1}(R) \quad (1.1)$$

pričom  $R$  je náhodné číslo z rovnomerného rozdelenia ( $R \in (0; 1)$ ).

### b) Rejekčná metóda

Táto metóda sa úspešne používa aj pri funkciách viacerých premenných, preto ju opíšeme v prípade, keď v  $n$ -rozmernej oblasti  $D$  generujeme náhodný vektor  $\vec{x}$ , ktorého hustota pravdepodobnosti je určená nezápornou skalár-nou funkciou  $f(\vec{x})$ . Aby sme ju mohli použiť, potrebujeme nájst' maximum funkcie  $f(\vec{x})$ , ktoré označíme  $f_{max}$ . Algoritmus je nasledovný:

1. Vygenerujeme vektor  $\vec{x}_1$ , v ktorom každá zložka je generovaná rovno-merne.
2. Vygenerujeme testovaciu hodnotu  $z$ , z rovnomerného rozdelenia na in-tervale.  $\langle 0; f_{max} \rangle$
3. Porovnáme  $f(\vec{x}_1)$  a  $z$ . Ak  $f(\vec{x}_1) > z$ , vektor  $\vec{x}_1$  akceptujeme, v opačnom prípade opakujeme postup od kroku 1.

Takto získaný súbor vektorov  $\vec{x}$  je rozdelený s hustotou pravdepodobnosti  $f(\vec{x})$ . Dôležité je nájst' maximum tejto funkcie, ak pri generovaní niektoré hodnoty presiahnu maximum, výsledky budú prinajmenšom nespolahlivé.

Stredná hodnota  $\langle f(\vec{x}) \rangle$  cez všetky, t.j. akceptované aj neakceptované vektory  $\vec{x}$  vynásobená integračným objemom  $\Omega_{\vec{x}}$  dáva hodnotu integrálu funkcie [60]:

$$I \equiv \int_{\Omega_{\vec{x}}} f(\vec{x})d\vec{x} = \langle f \rangle \cdot \int_{\Omega_{\vec{x}}} d\vec{x} \quad (1.2)$$

Chyba výpočtu integrálu je daná výrazom [60]:

$$\sigma_I = \frac{\sigma}{\sqrt{N}} \quad (1.3)$$

kde  $N$  je počet náhodných generácií a  $\sigma$  je smerodajná odchýlka rozdelenia funkcie  $f(\vec{x}) \cdot \Omega_{\vec{x}}$ , ktorú môžeme odhadnúť výrazom [60]:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (f(\vec{x}_i) \cdot \Omega_{\vec{x}} - I)^2} \quad (1.4)$$

Neurčitosť výpočtu integrálu je daná neurčitosťou určenia strednej hodnoty v štatistickom súbore veľkosti  $N$ . Neurčitosť výpočtu integrálu pomocou tejto Monte Carlo metódy nezávisí od dimenzie integrálu.

Integrál možno vypočítať aj tak, že pri každom akceptovanom vektoru  $\vec{x}_i$  si zapamätáme počet pokusov  $N_i$  vedúcich na  $i$ -ty akceptovaný event. Máme tak súbor hodnôt  $N_i$  so strednou hodnotou  $\langle N \rangle$  a strednou kvadratickou odchýlkou  $\sigma$ . Integrálom funkcie  $f(\vec{x})$  v objeme  $\Omega_{\vec{x}}$  je:

$$I = f_{max} \cdot \Omega_{\vec{x}} \cdot \frac{1}{\langle N \rangle} \quad (1.5)$$

a chyba:

$$\sigma_I = I \cdot \frac{\sigma_{\langle N \rangle}}{\langle N \rangle} \quad \sigma_{\langle N \rangle} = \frac{\sigma}{\sqrt{M}} \quad (1.6)$$

kde  $M$  je počet akceptovaných eventov a  $\sigma$  je smerodajná odchýlka rozdelenia súboru  $N$  a môžme ju odhadnúť analogicky ako vo vztahu 1.4. výrazom:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{M-1} \sum_{i=1}^M (N_i - \langle N \rangle)^2} \quad (1.7)$$

### c) Transformácia premenných

Často je však takýto spôsob generovania náhodného vektora nepoužiteľný. Dôvodom je, že funkcia má zložitý tvar, je strmá, jej hodnoty sú veľmi rozdielne alebo dosahuje veľké hodnoty na malej časti fázového objemu. Výsledkom je dlhá doba generovania, alebo veľká chyba výpočtu integrálu.

Jednou z možností riešenia tohto problému je transformácia nezávislých premenných

$$\vec{x} \rightarrow \vec{y}; \quad y_i = y_i(\vec{x}_i) \quad (1.8)$$

Dostaneme tak

$$\int_{\Omega_{\vec{x}}} d\vec{x} \cdot f(\vec{x}) = \int_{\Omega_{\vec{y}}} d\vec{y} \cdot f(\vec{y}) \cdot J(\vec{y}) \equiv \int_{\Omega_{\vec{y}}} d\vec{y} \cdot \tilde{f}(\vec{y}) \quad (1.9)$$

kde  $J$  je Jakobián transformácie. Rejekčnú metódu aplikujeme na transformovanú funkciu  $\tilde{f}(\vec{y})$ . Spätnou transformáciou získame náhodný vektor  $\vec{x}$ .

#### d) Kombinácia metód a) a b)

Veľmi účinný prostriedok predstavuje kombinácia postupu a) a postupu b). Pre ľahšie vysvetlenie zoberme jednorozmerný prípad: Predpokladajme, že existuje nezáporná funkcia  $g(x)$ , pričom platí:  $f(x) \leq g(x)$ . Ďalej predpokladajme, že poznáme jej primitívnu funkciu  $G(x)$  a jej inverznú  $G^{-1}(x)$ . Algoritmus získania  $x$ :

1. Vygenerujeme  $x$  podľa rozdelenia  $g(x)$  (napr. podľa primitívnej funkcie).
2. Vygenerujeme číslo  $z$  z rovnomerného rozdelenia.
3. Ak  $\frac{f(x)}{g(x)} > z$ , event akceptujeme, v opačnom prípade event zahodíme a opakujeme postup od bodu 1.

Z matematického hľadiska je tento postup analogický s transformáciou premenných:

$$I = \int_{x_{min}}^{x_{max}} f(x) dx = \int_{x_{min}}^{x_{max}} \frac{f(x)}{g(x)} dG(x) = \int_{y_{min}}^{y_{max}} \frac{f(y)}{g(y)} dy \quad (1.10)$$

kde  $y = G(x)$ , čo zodpovedá transformácii  $x \rightarrow y = G(x)$ . Rejekčná metóda je aplikovaná na funkciu  $f(y)/g(y)$ , pričom  $y$  generujeme rovnomerne. Ak poznáme  $G^{-1}(y)$ , nie je problém urobiť spätnú transformáciu  $y \rightarrow x$ .

Postup sa dá rozšíriť aj na funkciu viacerých premenných, kde ako obalovaciu funkciu zvolíme  $g(\vec{x})$ , ktorá je súčinom  $n$ -nezávislých funkcií jednej premennej<sup>1</sup>:  $g(\vec{x}) = g_1(\vec{x}_1) \cdot g_2(\vec{x}_2) \cdot \dots \cdot g_n(\vec{x}_n)$ .

---

<sup>1</sup> $n$ -dimenzia vektora

Rejekčnú metódu aplikujeme rovnako ako v prípade funkcie jednej premennej, len v kroku 1.) je treba generovať  $i$ -tu zložku vektora  $\vec{x}$  pomocou prislúchajúcej funkcie  $g_i(x_i)$ .

Tento postup zodpovedá transformácií:

$$(x_1, x_2, \dots, x_n) \rightarrow (G_1(x_1), G_2(x_2), \dots, G_n(x_n)) \quad (1.11)$$

Spôsob využitia obalovacích funkcií jednej premennej nemusí byť efektívny, ak sa generovaná funkcia nedá dobre approximovať nezávislým súčinom funkcií jednej premennej. Tento problém sa dá riešiť vytvorením obalovacej funkcie viacerých premenných, ktorá je skonštruovaná na základe rozdelenia integračného objemu na niekoľko častí a zvykne sa označovať ako Mnohokanálová Monte Carlo metóda.

### e) Mnohokanálová Monte Carlo metóda

Integračný objem (označme  $\phi$ ) rozdelíme na  $n$ -rozmerné kvádre, pre jednoduchosť nech majú rovnaký objem, ktoré označíme  $\phi_{ij\dots}$  (počet indexov je rovný počtu nezávislých premenných). Počet delení v  $i$ -tej premennej označíme  $n_i$ :

$$\begin{aligned} \phi &= \sum_{i,j,\dots} \phi_{ij\dots} \\ i &= 1, 2, \dots, n_1; \quad j = 1, 2, \dots, n_2; \quad \dots \end{aligned} \quad (1.12)$$

Pre veľkosti jednotlivých hrán platí:

$$\Delta_1 = \frac{x_{1max} - x_{1min}}{n_1}; \quad \Delta_2 = \frac{x_{2max} - x_{2min}}{n_2}; \quad \dots \quad (1.13)$$

Integračný objem kvádra  $\phi_{ij\dots}$  je určený množinou

$$\begin{aligned} \phi_{ij\dots} \equiv & \{\vec{x}; \quad x_1 \in (x_{1min} + (i-1) * \Delta_1, x_{1min} + i * \Delta_1), \\ & x_2 \in (x_{2min} + (j-1) * \Delta_2, x_{2min} + j * \Delta_2), \\ & \dots \} \quad (1.14) \end{aligned}$$

Pre každý element  $\phi_{ij\dots}$  definujeme váhu  $w_{ij\dots}$ :

$$w_{ij\dots} \equiv \int_{\phi_{ij\dots}} f(\vec{x}) d\vec{x}. \quad (1.15)$$

Na základe nej zavedieme schodovitú funkciu  $w(\vec{x})$  definovanú v celom fázovom objeme:

$$w(\vec{x}) = w_{ij\dots}; \quad \vec{x} \in \phi_{ij\dots} \quad (1.16)$$

Rejekčnú metódu aplikujeme na funkciu

$$\tilde{f}(\vec{x}) = \frac{f(\vec{x})}{w(\vec{x})}. \quad (1.17)$$

Vektor  $\vec{x}$  bude generovaný s hustotou pravdepodobnosti danou funkciou  $w(\vec{x})$ . Túto funkciu generujeme tak, že podľa váhy  $w_{ij\dots}$  si vygenerujeme kváder a v rámci neho, t.j. v elemente  $\phi_{ij\dots}$  vygenerujeme  $\vec{x}$ , napríklad rovnomerne v každej premennej.

### 1.1.2 Veto algoritmus

Veľmi častým prostriedkom na generovanie úloh typu 'rádioaktívny rozpad' je tzv. *Veto algoritmus*.

Uvažujme časovo závislý rozpadový proces (t.j. rozpadová konštantá je funkcia času:  $\lambda = \lambda(t)$ ). Pravdepodobnosť rozpadu v časovom intervale je daný:

$$-dN = \lambda(t) \cdot N(t) dt \quad (1.18)$$

Integrovaním dostaneme časovú závislosť pravdepodobnosti, že udalosť v čase  $0 < t < t_0$  nenastala:

$$N(t_0) = \exp \left\{ - \int_0^{t_0} \lambda(t') dt' \right\} \quad (1.19)$$

Hustota pravdepodobnosti, že udalosť nastane v čase  $t$ :

$$P(t) = \frac{d(1 - N(t))}{dt} = \lambda(t) \cdot \exp \left\{ - \int_0^t \lambda(t') dt' \right\} \quad (1.20)$$

Ak vieme vyjadriť primitívnu funkciu k  $\lambda(t)$ , rozdelovaciu funkciu  $P(t)$  simulujeme využitím postupu a), inak je vhodné pre simulácie rozdelení tohto typu využiť **Veto algoritmus**:

Nájdeme vhodnú funkciu  $g(t)$  (s primitívou  $G(t)$ ), pričom  $g(t) \geq \lambda(t)$ .

1. Začneme od kroku  $i = 0$  a času  $t_i = 0$ .
2.  $i = 1$  a  $t_i = G^{-1}(G(t_{i-1}) - \ln(z))$ , kde  $z$  je náhodne číslo z rovnomerného rozdelenia ( $z \in (0, 1)$ ). Ďalej musí byť splnená podmienka  $t_i > t_{i-1}$ .
3. Porovnáme  $f(t_i)/g(t_i)$  s náhodným číslom  $r$ , rovnomerne rozdeleným v intervale  $(0, 1)$ . Ak  $f(t_i)/g(t_i) < r$ , postup opakujeme od kroku 2., ak nie, čas  $t_i$  považujeme za konečný.

Dôkaz o tom, že tento algoritmus vyberá náhodné čísla z rozdelenia  $P(t)$  je zdĺhavejší, nájdeme ho napríklad v [53].

## 1.2 Generátor interakcií PYTHIA a implementovaná fyzika

PYTHIA je Monte Carlo program simulúci fyzikálne procesy vznikajúce pri zrážkach urýchlených častíc špeciálne na  $e^+e^-$ ,  $ep$ ,  $p\bar{p}$  a  $pp$  kolajderoch. Bol vyvinutý v švédskom Lunde, je prepojený s programom JETSET, ktorý bol určený na fyziku pri  $e^+e^-$  zrážkach. PYTHIA z neho prevzala časti vykonávajúce hadronizáciu a rozpady nestabilných častíc.

Pre zjednodušenie výkladu, funkčnosť programu PYTHIA budeme ilustrovať na prípade opisu hlboko-nepružných QCD procesov produkovaných na hadrónových kolajderoch.

### 1.2.1 Štruktúra programu

Program pozostáva zo stupňov:

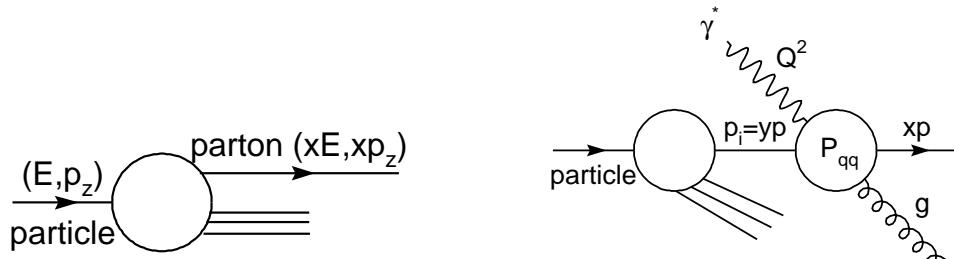
- Parametrizácia primárneho zväzku ako systému partónov
- Generovanie základnej interakcie partónov na úrovni QED alebo QCD
- Radiačné korekcie k základnej interakcii
- Doplňkové interakcie zvyškov zväzku
- Fragmentácia kvarkov a gluónov do hadrónov zoskupených v jetoch
- Rozpad nestabilných častíc na častice pozorovateľné detektorom

### 1.2.2 Parametrizácia primárneho zväzku - Partónový model

Na opis hlboko-nepružných zrážok urýchlených častíc sa používa **Partónový model** [34], [46], [43], v ktorom sa častica vo zväzku parametrizuje ako súbor volných partónov<sup>2</sup>. Každý z nich sa pohybuje v smere zväzku a nesie so sebou časť jeho hybnosti, energie a hmotnosti danú parametrom  $x$  (Björkenovo škálovanie, obr.1.1.): Pravdepodobnosti existencie partónu v hadróne s

---

<sup>2</sup>Partóny je spoločný názov pre kvarky a gluóny.



Obrázok 1.1: Časťica reprezentovaná ako súbor nezávislých partónov s energiou a hybnosťou, tvoriacu časť  $x$  z pôvodného zväzku.

Obrázok 1.2: Korekcia na vyžiarenie gluónu vo vstupnom partóne. Pri jej kvantitatívnom ohodnotení sa používa intermediálny fotón ako časťica sprostredkujúca interakciu

podielom  $x$  sú popísané štruktúrnymi funkciemi  $f(x)$ , ktorých suma je normovaná na jednotku [34]:

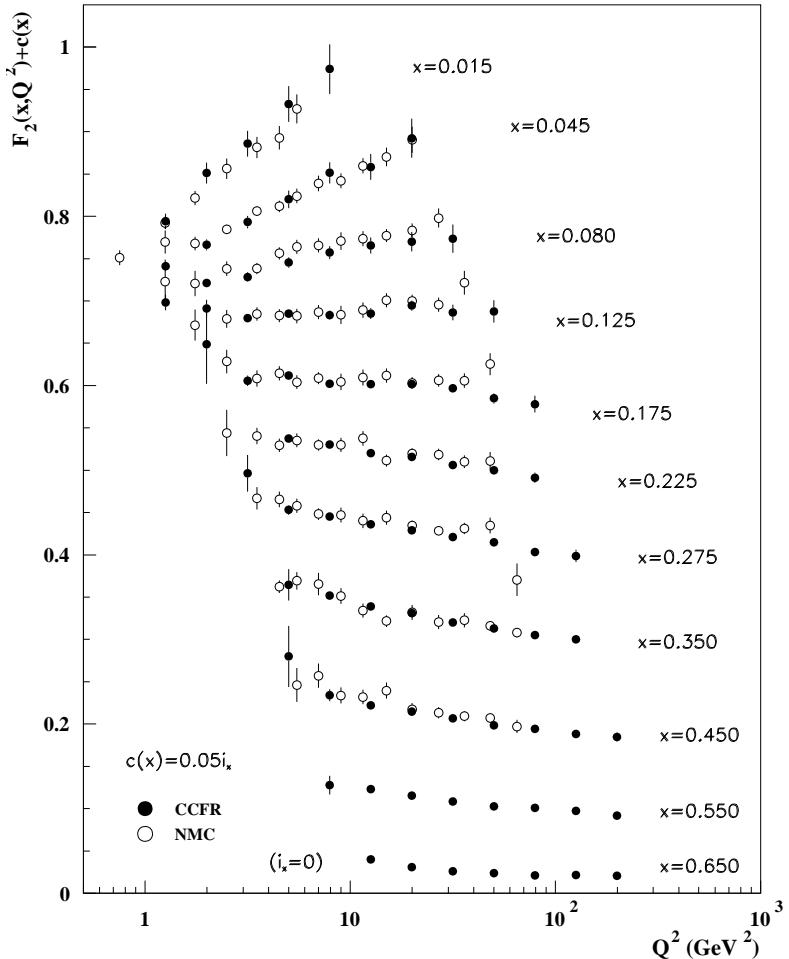
$$\sum_i \int x f_i(x) dx = 1 \quad (1.21)$$

Závislosť partónových funkcií len od parametra  $x$ , ktorá vyjadruje neprítomnosť vzájomnej interakcie medzi partónmi je narušená pri interakcii dvoch častic s veľkou prenesenou hybnosťou medzi nimi (zvykne sa označovať  $Q^2$ ).

### Narušenie škálovania

Závislosť štruktúrnych funkcií od prenesenej hybnosti je vyjadrená Altarelli-Parisiho evolučnými rovnicami. Rovnice opisujú diferenciálnu závislosť štruktúrnych funkcií od prenesenej hybnosti procesu  $Q$ . Závislosť vyjadruje radičnú korekciu na dvojčasticový hlboko-nepružný proces, t.j. partón ktorý interaguje pri prenesenej hybnosti  $Q$  mohol vzniknúť z iného partónu, ktorý niesol väčší podiel energie pôvodného zväzku emisiou ďalšej častice (obr.1.2.). Evolučné rovnice majú vo všeobecnosti tvar [8]:

$$\frac{dp_i(x, Q^2)}{d \log Q^2} = \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} p_j(y, Q^2) P_{ij} \left( \frac{x}{y} \right) \quad (1.22)$$



Obrázok 1.3: Závislosť štruktúrnych funkcií od  $Q$  pri niektorých hodnotách  $x$  získaná z hlboko-nepružných experimentov miónov na pevnom terčíku (CCFR) a neutrín na železe (NMC) [33].

Kde  $P_{ij}(z \equiv x/y)$  je funkcia udávajúca pravdepodobnosť, že partón  $i$  vznikol z partónu  $j$ . Explicitný tvar  $P_{ij}$  sa získa riešením Feynmanových diagramov príslušného procesu (obr.1.4.). Uvažované vetvenia s príslušnými pravdepodobnosťami sú [34]:

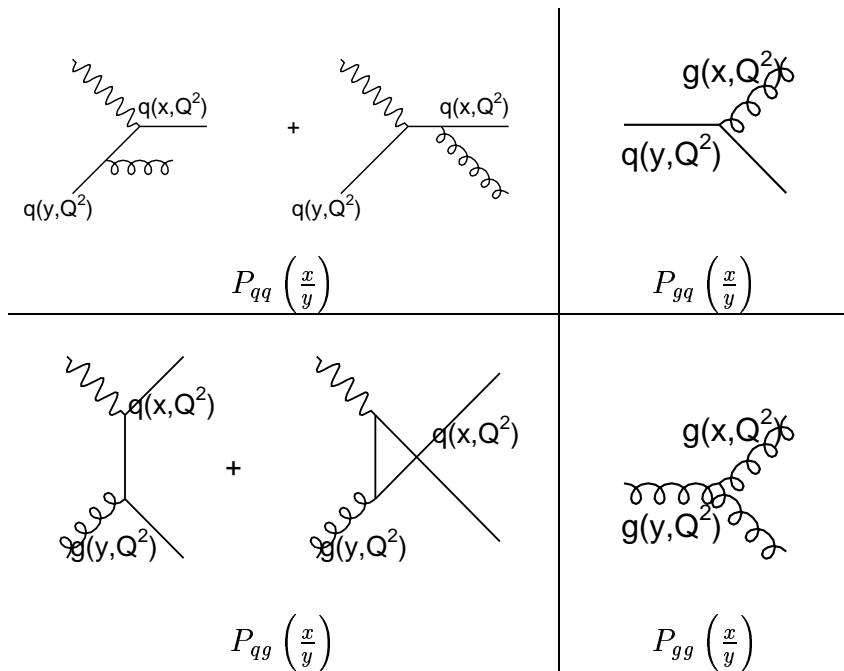
- a.) zmena hybnosti kvarku vyžiarením gluónu:  $\left( P_{qq}(z) = \frac{4}{3} \frac{1+z^2}{1-z} \right);$
- b.) anihilácie gluónu na kvarky:  $\left( P_{qg}(z) = \frac{n_f}{2} (z^2 + (1-z)^2) \right);$

c.) emisia gluónu z kvarku:  $\left( P_{gq}(z) = P_{qq}(1-z) = \frac{4}{3} \frac{1+(1-z)^2}{z} \right);$

d.) vyžiarenie gluónu gluónom:  $\left( P_{gg} = 3 \frac{(1-z)(1-z)}{z(1-z)} \right),$

kde  $n_f$  počet vôní uvažovaných kvarkov. Prvá dvojica zodpovedá evolúciu kvarkových partónových funkcií, druhá dvojica je pre evolúciu gluónu.

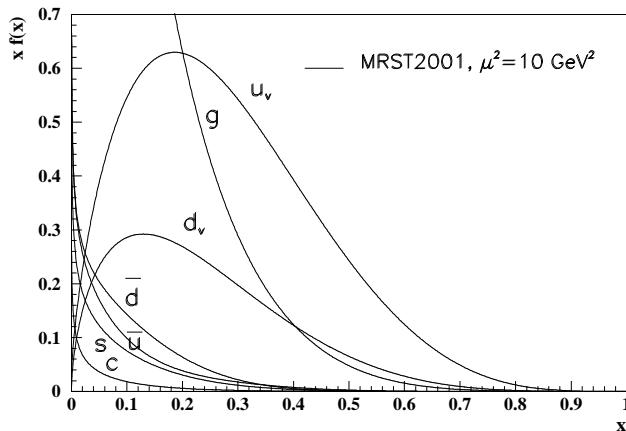
Vztah 1.22. vyjadruje fakt, že partón s kinematikou  $(x, Q)$  (na ľavej strane) mohol vzniknúť z partónu s väčšou hybnosťou  $(y > x)$ , s pravdepodobnosťou úmernou koeficientu  $\alpha_S P_{ij}$ .



Obrázok 1.4: Súbor korekčných diagramov využitých pri riešení evolučných rovníc pre partónové distribučné funkcie kvarkov a gluónov.

Závislosť partónových funkcií v premennej  $x$  sa získava z experimentov, pri definovanej hodnote  $Q$  (označovanej tiež ako faktorizačná škála  $\mu_F$ ). Tačiasto sa experimentálne overuje súlad s predpovedami evolučných rovníc meraním závislosti štruktúrnych funkcií od parametra  $Q$  (obr.1.3.). Hoci funkcie sú merané pri špecifických interakciách, sú prenositeľné aj na iné typy interakcií danej častice [34]. Na obrázku 1.5. sú znázornené štruktúrne funkcie pre protón pri faktorizačnej škále  $\mu_F^2 = 10 \text{ GeV}^2$ . Funkcie vyjadrujúce

závislosť štruktúrnych funkcií od parametra  $x$  boli získané fitovaním experimentálnych dát.



Obrázok 1.5: Partónové štruktúrne funkcie protónu. Uvedená je závislosť  $x f_i(x, \mu)$  pre všetky partóny v protóne pri faktorizačnej škále  $\mu = \sqrt{10} \text{ GeV}$  (séria MRST). [31].

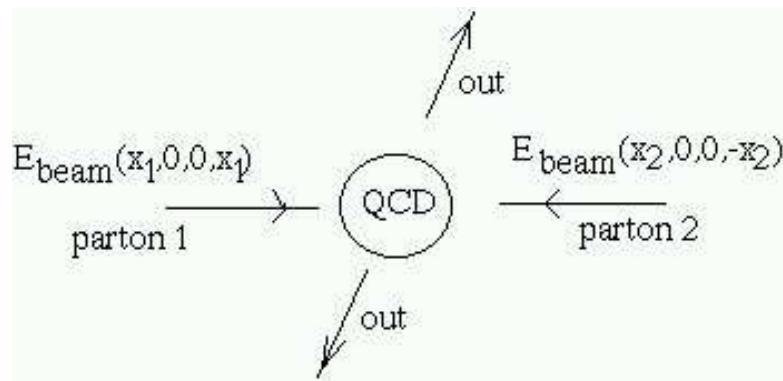
### 1.2.3 Fyzikálny proces

Interakcia partónov, ktorými sme parametrizovali zväzok urýchlených častíc je opísateľná poruchovou kvantovou chromodynamikou. Predpokladá sa, že do interakcie vstupuje z každej častice jeden partón, schematicky je interakcia znázornená na obrázku 1.6.

Pre účinný prierez procesu platí:

$$\sigma = \sum_{(p_i, p_j)} \iiint dx_1 dx_2 d\Omega f_i(x_1, Q^2) f_j(x_2, Q^2) \frac{d\sigma(p_i p_j \rightarrow q_1 \dots q_n)}{d\Omega} \quad (1.23)$$

kde  $f_i, f_j$  sú partónové distribučné funkcie,  $d\sigma/d\Omega$  je diferenciálny účinný prierez procesu  $p_i p_j \rightarrow q_1 \dots q_n$ . Sumuje sa cez všetky dvojice vstupných partónov, ktoré vedú na rovnaký konečný stav  $(q_1 \dots q_n)$ .



Obrázok 1.6: Schematické znázornenie  $QCD$  procesu na partónovej úrovni.

#### 1.2.4 Hadronizácia

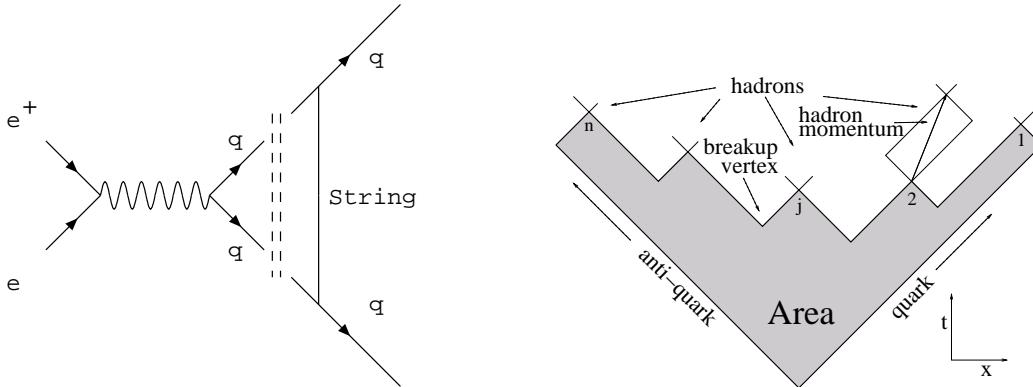
Kvarky v dôsledku uväznenosti<sup>3</sup> nie sú priamo pozorované častice. Viažu sa do hadrónov, ktoré možno pozorovať. Mechanizmus prechodu z kvarkov na hadróny nazývame hadronizácia (fragmentácia). Popis mechanizmu fragmentácie poruchovou QCD je nemožný v dôsledku silnej väzbovej konštanty silných interakcií v energetickej škále, pri ktorej fragmentácia nastáva. Problém prechodu z volných kvarkov na hadróny sa riešia pomocou rôznych fenomenologických modelov. Medzi najznámejšie a najrozšírenejšie sú modely strunovej fragmentácie a nezávislej fragmentácie. Prvý z nich tvorí základ generátora PYTHIA, ktorý však poskytuje aj možnosť použiť model nezávislej fragmentácie. O oboch si povieme niečo bližšie.

#### Strunová fragmentácia (SF)<sup>4</sup>

Model bol vyvinutý skupinou teoretikov v Švédskom Lunde, spočiatku slúžil pre účely modelovania experimentov na LEPE. Hlavná myšlienka modelu je naznačená na obrázku 1.7. Dva kvarky produkované v interakcii sú medzi sebou viazané silnou interakciou. Interakcia medzi nimi je popísaná silou, lineárne rastúcou so vzdialenosťou kvarkov (ako lineárny harmonický oscilátor). To znamená, že akonáhle sa častice od seba vzdialujú, kvadraticky so

<sup>3</sup>confinement

<sup>4</sup>string fragmentation



Obrázok 1.7: Vytvorenie struny z výstupných kvarkov, ktoré sú produktami  $e^+e^-$  interakcie [9].

Obrázok 1.8: Schéma trhania struny a vzniku hadrónov v Minkovského priestoročase [9].

vzdialenosťou medzi nimi vzrástá potenciálna energia, ktorá je príčinou, že z vakuua vznikajú nové  $q\bar{q}$  páry. Vzájomným prepojením vzniknutých susedných párov sa tvoria hadróny. Proces trhania struny a vzniku hadrónov v priestoročase je naznačený na obrázku 1.8. Produkčné vertexy hadrónov sú oddelené priestoru-podobným intervalom, preto poradie produkcie hadrónov v čase nie je jednoznačné. Z toho dôvodu kvôli konvencii sa hadróny číslujú od svetočiary primárneho kvarku smerom k svetočiare primárneho antikvarku. T.j. hadrón obsahujúci primárny kvark a antikvark z prvého vertexu má poradie<sup>5</sup> 1, atď.

Produkcia hadrónov podlieha tzv. **Lundovskému plošnému zákonu**<sup>6</sup>, ktorý hovorí o pravdepodobnosti produkcie  $n$ -hadrónov so štvorhybnosťami  $\{p_j\}$  [9] [10] [11] [12]:

$$\begin{aligned} dP_n(\{p_j\}; P_{tot}) &= \prod_{j=1}^n N_j d^2 p_j \delta(p_j^2 - m_j^2) \\ &\times \delta \left( \left( \sum_{j=1}^n p_j \right) - P_{tot} \right) \exp \{-bA\} \end{aligned} \quad (1.24)$$

kde  $A$  je plocha predhadronizačného stavu, vyznačená kvarkovými líniemi

<sup>5</sup>v literatúre sa označuje ako rank

<sup>6</sup>Lund area law

pôvodného  $q\bar{q}$  páru a líniami  $q\bar{q}$  párov, ktoré vytvorili konečný  $n$ -hadrónový stav (vid' obr.1.8.).<sup>7</sup>,  $P_{tot}$  celková štvorhybnosť systému  $q\bar{q}$ ,  $\{N_j\}$  hustota hadrónového stavu  $j$ -tej častice a  $b$  je parameter charakterizujúci silové pole medzi kvarkami<sup>8</sup>. Vztah 1.24. je súčinom veľkosti fázového priestoru konečných stavov a štvorca maticového elementu, zodpovedajúcemu pravdepodobnosti vytvorenia  $q\bar{q}$  párov z vakuua v danom silovom poli. V prípade našej sily zodpovedá výrazu  $\exp\{-bA\}$ . Pre malé multiplicity, keď je plocha  $A$  malá, je pravdepodobnosť potlačená malým fázovým priestorom, zatiaľ čo pre veľké multiplicity  $A$  je veľké, takže exponenciálny faktor je malý. Maximum pravdepodobnosti sa nachádza medzi nimi a je charakteristické tým, že produkované vertexy sú v priestoročase rozmiestnené na hyperbole [12].

Vztah 1.24. je možné prepísat' do parametrizácie, ktorá je vhodná na rekurzívnu produkciu hadrónov od svetočiary primárneho kvarku. Produkcia je popísaná v CMS sústave  $q\bar{q}$  páru, kde kvark sa pohybuje v smere osi  $\vec{z}$  a antikvark v opačnom smere  $-\vec{z}$ . Fragmentácia sa uskutočňuje takto:

Z vakuua sa vytvorí páár  $q_1\bar{q}_1$ , formuje sa hadrón  $q\bar{q}_1$ . Každému z kvarkov v  $q_1\bar{q}_1$  sa priradí priečna hybnosť  $p_\perp$ , ktorá je generovaná podľa Gaussovského rozdelenia v každej priečnej komponente  $p_x$  a  $p_y$  oddelene a je medzi oboma kvarkami lokálne kompenzovaná ( $\vec{p}_T^q + \vec{p}_T^{\bar{q}} = \vec{0}$ ). Priečna hybnosť vyprodukovaného hadrónu je daná sumou priečnych hybností jeho kvarkov.

Zostáva určiť energiu  $E$  a pozdĺžnu hybnosť hadrónu  $p_z$ , avšak podmienka na invariantnú hmotnosť produkovaného hadrónu ich navzájom viaže:

$$m^2 = E^2 - \vec{p}^2 \Rightarrow m_T^2 = (E + p_z)(E - p_z) \quad (1.25)$$

Definovaním premennej  $z$  ako zlomku z člena  $(E + p_z)$ , ktorý zoberie hadrón pôvodnému kvarku a použitím predpokladu, že fragmentácia je rovnaká vzhl'adom na to, či procedúra začína od konca pôvodného kvarku alebo antikvarku, je možné zo vztahu 1.24. odvodiť jednoznačnú funkciu  $f(z)$ , podľa ktorej sa premenná  $z$  generuje v iteračnom cykle.

Táto funkcia je nazvaná 'Lundovská fragmentačná funkcia' [9] [10] [11]

---

<sup>7</sup>Plocha je jednoznačne určená štvorhybnosťou hadrónov

<sup>8</sup>typická veľkosť je  $\approx 1 \text{ GeV} \cdot \text{fm}^{-1}$

[12], [53]:

$$f(z) = \frac{1}{z} (1-z)^a \exp \left\{ -b \frac{m_\perp^2}{z} \right\} \quad (1.26)$$

kde  $a$  je parameter odlišný pre rôzne vôle kvarkov. Pri produkcií  $q\bar{q}$  párov je potlačená produkcia t'ažkých kvarkov v pomere  $u\bar{u} : d\bar{d} : s\bar{s} : c\bar{c} \approx 1 : 1 : 0.3 : 10^{-11}$  [53].

Hadronizácia  $q\bar{q}$  systému s gluónmi, t.j.  $qg_1 + \dots + g_n\bar{q}$  je opísaná v [9], [10], [11].

### Nezávislá fragmentácia (IF)<sup>9</sup>

Je to konkurenčný model k strunovej fragmentácii vypracovaný v sedemdesiatych rokoch Fieldom a Feynmanom [30].

Proces fragmentácie jetu<sup>10</sup> je opísaný ako suma nezávislých fragmentačných procesov individuálnych kvarkov a gluónov. Fragmentácia prebieha v CMS sústave jetu, tak že fragmentačná os daného kvarku, je identická so smerom jeho pohybu v CMS sústave jetu.

Fragmentácia kvarku je schematicky znázornená na obr.1.9. Z pôvodného kvarku  $a$  sa vyprodukuje pár  $\bar{b}b$ , spojením kvarku  $a$  a antikvarku  $\bar{b}$  vznikne mezón  $\bar{b}a$  (rank 1). Zostávajúci kvark  $b$  vytvorí analogicky ďalší pár ( $\bar{c}c$ ) a mezón  $\bar{c}b$  (rank 2) a procedúra iteratívne pokračuje ďalej.

Iteračnou premennou je  $z$ , ktorá charakterizuje, akú časť  $E + p_L$  zoberie nový hadrón, zanechajúc časť  $1 - z$  zostávajúcemu kvarku. Premenná je v l'ubovoľnej kaskáde generovaná podľa tej istej fragmentačnej funkcie  $f(z)$ , ktorá môže byť zvolená takisto ako v strunovej fragmentácii.

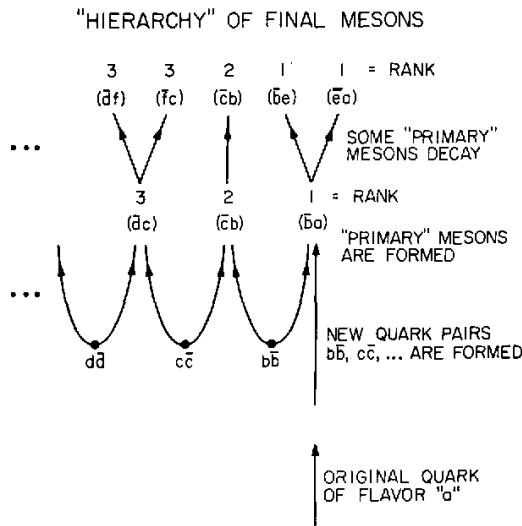
Priečna hybnosť je do modelu včlenená tak, že dvojiciam  $q\bar{q}$  je priradený navzájom opačný vektor  $\vec{q}_\perp$ , čo znamená, že sa lokálne zachováva. Jednotlivé komponenty vektorov sú generovaná pomocou Gaussovskeho rozdelenia [30].

Implementácia priečnej hybnosti by mala za následok, že energia hadrónov je väčšia ako energia pôvodného kvarku. Rozdiel by bol tým väčší, čím je menšia energia počiatočného kvarku. Pretože parameter  $z$  je interpretovaný ako podiel z  $E + p_L$  materskej častice, hodnota  $z \approx 0$  zodpovedá  $p_L < 0$ , čo má

---

<sup>9</sup>independent fragmentation

<sup>10</sup>Jet je takisto ako v SF zložený zo systému  $qg_1\dots g_n\bar{q}$ .



Obrázok 1.9: Ilustrácia hierarchickej štruktúry nezávislej fragmentácie. Pôvodný kvark 'a' vytvorí mezón s antikvarkom z kvark-antikvarkového páru prvého ranku, zostávajúci kvark vytvorí mezón s párom ďalšieho ranku [30].

za následok, že smer produkovaného hadrónu je opačný k smeru pôvodného kvarku. Preto sa tieto hadróny vyhadzujú. Vôňa, priečna hybnosť a  $E + p_L$  prenášaná vyhodenými hadrónmi sú pre jet stratené.

Energia takto korigovaného jetu sa pohybuje v rozmedzí  $1 - 2 \text{ GeV}$  okolo energie jetu pred hadronizáciou, pozdĺžna hybnosť jetu po fragmentácii je nižšia, pretože časť z nej bola použitá na 'vytvorenie' hmotnosti a priečnej hybnosti.

Ďalšie parametre modelu sú: **vôňa  $q\bar{q}$  dvojíc** (generovaná podľa pomeru  $u : d : s = \gamma : \gamma : (1 - 2\gamma)$ ); **pseudoskárne a vektorové miešanie mezónov**, kde na základe mezónových symetrií sa podľa tohto parametra vyberajú typy mezónov.

Ak je fragmentačnou časticou gluón, v modeli sa prezentuje ako kolineárny pár kvark-antikvark a tie hadronizujú nezávisle alebo sa gluón jednoducho nahradí kvarkom.

Nedostatkom fragmentácie je, že nie je invariantná voči Lorentzovským transformáciám, t.j. výsledky závisia od súradnicového systému, obchádza sa to tak, že fragmentácia sa vždy uskutočňuje v CMS systéme jetu.

### 1.2.5 Radiačné korekcie

Pod pojmom radiačné korekcie sa myslí vyžiarenie reálneho fotónu alebo gluónu časticami vstupujúcimi do interakcie alebo časticami, ktoré sú produkami interakcie. Korektné riešenie problému radiácie je založené na úplnom riešení maticového elementu celého systému, kde radiačné častice vystupujú ako riadne produkty interakcie. Vzhľadom na zložitosť problému využíva<sup>11</sup> PYTHIA (a aj napríklad generátor HERWIG) prístup založený na emisii fotónov (gluónov) vo forme spŕšky z vstupných a výstupných častíc neradiačnej interakcie (obr.1.10.). Prístup cez radiačné korekcie je jednoduchší, je to však len aproximácia úplného maticového elementu pre prípad mäkkých spŕšok, t.j. ak hybnosť vyžiarennej častice je malá v porovnaní s hybnosťou materskej častice.

V programe sú implementované vetvenia:

$$q \rightarrow qg \quad g \rightarrow gg \quad g \rightarrow q\bar{q} \quad q \rightarrow q\gamma \quad l \rightarrow l\gamma ,$$

vetvenia typu  $\gamma \rightarrow l\bar{l}$  ( $q\bar{q}$ ) sú zriedkavé, preto sa neuvažujú.

Pravdepodobnosti jednotlivých vetvení  $P_{1 \rightarrow 23}$  sú popísané rovnako ako v prípade partónových distribúcií rovnakými diagramami ako pri vyjadrení Altarelli-Parisiho evolučných rovníc (obrázok 1.4.).

Pravdepodobnosť vetvenia častice  $a$  na časticu  $b$  s podielom energie  $z$  a časticu  $c$  s podielom  $1-z$  vychádza z Altarelli-Parisiho rovnice (vztah 1.22.)

$$-\mathrm{d}\varphi_a(Q, z) = \sum_{b,c} \frac{\alpha}{2\pi} \varphi_a(Q, z) P_{a \rightarrow bc}(z) \mathrm{d}z \mathrm{d}\ln(Q^2), \quad (1.27)$$

kde  $\varphi_a(Q, z)$  je pravdepodobnosť existencie častice  $a$  v stave  $(Q, z)$ ,  $P_{a \rightarrow bc}(z)$  pravdepodobnosť vetvenia  $a \rightarrow bc$ <sup>12</sup>. Vztah vyjadruje sumu cez všetky možné vetvenia častice  $a$ .

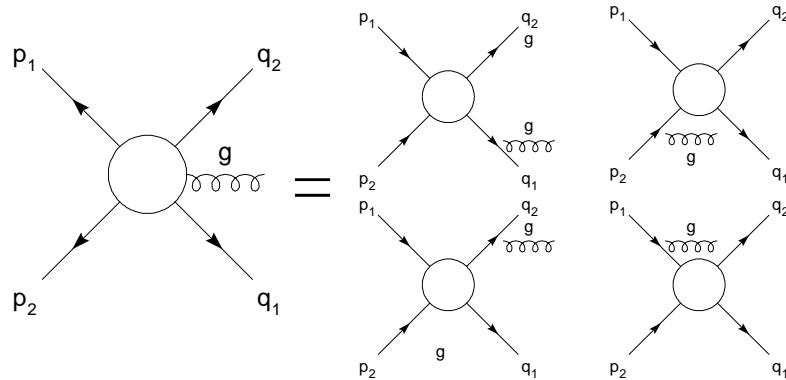
Koeficient vetvenia častice  $a$  pri danom  $Q^2$  získame integráciou časti pravej strany vo vztahu 1.27. podľa  $z$ :

$$I(Q^2) = - \sum_{b,c} \int_{z_{min}}^{z_{max}} \frac{\alpha}{2\pi} P_{a \rightarrow bc}(z) \mathrm{d}z \quad (1.28)$$

---

<sup>11</sup>Pod pojmom zložitosť problému myslíme problém s masívnosťou programu, lebo na fyzikálnej úrovni je dobre popísaný. Snahou nahradit korektný prístup približným bolo kompaktnosť a rýchlosť programu.

<sup>12</sup>rovnaký význam ako vo vztahu 1.22.



$$M(p_1 p_2 \rightarrow q_1 q_2 g) = M(p_1 p_2 \rightarrow q_1 q_2) + gluon_{corr}$$

Obrázok 1.10: Maticový element procesu  $p_1 p_2 \rightarrow q_1 q_2 g$  (vl'avo) je v programe nahradený maticovým elementom procesu  $p_1 p_2 \rightarrow q_1 q_2$  plus radiačnou korekciou na emisiu gluónu z l'ubovolnej vstupnej alebo výstupnej čiary (vpravo).

Pravdepodobnosť', že častica nevyžiari v intervale  $(Q_{max}^2, Q^2)$  získame integráciou vzťahu 1.27. podľa  $d \ln(Q^2)$ :

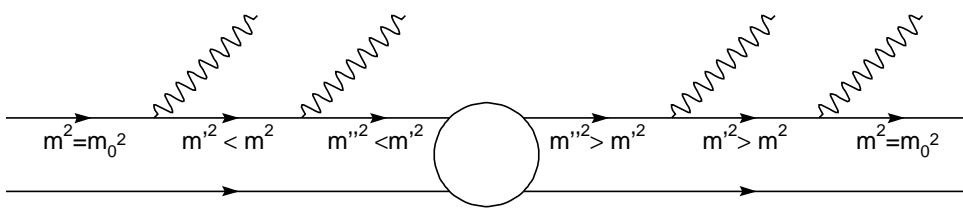
$$\wp_a(Q^2) = \exp \left\{ - \int_{Q^2}^{Q_{max}^2} I(Q^2) d \ln(Q^2) \right\} \equiv S_a(\ln(Q^2)) \quad (1.29)$$

Faktor  $S_a(\ln(Q^2))$  je v literatúre označovaný ako *Sudakovov form faktor*. Premenná  $1 - \wp_a(Q^2)$  vyjadruje pravdepodobnosť vyžiarenia častice v intervale  $(Q_{max}^2, Q^2)$ , jej derivácia podľa premennej  $\log(Q^2)$  je hustota pravdepodobnosti vyžiarenia:

$$\rho(Q^2) = \frac{d[1 - \wp_a(Q^2)]}{d \log(Q^2)} = I(Q^2) \cdot \exp \left\{ - \int_{Q^2}^{Q_{max}^2} I(Q^2) d \ln(Q^2) \right\} \quad (1.30)$$

Na jej generovanie sa používa *Veto algoritmus*. V programe je možné meniť hranice intervalu  $\langle Q_{min}; Q_{max} \rangle$

Z fyzikálneho pohľadu sa vetvenie častice popisuje tak (obr.1.11.), že na začiatku vetvenia leží na svojej hmotnostnej hyperploche a po vyžiareni radiačnej častice sa stane virtuálnou s  $m^2 < 0$ , ak vyžiari viacej krát, jej



Obrázok 1.11: Spôsob vetvenia vstupnej a výstupnej častice. Vstupná častica pred vetvením je volná, takisto výstupná častica po vetvení. Smerom k interakcii z obidvoch strán vzrástá virtualita vetviacich častíc.

virtualita smerom k interakcii rastie. Spŕšky charakterizované virtualitou  $m^2 < 0$  sa nazývajú priestorupodobné. Naopak, vetvenie produktov interakcie je charakterizované klesajúcou virtualitou, t.j. najvyššiu virtualitu má častica vystupujúca z interakcie a po vyžiarení radiačnej častice jej virtualita klesá. Mierou virtualita častíc po interakcii je takisto hmotnosť  $m^2 > 0$ . Spŕšky produktov interakcie sa nazývajú časupodobné.

Základná interakcia je v programe PYTHIA popísaná s vol'nými vstupnými a výstupnými časticami (častice ležiace na svojich hmotnostných hyperplochách). Až potom sa aplikujú radiačné korekcie. To znamená, že technická realizácia vetvenia v programe PYTHIA je odlišná od schémy na obr.1.11., kde vstupné parametre interakcie sú modifikované radiačnými korekciami. Bolo tam použité priblíženie, v rámci ktorého radiačné korekcie nemajú vplyv na maticový element interakcie, čo je splnené pre prípad mäkkých radiácií.

V programe PYTHIA sa radiačné korekcie odvádzajú smerom od základnej interakcie tak, že vstupným a výstupným časticiam interakcie sa priradí hmotnosť, ktorá časticu posunie mimo jej hmotnostnú hyperplochu a umožní jej vyžarovať. Zmenou hmotnosti vetviacej častice by sa však porušil zákon zachovania štvorhybnosti. V snahe vyhnúť sa tomu, je mechanizmus spŕšok prevedený na dvojiciach častíc, vetvenie jednej častice sa kompenzuje zmenou jej hybnosti aj hybnosti druhej častice.

Mechanizmus spŕšok v programe má mnoho ďalších špecifík, avšak principiálne existujú dva základné typy, a to sú spomínané časupodobné spŕšky (radiácia v konečnom stave) a priestorupodobné spŕšky (radiácia v počiatoč-

nom stave).

### Radiácia v konečnom stave (FSR)<sup>13</sup>

Pod týmto pojmom sa skrýva vetvenie produktov základnej interakcie alebo produktov rozpadu nestabilných častíc, rozpadajúcich sa ešte pred hadronizáciou (*top* kvark, *W* bozón). Pre ilustráciu opíšeme mechanizmus FSR na rozpade častice  $X$ : Základný rozpad je napr.  $X \rightarrow q_1 q_2$ , mechanizmom FSR sa vyprodukujú radiačné fotóny (alebo gluóny) vetvením oboch produktov rozpadu.

Program pracuje v CMS sústave oboch častíc. Pri vetvení častice  $q_1$  sa jej hmotnosť 'posunie' mimo jej hmotnostnú hyperplochu, druhá častica zostane na svojej hmotnostnej hyperploche. Hmotnosť častice  $q_1$  sa získa vygenerovaním parametra  $Q^2$  podľa rozdelenia zo vzťahu 1.30. Ako sme spomínali, zmenou hmotnosti kvarku sa musia kvôli zachovaniu štvorhybnosti zmeniť aj hybnosti obidvoch kvarkov. Pre vetvenie častice  $q_2$  platí rovnaký postup. Takto sa vygeneruje štvorica parametrov  $m_1, m_2, z_1$  a  $z_2$  pre vetvenia oboch kvarkov  $q_1 \rightarrow 3 + 4$  a  $q_2 \rightarrow 5 + 6$ . Prípustné hodnoty premenných  $m_1, m_2$  sú dané podmienkou  $m_1 + m_2 < E_{CMS}$ . Produkty častíc  $q_1$  a  $q_2$  pokračujú vo vetvení v ďalších kaskádach. Virtualita častíc v ďalších spŕškových kaskádach postupne klesá a po dosiahnutí kritickej hodnoty sú spŕšky zastavené.

### Radiácia v počiatočnom stave (ISR)<sup>14</sup>

Tento typ radiácie zahŕňa možnosť vyžiarenia partónov ešte pred základnou interakciou. Pretože kinematika partónov vstupujúcich do interakcie je generovaná v hlavnom procese, spôsob vetvenia funguje oproti časovej osi, t.j. mechanizmus sa snaží získať materský partón, z ktorého vetvením vznikol partón vstupujúci do základnej interakcie. Virtualita vetviacich častíc klesá smerom od základného procesu k materskému partónu.

Výsledkom radiácie je to, že vstupné partóny základnej interakcie (1, 2) pôvodne pohybujúce sa pozdĺžne v smere osi zväzku môžu získať hybnosti v priečnom smere tak, že pozdĺžne sa pohybujú ich materské partóny.

---

<sup>13</sup>final state radiation

<sup>14</sup>initial state radiation

### 1.2.6 Rozpad častíc

Program obsahuje všetky známe elementárne častice a hadróny. Takisto je rozšírený na mnoho častíc, ktoré sú súčasťou rôznych fyzikálnych modelov (ďalšie generácie kvarkov, leptónov, SUSY, a pod.). Rozdelujú sa na stabilné a nestabilné častice. Nestabilné častice sa v programe rozpadajú na stabilné, čiže okrem informácie o hmotnosti a náboji obsahujú ešte informáciu o strednej dobe života ( $\tau_0$ ) a tabuľku rozpadových módov s príslušnými vetviacimi pomerami.

Význačne postavenie majú krátkožijúce častice (označované ako rezonan-  
cie). Za také sa považujú vektorové bozóny  $W^\pm$ ,  $Z$ ,  $H$ , *top* kvark, ktoré sa rozpadajú ešte pred hadronizáciou, alebo niektoré hadróny ako produkty hadronizácie. Pri produkcií ich hmotnosti sú generované podľa Breit-Wignerovej distribučnej funkcie [53]:

$$\rho(m) = \frac{1}{(m - m_0)^2 + \Gamma^2/4} \quad (1.31)$$

kde  $m_0$  je hmotnosť častice a  $\Gamma$  jej rozpadová šírka.

Čas rozpadu  $\tau$  nestabilnej častice je generovaný podľa rozdelenia [53]:

$$\rho(\tau) = \exp(-\tau/\tau_0) \quad (1.32)$$

z neho sa počíta poloha rozpadového vertexu.

Kinematika rozpadajúcich častíc je generovaná s váhou podľa fázového priestoru produktov rozpadu, v niektorých troj- a viacčasticových rozpadoch je fázový priestor váhovaný príslušným maticovým elementom rozpadu.

### 1.2.7 Ďalšia interakcia zvyškov zväzku.

Program opisuje možnosť ďalšej interakcie častice zväzku po vybratí partónu, zúčastňujúceho sa základnej interakcie. Tomuto zvyšku častice je možné podľa vybraného partónu priradiť farbu a vôňu, je reprezentovaný ako kvark alebo dikvark  $qq$  alebo je rozdelený na dve separátne častice.

Mnohonásobná interakcia je popísaná bud' modelom, kedy sa pôvodný hadrón uvažuje ako objekt zložený z partónov, interagujúcich nezávisle (Jednoduchý model) alebo sa berie do úvahy aj topológia zrážky hadrónov pro-

stredníctvom parametra prekrytia primárnych hadrónov<sup>15</sup>. Počet interagujúcich partónov pri jednej zrážke je generovaný pomocou Poissonovho rozdelenia, so strednou hodnotou danou [53]

$$\bar{n} = \frac{\sigma_{hard}(p_{\perp min})}{\sigma_{nd}(s)}, \quad (1.33)$$

kde  $\sigma_{hard}(p_{\perp min})$  je totálny účinný prierez pre interakciu hadrónov a  $\sigma_{nd}(s)$  je účinný prierez hlboko-nepružnej interakcie<sup>16</sup>.

Inými slovami tento pomer je priemerný počet partón-partónových interakcií v jednom evenete nad  $p_{\perp min}$ .

Dolné ohraničenie pre  $\sigma_{hard}$  je treba kvôli divergencii integrálu pre  $p_{\perp}^2 \rightarrow 0$  [53]:

$$\sigma_{hard}(p_{\perp min}) = \int_{p_{\perp min}^2}^{s/4} \frac{d\sigma}{dp_{\perp}^2} dp_{\perp}^2, \quad (1.34a)$$

pričom

$$\lim_{p_{\perp}^2 \rightarrow 0} \frac{d\sigma}{dp_{\perp}^2} \approx \frac{1}{p_{\perp}^4}. \quad (1.34b)$$

---

<sup>15</sup>impact parameter

<sup>16</sup>pružné zrážky a difrakčné procesy nie sú v programe zahrnuté

## 1.3 Hlavné zdroje neurčitostí partónového modelu

### 1.3.1 Volba konštanty silnej interakcie.

Výpočty účinných prierezov QCD procesov v partónovom modeli vychádzajú z poruchovej teórie, pričom sa zväčša využíva výpočet prvého člena v poruchovom rozvoji, v literatúre označovaný ako LO<sup>17</sup>, čo dáva len hrubý odhad výsledku. Väčšia presnosť sa získali zahrnutím ďalších členov, avšak výpočty tak naberajú na zložitosť. Už druhý člen v poruchovom rozvoji, v literatúre označovaný ako NLO<sup>18</sup> je vypočítaný len pre niektoré procesy, tretí člen (NNLO)<sup>19</sup> je k dispozícii len veľmi zriedkavo [44].

Presnosť výpočtu procesu v danom ráde poruchovej teórie závisí od veľkosti konštanty silnej interakcie. Pri výpočtoch niektorých procesov vo vyšších rádoch poruchovej teórie možno mechanizmom renormalizácie získať závislosť konštanty silnej interakcie od renormalizačnej škály  $\mu$  ( $\alpha_S = \alpha_S(\mu)$ ) [31]:

$$\mu \frac{d\alpha_S}{d\mu} = -\frac{b_0}{2\pi}\alpha_S^2 - \frac{b_1}{4\pi^2}\alpha_S^3 - \frac{b_2}{64\pi^3}\alpha_S^4 - \dots \quad (1.35a)$$

$$b_0 = 11 - \frac{2}{3}n_f \quad b_1 = 51 - \frac{19}{3}n_f \quad b_2 = 2857 - \frac{5033}{9}n_f + \frac{325}{27}n_f^2 \quad (1.35b)$$

kde  $n_f$  je počet vôní kvarkov s hmotnosťou menšou ako  $\mu$ .

Riešením tejto diferenciálnej rovnice je mocninový rad s inverznou mocninou v  $\ln(\mu^2)$  [31]:

$$\begin{aligned} \alpha_S(\mu) &= \frac{4\pi}{b_0 \ln(\mu^2/\Lambda_{QCD}^2)} \left[ 1 - \frac{b_1}{b_0^2} \frac{\ln[\ln(\mu^2/\Lambda_{QCD}^2)]}{\ln(\mu^2/\Lambda_{QCD}^2)} + \frac{4b_1^2}{b_0^4 \ln^2(\mu^2/\Lambda_{QCD}^2)} \right. \\ &\quad \times \left. \left( \left( \ln[\ln(\mu^2/\Lambda_{QCD}^2)] - \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{b_2 b_0}{8b_1^2} - \frac{5}{4} \right) \right] \end{aligned} \quad (1.36)$$

Integračnú konštantu  $\Lambda_{QCD}$  s rozmerom hmotnosti sa nazýva **konštantou silnej interakcie** a určuje sa z experimentu, tak že sa pri fixovanej škále  $\mu_0$

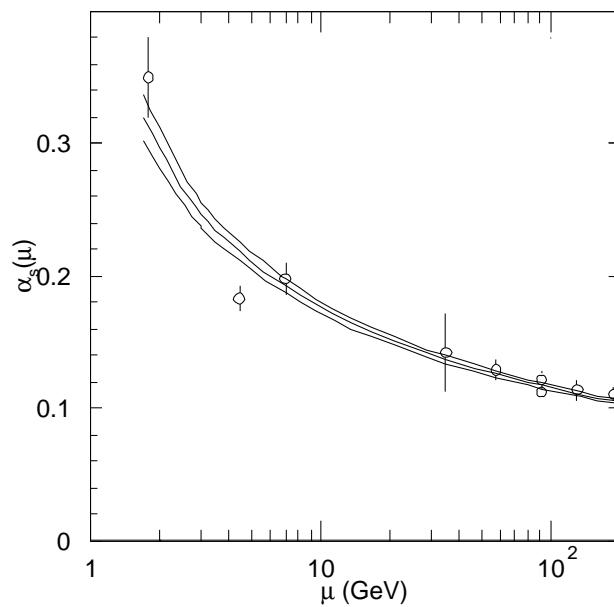
<sup>17</sup>leading order

<sup>18</sup>next-to-leading order

<sup>19</sup>next-to-next-to-leading order

určí hodnota  $\alpha_S(\mu_0)$ <sup>20</sup>.

Závislosť  $\alpha(\mu)$  získaná minimalizáciou dát z doterajších experimentov je uvedená na obrázku 1.12. Účinný prierez QCD procesov vo vyšších rádoch poru-



Obrázok 1.12: Závislosť  $\alpha_S(\mu)$  získaná z experimentálnych dát. Krajiné čiary určujú  $\pm 1\sigma$  limit okolo priemernej hodnoty reprezentovanej strednou čiarou [31].

chovej teórie vykazuje divergencie, ktoré je možné odstrániť mechanizmami renormalizácie. Prvé dva koeficienty  $b_0$  a  $b_1$  vo vzťahu 1.35. nezávisia od výberu renormalizačnej procedúry, koeficient  $b_2$  je špecifický pre renormalizačnú schému  $\overline{MS}$ <sup>21</sup> [44], [31].

Renormalizácia pri niekoľkých členoch rozvoja vnáša do výpočtu volné parametre (podobne ako  $\Lambda_{QCD}$  vo vzťahu 1.36.), pričom ak by sme poznali všetky členy poruchového rozvoja, fyzikálne veličiny, ako napríklad účinný prierez by boli nezávislé od výberu renormalizačnej škály. V skutočnosti však máme k dispozícii výpočty len v LO a NLO, prípadne v NNLO, čo spôsobuje

<sup>20</sup>Štandardne sa určuje v  $\mu_0 = M_Z$ . Súčasná priemerná hodnota  $\alpha(M_Z) = 0.1181 \pm 0.002$  implikuje  $\Lambda_{QCD} = 208^{+25}_{-23} \text{ MeV}$  [31].

<sup>21</sup>modified minimal subtraction

že veľkosť fyzikálnych veličín je od výberu renormalizačnej škály  $\mu$  závislá. So zvyšujúcim počtom členov poruchového rozvoja sa však táto závislosť redukuje.

### 1.3.2 Volba štruktúrnych funkcií

Ďalšou neurčitosťou pri používaní partónového modelu je volba partónových štruktúrnych funkcií  $f(x_1, Q^2)$ , vstupujúcich vo vztahoch pre účinný prierez. Hoci štruktúrne funkcie sú parametrizované dvoma premennými, ich závislosť od premennej  $Q$  sa dá opísat pomocou Altarelli-Parisiho evolučných rovníc (vid'. kap.1.2.2.). Neznámou tak zostáva závislosť od premennej  $x$ , ktorá sa získava z experimentálnych dát z hlboko-nepružných rozptylov (experimenty na urýchľovačoch HERA, SLAC) či Drell-Yan procesov (experimenty vo Fermilabe).

Riešenie evolučných rovníc, t.j. závislosť od parametra  $Q$  (faktorizačná škala  $\mu_F$ ) nie je jednoznačná, závisí od mechanizmu renormalizácie, v ktorom bol konkrétny tvar evolučnej rovnice získaný (dostupné sú evolučné rovnice v *NLO* [47]) a od veľkosti konštanty silnej interakcie ( $\Lambda_{QCD}$ ), ktorá sa získava fitovaním cez experimentálne dátá.<sup>22</sup>

Pri výpočte účinného prierezu zo štruktúrnych funkcií sa faktorizačná škala  $\mu_F$  sa zvykne položiť rovná renormalizačnej škále  $\mu_R$  daného procesu. Dôvodom je fakt, že ak sa škály nerovnajú, účinný prierez v takom prípade silnejšie kolíše pri zmene škál [43].

V súčasnosti sú k dispozícii série, ktoré v celom rozsahu dodávajú účinným prierezom ľubovoľného procesu neurčitosť na úrovni [56]:

$$MRST : \quad \Delta\sigma_{exp}(LHC) \approx \pm 2\% \quad \Delta\sigma_{exp}(Tevatron) \approx \pm 2\% \quad (1.37a)$$

$$CTEQ : \quad \Delta\sigma_{exp}(LHC) \approx \pm 8\% \quad \Delta\sigma_{exp}(Tevatron) \approx \pm 5\% \quad (1.37b)$$

---

<sup>22</sup>Z toho dôvodu skupiny venujúce sa výpočtu štruktúrnych funkcií uvádzajú navzájom odlišné série štruktúrnych funkcií, medzi najznámejšie patria kolaborácie CTEQ a MRST. V rámci každej z nich existuje niekol'ko sád funkcií, podľa tvaru funkcie, ktorá fituje experimentálne dátá. Napríklad v kolaborácii CTEQ sa séria CTEQ2MF a CTEQ2MS od seba líšia extrapoláciou pri malých  $x$ .

## 1.4 Simulácia odozvy detektora programom ATLFAST

Tento programový balík je určený pre rýchlu simuláciu odozvy detektora ATLAS. Hlavný dôraz je kladený na reprodukciu kinematických parametrov vyletujúcich častíc. Rozlíšenie odoziev bolo získané parametrizáciou výsledkov z úplných simulácií jednotlivých sub-detektorov, ktoré zodpovedajú skutočným odozvám navrhnutých detektorov<sup>23</sup>, avšak z dôvodu časovej náročnosti sú nepoužiteľné.

Program ATLFAST dosiaľ nerieši problém účinnosti detekcie leptónov a fotónov, má však zakomponovanú účinnosť rekonštrukcie jetov,  $b$ -taggingu a rekonštrukciu chýbajúcej priečnej hybnosti.

V programe sú zakomponované geometrické vlastnosti detektora, ako geometrická akceptancia (vyjadruje pokrytie priestoru detektorom) alebo granularita kalorimetra (priestorové delenie jednotlivých častí kalorimetra). Naopak, nie sú zakomponované napr. priestorové tvary spŕšok (elektromagnetických, hadrónových) alebo detaily týkajúce sa energie izolovaných leptónov. Program obsahuje hrubé parametrizácie elektrónovej, miónovej či fotónovej odozvy, takisto parametrizácia rozlíšenia hadrónového kalorimetra, d'alej efekty v magnetickom poli a rozlíšenie miónových, elektrónových a kaónových trekov.

Hlavnou úlohou programu je analyzovať komplexnú informáciu eventov, vybrať izolované leptóny, fotóny, rekonštruovať jety, označiť  $b$ ,  $c$  a  $\tau$  jety alebo odhadnúť chýbajúcu priečnu hybnosť.

### 1.4.1 Princíp získania signálu

ATLFAST je prepojený s generátorom interakcií (v našom prípade s generátorom PYTHIA). V každom evente ATLFAST načíta z generátora interakcií súbor stabilných častíc, ktoré vznikli simuláciou interakcie urýchленého zväzu.

#### Signál v kalorimetri

---

<sup>23</sup>Podrobnejší popis jednotlivých sub-detektorov detektora ATLAS možno nájsť v [13], [14].

Celý priestor detektora je rozdelený do kalorimetrických buniek s definovanou veľkosťou (granularitou) v  $\eta \times \varphi$  koordinátoch<sup>24</sup> (základné nastavenie:  $0.1 \times 0.1$  pre  $|\eta| < 3$  a  $0.2 \times 0.2$  pre  $|\eta| > 3$ ) v celom kalorimetri.

Do nich sú započítané priečne hybnosti častíc, získaných z generátora interakcií. Pri výpočte uhla  $\varphi$  každej nabitej časticie je započítaný vplyv magnetického poľa detektora.

Kalorimetrické bunky, ktorých priečna energia je väčšia ako prahová (základ  $E_T > 1.5 \text{ GeV}$ ) sú uvažované ako možné iniciátory klastrov. Bunky sú prezerané v zostupnom poradí podľa veľkosti  $E_T$  tak, že sa spočítava celková  $E_T$  v kónuse  $\Delta R$  a táto sa testuje, či je prekročená minimálna hodnota pre klaster ( $E_T > 10 \text{ GeV}$ ). Veľkosť rekonštruovaného kužeľa je rôzna pre centrálnu časť kalorimetra (pre barrel, kde  $|\eta| < 3$  je  $\Delta R = 0.4$ ) a pre región blízko osi zväzku (kde  $|\eta| > 3$  je  $\Delta R = 0.7$ ). Koordináty rekonštruovaných klastrov ( $\eta^{clu}, \varphi^{clu}$ ) sú vypočítané ako t'ažiská buniek tvoriacich klaster váhovaných podľa  $E_T$ . V programe je daná aj možnosť paralelného algoritmu na rekonštrukciu klastrov slúžiaceho či už na porovnanie, vývoj alebo testovanie systematiky odozvy. V tomto kroku ešte nie je použité energetické rozmazanie energie klastrov.

### izolované fotóny

Z eventu sa vyberú fotóny, potom sa ich kinematika rozmaže podľa distribúcií s parametrami očakávanými pre detektor a testujú sa kinematické kritériá (základ:  $p_T > 10 \text{ GeV}$  a  $|\eta| < 2.5$ ). ku každému fotónu sa hľadá príslušný klaster ( $\Delta R_{\gamma,klaster} < 0.1$ ) a naň sú použité kritériá pre izolovanie fotónu, t.j. vzdialenosť od iných klastrov a maximálna deponovaná priečna energia ( $\Delta R > 0.4$  od iných klastrov a  $E_T < 10 \text{ GeV}$  v kuželi  $\Delta R < 0.2$  okolo fotónu). Všetky fotóny splňajúce obe kritéria sú zaznamenávané ako izolované fotóny a prislúchajúci klaster je vymazaný zo zoznamu klastrov.

### izolované elektróny

Postupuje sa analogicky ako v prípade fotónov, čiže vyberú sa elektróny, rozmaže sa ich kinematika, potom sa aplikujú kinematické kritériá ( $p_T > 5 \text{ GeV}$  a  $|\eta| < 2.5$ ), identifikuje sa asociovaný rekonštruovaný klaster (

---

<sup>24</sup>definícia premenných v texte je v dodatku A

$\Delta R_{elektron,klaster} < 0.1$  ) a aplikujú sa izolačné kritériá pre elektrón, ktoré sú úplne identické s fotónovými. Nakoniec sa izolovaný elektrón zaznamená a zruší sa záznam o prislúchajúcom klasteri.

### izolované mióny

Takisto ako v predchádzajúcich prípadoch, kinematické kritériá sú:  $p_T > 6 \text{ GeV}$  a  $|\eta| < 2.5$ . Izolačné kritériá sú rovnaké ako v prípade elektrónov, či fotónov. Mióny, ktoré splňajú kinematické kritériá, ale nesplňajú izolačné kritériá sú zaznamenané ako **neizolované mióny**.

### rekonštrukcia jetov

Pre rekonštrukciu jetov sú použité zostávajúce klastery, ktoré neboli asociované s fotónmi alebo leptónmi. Na ne sa aplikuje energetické rozmazanie a ak presahujú prahovú hodnotu ( $E_T > 15 \text{ GeV}$ ), sú označené ako rekonštruované jety. Treba poznamenat', že do energie klastrov je pridaná energia neizolovaných miónov.

#### *jety označené ako b-jety a c-jety*

Program označuje jety ako  $b$ -jetu vtedy, ak v kuželi  $\Delta R < 0.2$  okolo rekonštruovaného jetu nájdeme v evente prislúchajúci  $b$ -kvark s  $p_T > 5 \text{ GeV}$  (analogicky pre  $c$  kvark).

#### *jety označené ako $\tau$ -jet*

Jedná sa o rekonštrukciu  $\tau$ -leptónu, ktorý sa môže rozpadnúť hadrónovo. Požiadavka je, aby produkty rozpadu  $\tau$  boli 'tvrdé' (t.j.  $p_T^{\tau-had} > 10 \text{ GeV}$  v rozsahu  $|\eta| < 2.5$ ), aby dominovali v rekonštruovanom jete ( $p_T^{\tau-had}/p_T^{\tau-jet} > 0.9$ ) a aby sa nachádzali v jetovom kónuse ( $\Delta R_{jet,\tau-had} < 0.3$ ).

*Treba poznamenat', že program neuvažuje účinnosti pre identifikáciu fotónov, leptónov alebo pre  $b,c,\tau$ -tagging. Funkcie, popisujúce rozmazanie kinematiky častíc sú dodávané pre prípady nízkej aj vysokej luminozity zväzku.*

### Rekonštrukcia dráh nabitých častíc

Je realizovaná pre čästice nachádzajúce sa v objeme *inner* detektora ( $|\eta| < 2.5$ ) a s priečnou hybnosťou nad prahom ( $p_T > 0.5 \text{ GeV}$ ). Rekonštruované parametre sú  $d_0$  (vzdialenosť sekundárneho vertexu od osi zväzku),  $z_0$  (poloha primárneho vertexu pozdĺž osi zväzku),  $\cot\vartheta$  (charakterizuje uhol

výletu častice z miesta interakcie) a  $\varphi$  (polárny uhol miesta zrodu častice),  $q/p_T$  (charakterizuje veľkosť a smer zakrivenia častice v magnetickom poli detektora) [13]. Parametre sú rozmazané podľa predpokladaných rozlíšení detektora.

### **Chýbajúca priečna hybnosť**

Táto veličina je počítaná ako suma  $p_T$  z identifikovaných a izolovaných častíc (fotónov, elektrónov, miónov), jetov, neizolovaných miónov nepripojených k jetom a zvyšných neidentifikovaných klasterov. Takisto sa k tejto sume pričíta signál z buniek, ktoré neboli pripojené ku klasterom, predtým sa však zohľadní rozlíšenie detektorov.

### **program ATLFAST-B**

Je to samostatný program, slúžiaci predovšetkým pre ľahšiu manipuláciu užívateľa s rekonštruovanými dátami. Program číta event po evente výstup z programu ATLFAST, vyberá klúčové informácie a poskytuje užívateľovi možnosť konečného spracovania. Jeho výhodou je možnosť začlenenia rôznych aspektov detektora, ktoré neboli dosiaľ použité, t.j. účinnosti identifikácie častíc,  $b$ -taggingu alebo rekalibrácie energie jetov.

Program poskytuje kinematické informácie o:

- izolovaných leptónoch (mión, elektrón); náboj leptónu
- izolovaných fotónoch
- jetoch (s možnosťou rekalibrácie)  
rekalibrácia je realizovaná ako prenásobenie rekonštruovanej  $p_T$  faktorom  $K(p_T)$ .
- $b, c, \tau$  jetoch; účinnosť  $b$ -taggingu
- rekonštruovaných trekov nabitých častíc

# Kapitola 2

## Fyzika top kvarku

### 2.1 Súčasný status fyziky *top* kvarku

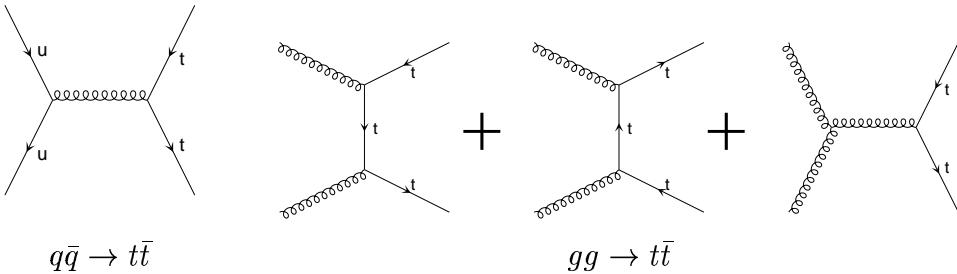
*Top* kvark bol prvý krát experimentálne registrovaný v experimentoch CDF a D0 vo Fermilabe Tevatróne ( $p\bar{p}$  urýchľovač s energiou v CMS  $s = 1.8 \text{ TeV}$ ) v roku 1995. *top* kvark bol produkovaný v  $t\bar{t}$  pároch, vznikajúcich kvark-antikvark ( $q\bar{q}$ ) anihiláciou resp. gluónovou fúziou, ktoré možno schematicky znázorniť na obrázku 2.1.

Z určenej hmotnosti *top* kvarku  $m_t \approx 174 \text{ GeV}$  (vid'. d'alej) sa v rámci Štandardného modelu predpovedá veľká rozpadová šírka  $\Gamma \approx 1.4 \text{ GeV}$  [27], čo zodpovedá strednej dobe života  $\tau \approx 10^{-24} \text{ s}$ .

Vďaka svojej veľkej hmotnosti, či už v porovnaní s ostatnými kvarkami alebo hmotnými vektorovými bozónmi ( $W^\pm, Z$ ) je *top* kvark veľmi zaujíma-vým objektom vo fyzike elementárnych častíc, pri testovaní či už štandardného modelu alebo iných modelov. Spomenieme niektoré fyzikálne dôsledky vztahujúce sa na *top* kvark.

#### 2.1.1 Rozpadové módy a pozad'ové procesy

Pri hl'adaní eventov s *top* kvarkami sa vzhľadom na krátku dobu života *top* kvarku rekonštruovali jeho rozpadové produkty. Prioritným je slabý rozpad na *b*-kvark a *W* bozón, jeho elektronslabé prechody na *s* alebo *d* kvark sú značne potlačené. *W* bozón má takisto krátku dobu života a je pozorovateľný len cez svoje rozpadové produkty. Podľa toho, či sa *W* bozón rozpadne na



Obrázok 2.1: Produkcia *top* kvarku prostredníctvom silných interakcií: kvark-antikvark anihilácia a gluónová fúzia.

kvarky ( $W \rightarrow q\bar{q}$ ) alebo leptónovo ( $W \rightarrow l\nu$ ), rozlišujú sa tieto tri rozpadové módy [4]:

1.) Hadrónový mód (44%)

Oba  $W$  bozóny vznikajúce pri rozpadoch oboch *top* kvarkov sa rozpadnú cez hadrónový mód.

2.) Semileptónový mód (30%)

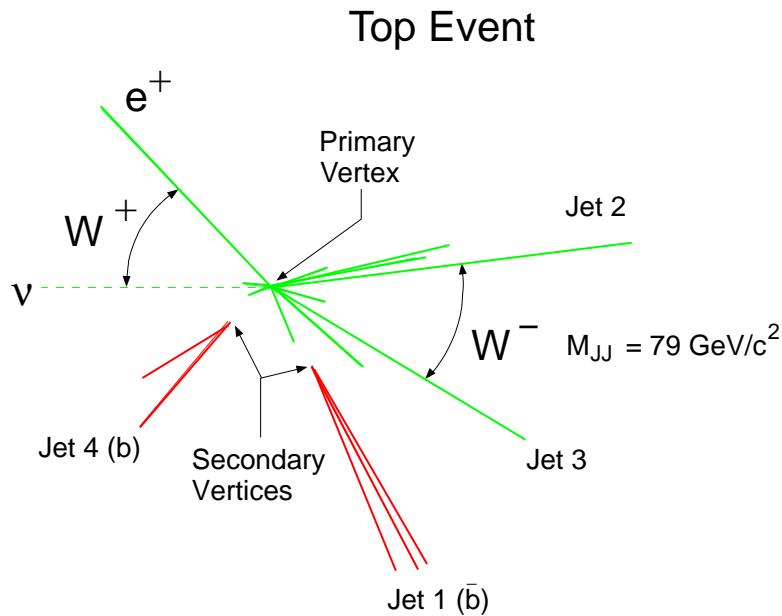
Jeden  $W$  bozón sa rozpadne hadrónovo, druhý leptónovo (uvažuje sa rozpad na  $e, \mu$ ). Rozpad je ilustrovaný na obrázku 2.2.

3.) Dileptónový mód (5%)

Oba  $W$  bozóny sa rozpadnú leptónovo (uvažuje sa rozpad na  $e, \mu$ ).

- jeden alebo oba rozpady  $W \rightarrow \tau\nu$ , nie sú zaradené do žiadnej skupiny, pretože  $\tau$  sa môže rozpadnúť leptónovo aj hadrónovo a zatiaľ neexistujú spoločné techniky na vydelenie tohto rozpadu

Každý z nich má špecifické požiadavky na rekonštrukciu a pri odhadovaní signálneho procesu od konkurenčných pozadových procesov. Uvedieme niektoré analýzy experimentov CDF a D0, z výsledkov ktorých sa odvíjajú návrhy registrácie *top* eventov v experimentoch ATLAS alebo CMS.



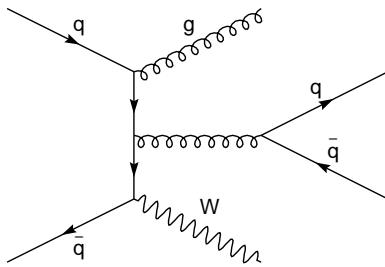
Obrázok 2.2: schematický obrázok semileptónového rozpadového kanála [50].

### Semileptónový mód [4]

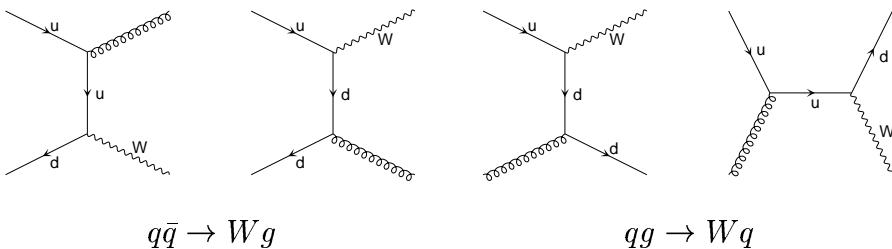
Pri rekonštrukcii sa kvôli eliminácii pozadia požaduje existencia dobre oddeľeného leptónu s vysokou priečnou hybnosťou<sup>1</sup> a chýbajúca priečna energia indikujúca neutríno. Signatúru eventu dotvárajú jety, dva pochádzajúce z rozpadu druhého  $W$  bozónu, dva z  $b$  kvarkov z rozpadu oboch  $top$  kvarkov (vid'. obr.2.2.). Významnou sa javí požiadavka na identifikáciu  $b$ -jetov, t.j. ich odlišenie od iných jetov. Nie je nutná, značne však redukuje pozadie. Uvažovanými fyzikálnymi zdrojmi pozadia sú najmä produkcia  $W$  bozónov s mnohými jetmi<sup>2</sup>(obr.2.3.), v menšej miere prispievajú produkcia  $Z$  a párov  $WW$ ,  $WZ$ ,  $ZZ$  plus doplňujúce jety. Podrobnejší sumár príspevkov pozadových procesov nájdeme pre CDF v literatúre [4], [5], [2], [35] alebo v predbežných analýzach pre ATLAS detektor v článku [32].

<sup>1</sup>Vysoké  $p_T$  dobre vydel'uje tieto leptóny od leptónov vznikajúcich semileptónovým rozpadom  $b$ ,  $c$  mezónov.

<sup>2</sup>Na modelovanie produkcie  $W + jety$  sa okrem spŕškových programov, akými sú PYTHIA alebo HERWIG (obrázok 2.4) používa špeciálny program VECBOS, kde je mnohonásobná emisia jetov riešená prístupom cez maticové elementy na stromovej úrovni [18].



Obrázok 2.3: Príklad diagramu, ktorý je súčasťou pozadia pri  $W$  produkcií.



Obrázok 2.4: Dva principálne procesy tvoriace základ  $W + jet$  produkcie spŕškových generátorov PYTHIA a HERWIG. Ostatné jety sa získajú mechanizmom ISR a FSR. Ďalšie diagramy získame zámenou vôní kvarkov.

### Dileptónový mód [2]

Pri rekonštrukcii sa požaduje existencia dvoch dobre oddelených leptónov s vysokou priečnou hybnosťou a veľká chýbajúca priečna energia z unikajúcich neutrín.

Hoci je vettviaci pomer tohto rozpadového módu malý, jeho výhodou je silne redukované  $QCD$  pozadie. Ďalšie pozadie je z Drell-Yan procesov ( $Z^*/\gamma \rightarrow e^+e^-$ ,  $\mu^+\mu^-$ ),  $Z \rightarrow \tau\tau$ ,  $WW$ . Príspevky z procesov  $b\bar{b}$ ,  $WZ$ ,  $ZZ$  a  $Wb\bar{b}$  sú odhadované ako malé [4].

### Hadrónový mód

Tento mód je súčasťou najčastejší, jeho nevýhodou je však veľké  $QCD$  pozadie [35], do ktorého sa zahrnujú pružné zrážky a difrakčné procesy v najšir-

šej miere zastúpené pri osi primárneho zväzku. Preto pri tomto móde sa pozadie oddel'uje požiadavkou na vysokú priečnu hybnosť jetov. Pomer signálu k pozadiu sa zväčšuje zvyšovaním počtu požadovaných jetov a najmä  $b$ -taggingom.

### 2.1.2 Účinný prierez $t\bar{t}$ produkcie

Vďaka veľkej hmotnosti  $top$  kvarku je možný presný výpočet účinného prierezu  $t\bar{t}$  procesu vrámci poruchovej QCD, pretože poruchový rozvoj, ktorého členy sú dané v mocninách konštanty silnej interakcie  $\alpha_S(m_{top}) \sim 0.1$ , rýchlo konverguje. V súčastnosti sú k dispozícii výpočty účinného prierezu v prvom (LO) a druhom ráde (NLO) poruchovej QCD teórie [38].

Predpovedaný účinný prierez  $t\bar{t}$  produkcie s odhadovanou nepresnosťou 15% danou poruchovou teóriou, pohybujúci sa v rozmedzí  $4.75 - 5.5 pb$  [38] bol porovnaný s experimentálne nameranou v oboch experimentoch (obr.2.5). Nameraná hodnota kolaborácie CDF  $\sigma = 7.6^{+1.8}_{-1.5}$  [35]<sup>3</sup> vykazuje nárast na úrovni  $1 - 2 \sigma$ , čo nevylučuje nejaký do analýzy neuvažovaný efekt. Hodnota  $\sigma = 5.5 \pm 1.8$  [16] daná kolaboráciou  $D0$  je v zhode s teoretickou hodnotou.

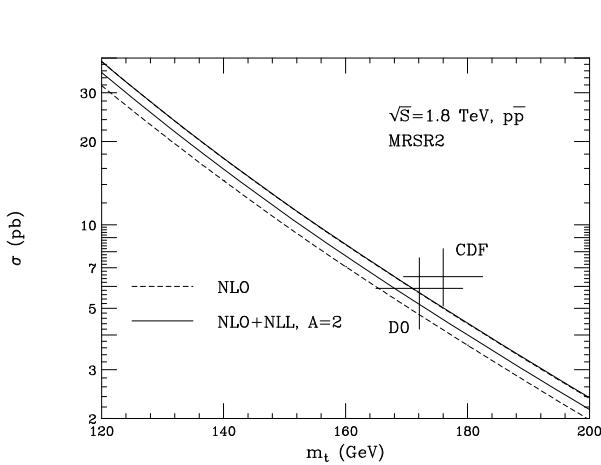
Ako sme spomenuli na začiatku kapitoly,  $top$  kvark je produkovaný dvoma kanálmi ( $q\bar{q} \rightarrow t\bar{t}$  a  $gg \rightarrow t\bar{t}$ ). Na Tevatróne ( $\sqrt{s} = 1.8 TeV$ ) bola dominantnou  $q\bar{q}$  anihilácia (asi 90% zastúpenie [38]), po zvýšení energie zväzku na  $2 TeV$  sa pomer  $q\bar{q}$  znížil na  $\sim 85\%$  [35]. Na urýchľovači LHC bude dominovať gluónová fúzia, so zastúpením asi 90% [43]. Na obrázku 2.8. je znázornený predpovedaný účinný prierez  $t\bar{t}$  produkcie od hmotnosti  $top$  kvarku na oboch urýchľovačoch<sup>4</sup>.

Význam presného určenia účinného prierezu je v možnosti nezávisle určiť hmotnosť  $top$  kvarku alebo jeho odchýlky od QCD predpovedí môžu naznačovať nový produkčný kanál mimo SM.

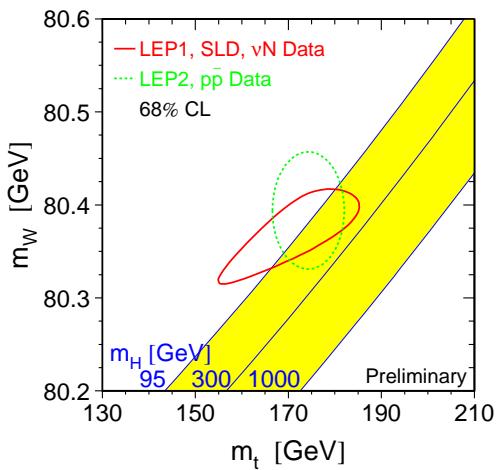
---

<sup>3</sup>Hodnota vznikla ako vážený priemer zo všetkých uvažovaných rozpadowých kanálov.

<sup>4</sup>Tretia križka zodpovedá plánovanému urýchľovaču SSC, ktorého výstavba bola zastavená.



Obrázok 2.5: Závislosť účinného prierezu pre  $t\bar{t}$  od hmotnosti  $top$  kvarku. Prerušovaná čiara je výpočet v druhom ráde poruchovej teórie(NLO); plná čiara zahŕňa gluónovú resumáciu(NLL). Porovnanie s produkciou na Tevatróne [38].



Obrázok 2.6: Hmotnosť  $W$  versus  $m_t$  s čiarami konštantnej hmotnosti Higgsovho bozónu. Plná elipsa je  $1\sigma$  získaná z precíznych  $EW$  experimentov; prerušovaná z priameho merania. Šedý región ohraničený elipsou je povolený v štandardnom  $EW$  modeli [61].

### 2.1.3 Určenie hmotnosti

Kľúčovou úlohou experimentu bolo určiť hmotnosť pozorovaného  $top$  kvarku. nielenže od nej sa odvíja možnosť vypočítať teoretický účinný prierez, je to aj voľný parameter  $SM$ , vstupujúci do rôznych elektroslabých procesov, aj takých, ktoré neobsahujú  $top$  kvark explicitne, ale prostredníctvom korekcií vyšších rádov.

Takisto aj tu sa v snahe vysokej presnosti určenia hmotnosti využili všetky rozpadové módy, výsledky sú uvedené v tabuľke 2.1.3, ktoré viedli k určeniu konečného výsledku  $m_t = 174.3 \pm 3.2(stat) \pm 4.0(syst) \text{ GeV}$ , a kombinovaním štatistických a systematických nepresností  $m_t = 174.3 \pm 5.1 \text{ GeV}$  [25].

Štatistické nepresnosti sú dané veľkosťou experimentálnej vzorky. Zdro-

jom systematických nepresností boli [25] [35]:

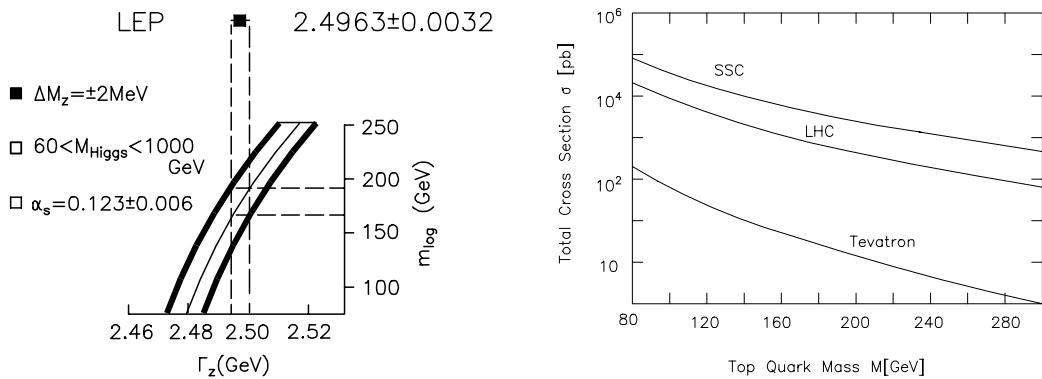
- 1.) Energetická škála jetov - korekcie pre výpočet energie jetov.
- 2.) Neurčitosti fyzikálneho modelu pre signálny proces - korekcie pre ISR, FSR,  $b$ -tagging, závislosť na partónových distribučných funkciách, zmeny  $\Lambda_{QCD}$ .
- 3.) Monte Carlo generátor - porovnávanie rozdielov v predpovediach generátorov HERWIG, ISAJET, PYTHIA.
- 4.) Model pozadia - odhad efektov vznikajúcich nastavením inej  $Q^2$  pri výpočte  $W + jet$  pozadia pomocou generátora VECBOS (zámena  $Q^2 = M_W^2$  za  $Q^2 = \langle p_t \rangle^2$ ); výmena fragmentačnej schémy v programe HERWIG za schému v programe ISAJET.
- 5.) Metóda fitovania hmotnosti konečnej vzorky.

Tabuľka 2.1: Výsledky z merania hmotnosti  $top$  kvarku vo všetkých troch rozpadových módoch publikované kolaboráciami CDF a D0. V hranatej závorke je uvedená relatívna váha do výpočtu konečnej hmotnosti  $m_t$ .

kanál	experiment CDF	experiment D0
semileptónový	$175.9 \pm 4.8(\text{stat}) \pm 5.3(\text{syst}) [0.35]$	$173.3 \pm 5.6(\text{stat}) \pm 5.5(\text{syst}) [0.34]$
dileptónový	$167.4 \pm 10.3(\text{stat}) \pm 4.8(\text{syst}) [0.10]$	$168.4 \pm 12.3(\text{stat}) \pm 3.6(\text{syst}) [0.11]$
hadrónový	$186.0 \pm 10.(\text{stat}) \pm 5.7(\text{syst}) [0.10]$	neurčené

### Hmotnosť $top$ kvarku z EW dát

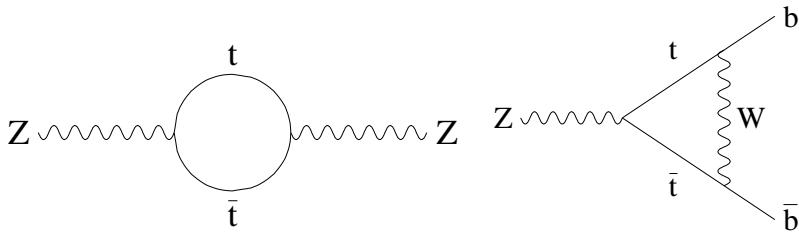
Ešte pred objavením  $top$  kvarku na Tevatróne, boli vykonané odhady na jeho možnú hmotnosť. Z merania rozpadovej šírky  $Z$  bozónu (obrázok 2.7.) sa stanovila hmotnosť  $m_t = 160 \pm 15 \pm 15 \text{ GeV}$  [39]. Korekcia je vypočítaná z vkladu virtuálnej korekcie diagramu 2.9. Prvá neurčitosť hmotnosti je daná experimentálnou chybou merania  $\Gamma_Z$ , v druhej je zohľadená neurčitosť konštanty silnej interakcie a hmotnosti  $H$  bozónu, ktorá bola uvažovaná v rozsahu  $60 \text{ GeV} < m_H < 1000 \text{ GeV}$ . Určenie hmotnosti touto cestou je veľmi netransparentné, pretože do virtuálnej korekcie môžu vstupovať aj častice mimo SM a môžu mať d'aleko väčší vplyv na neurčitosť hmotnosti ako vyššie uvedené neurčitosti.



Obrázok 2.7: Určenie  $m_t$  z rozpadovej šírky  $\Gamma_Z$  [39].

Obrázok 2.8: Porovnanie účinného prierezu produkcie  $top$  kvarku na Tevatróne a LHC [39].

Súhlas medzi určením hodnoty  $M_t$  cez  $EW$  prístup z LEP dát a  $QCD$  prostredníctvom Tevatrónových experimentov implikujú relatívne malý efekt od nových častíc. Pohybujeme sa však v škále  $m_Z$  a význam nových častíc bude pravdepodobne so zvyšujúcou energiou narastat'.



Obrázok 2.9: Uvažované diagramy vstupujúce do rozpadovej šírky  $Z$  bozónu [62].

## 2.1.4 Rozpad $top$ kvarku

### Určenie rozpadovej šírky $top$ kvarku

Rozpadová šírka  $top$  kvarku nebola učená z experimentu, dá sa určiť teoretičky zo SM. Za predpokladu rozpadu  $t \rightarrow Wb$  v prvom ráde poruchovej

teórie platí [27]

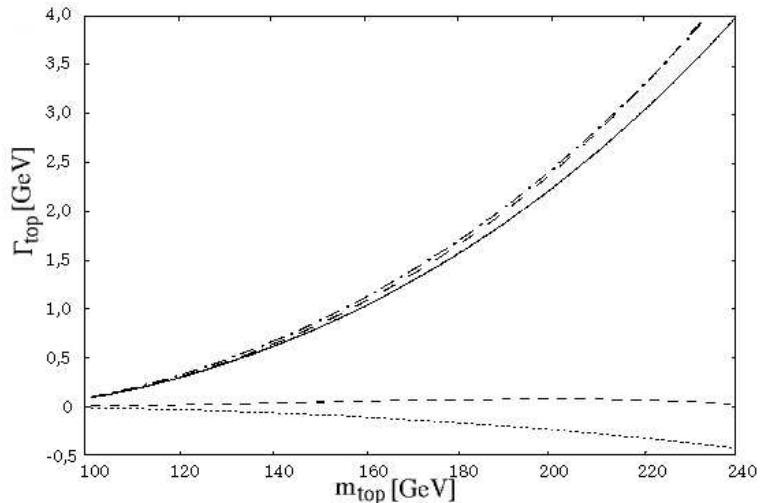
$$\Gamma_t = \frac{\alpha_{em}}{4} \frac{m_t}{2s_W^2} |V_{tb}|^2 \frac{\kappa}{m_t^2} \left[ \frac{m_t^2 + m_b^2}{2m_t^2} + \frac{(m_t^2 - m_b^2)^2}{2m_t^2 M_W^2} - \frac{m_W^2}{m_t^2} \right], \quad (2.1a)$$

kde

$$\kappa = \sqrt{(m_t^2 - (m_W^2 + m_b^2)^2) (m_t^2 - (m_W^2 - m_b^2)^2)}, \quad (2.1b)$$

$\alpha_{em}$  je väzbová konšanta elektromagnetickej interakcie,  $s_W$  je parameter elektroslabého zmiešavania,  $V_{tb}$  je člen  $CKM$  matice,  $m_t$  ( $m_W$ ,  $m_b$ ) sú hmotnosti *top* kvarku ( $W$  bozónu,  $b$  kvarku).

Na obrázku 2.10. je uvedená závislosť rozpadovej šírky *top* kvarku v závislosti od jeho hmotnosti. Výpočty v prvom ráde sú doplnené o elektroslabé a QCD radiačné korekcie takisto v prvom ráde.



Obrázok 2.10: Rozpadová šírka *top* kvarku ako funkcia jeho hmotnosti. Súvislá krivka zohľadňuje EW a QCD korekcie; prerušované čiary tesne nad ňou sú výpočty v najnižšom ráde bez radiačných korekcií (prerušovaná čiara s bodkou je v parametrizácii  $(G_F, M_W)$ , bez bodky v parametrizácii  $(\alpha_{em}, s_W)$ ; najspodnejšia bodkovaná čiara je QCD korekcia tesne nad ňou je EW korekcia [27].

### Určenie rozpadových kanálov

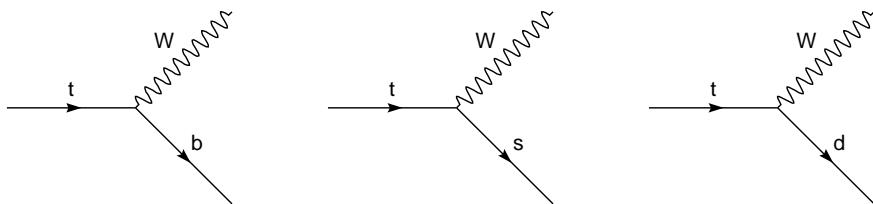
V experimente CDF sa pokúsili odhadnúť pomer

$$B = \frac{\Gamma(t \rightarrow bW)}{\Gamma(t \rightarrow qW)} \approx \frac{|V_{tb}|^2}{|V_{td}|^2 + |V_{ts}|^2 + |V_{tb}|^2}. \quad (2.2)$$

Využitím techniky *b*-taggingu dosiahli  $B = 0.94^{+0.31}_{-0.24}$  [33], čo za predpokladu troch generácií kvarkov a unitarity CKM matice korešponduje s hodnotou  $|V_{tb}| = 0.999 - 0.993$  [33]. Ďalšou možnosťou merania  $|V_{tb}|$  je určenie účinného prierezu procesu elektroslabej produkcie *top* kvarku<sup>5</sup>, ktorý bol v predchádzajúcich experimentoch zatiaľ nemerateľný, predpokladá sa však jeho registrácia v CDF2 detektore.

Kolaborácia CDF sa pokúsila odhadnúť aj pravdepodobnosť potlačených prechodov (obr.2.11.) a za predpokladu troch generácií kvarkov a unitarity CKM ustanovila:  $|V_{td}| = 0.009 \pm 0.005$  a  $|V_{ts}| = 0.04 \pm 0.003$ . [16], [33]. Rozšírením modelu na ďalšiu kvarkovú generáciu, podmienky pre jednotlivé koeficienty by sa značne uvoľnili:

$$|V_{tb}| = 0.08 - 0.9993 \quad |V_{ts}| = 0 - 0.12 \quad |V_{td}| = 0 - 0.09 \quad [33]$$



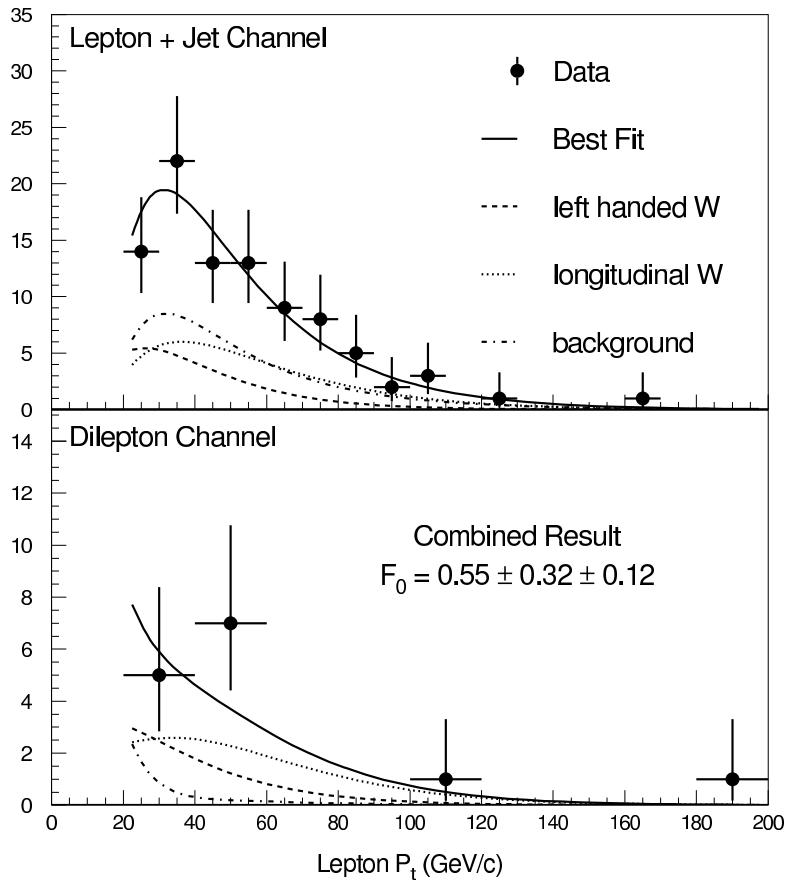
Obrázok 2.11: EW rozpadové kanály *top* kvarku. Prechody na kvarky nižších generácií (*s, d*) sú oproti  $t \rightarrow b$  potlačené.

### Polarizácia *W* bozónu pri rozpade *top* kvarku

Pri rozpade *top* kvarku dochádza k produkcií pozdĺžne polarizovaných *W* bozónov. Štandardný model vychádzajúci z ľavých elektroslabých prúdov

---

<sup>5</sup>single *top* production



Obrázok 2.12: Polarizácia  $W$  bozónu pri rozpade  $top$  kvarku. Porovnanie MC simulácií a dát z experimentu CDF [16].

predpokladá relatívny pomer pozdĺžnej polarizácie<sup>6</sup> v pokojovej sústave  $top$  kvarku  $f_0 = (m_t^2/M_W^2)/(1 + m_t^2/M_W^2) \approx 70\%$  [49], zatiaľ čo CDF namerala  $f_0 = 0.55 \pm 0.32(stat) \pm 0.12(syst)$  [16]. Porovnanie SM predpovede a experimentu je na obrázku 2.12.

### Zriedkavé rozpady $top$ kvarku

V Štandardnom modeli nie sú zakomponované neutrálne prúdy meniace vôňu kvarkov<sup>7</sup> (FCNC) a tieto procesy sa vyskytujú sa len na úrovni diagramov

<sup>6</sup>V SM je možná aj priečna polarizácia, preferovaná je ľavá polarizácia

<sup>7</sup>flavour changing neutral currents

vyšších rádov. V prípade *top* kvarku sem patria rozpady  $t \rightarrow c\gamma$  a  $t \rightarrow u\gamma$ , ktorých vetviace pomery sa pohybujú na úrovni  $\approx 10^{-10}$  [35]. Ich anomálna produkcia môže byť signálom novej fyziky, preto bola snaha tieto procesy pozorovať<sup>8</sup>. Na úrovni 95%  $CL^8$  bol určený limit pre oba vetviace pomery:  $< 3.2\%$  [35]. Ďalším objektom záujmu bol rozpad  $t \rightarrow Z\gamma$ , ktorý je dobre experimentálne vydeliteľný, zistené ohraničenie  $< 33\%$  na úrovni 95%  $CL$  [16].

FCNC boli skúmané aj na experimentoch na LEPe, ba dokonca ohraničenie pre rozpad  $t \rightarrow Z\gamma$  bolo jemnejšie ako na Tevatróne, kolaborácia DELPHI uvádza  $BR(t \rightarrow Zq) < 18\%$  [43]. Pripravované experimenty znížia horné ohraničenia, v prípade Tevatrónu o 1 – 2 rády, na LHC 2 – 3 rády a umožnia sledovať d'alej procesy s FCNC ako pri rozpade, tak aj produkciu *top* kvarku.

---

<sup>8</sup>Confidence level (CL) je interval spôsobilosti danej hypotézy.

## 2.2 Top kvark a d'alsie smerovanie

### 2.2.1 Určenie hmotnosti Higgsovho bozónu

Z elektroslabých experimentov, kde *top* kvark vstupuje do účinného prierezu ako virtuálna korekcia možno vyjadriť vztah medzi hmotnosťou  $W$ -bozónu a *top* kvarku, pričom v korekcii sa uvažujú všetky častice štandardného modelu (3 generácie kvarkov; intermediálne bozóny; Higgsov bozón). Hmotnosť  $W$  bozónu je daná [50]:

$$M_W^2 = M_Z^2(1 - \sin^2 \vartheta_W)(1 + \Delta\varrho) \quad (2.3)$$

kde  $M_Z$  je hmotnosť  $Z$  bozónu,  $\sin^2 \vartheta_W$  je zmiešavací parameter elektroslabých (EW) polí a  $\Delta\varrho$  reprezentuje druhú korekciu v poruchovom rade. Túto korekciu možno vyjadriť pomocou hmotností *top* kvarku ( $m_t$ ) a Higgsovho bozónu ( $m_H$ ) [50]:

$$\Delta\varrho = \alpha m_t^2 + \beta \ln m_H \quad (2.4)$$

kde  $\alpha$ ,  $\beta$  sú konštanty obsahujúce známe parametre. Čiže precíznym meraním hmotností  $m_t$  a  $m_W$  možno dosiahnuť ohraničenie pre hmotnosť Higgsovho bozónu, doposiaľ jedinej neobjavenej častice štandardného modelu (obr.2.6.). Exponenciálna závislosť  $m_H$  od hmotností *top* kvarku a  $W$  bozónu kladie vysoké nároky na znižovanie nepresnosti určenia  $m_t$  a  $m_W$ . Predpokladá sa, že súčastné nepresnosti  $\Delta m_W = 54 \text{ MeV}$  (LEP) a  $\Delta m_t = 5 \text{ GeV}$  (Tevatrón) budú v priebehu niekol'kých rokov znížené na  $\Delta m_t = 2 \text{ GeV}$  a  $\Delta m_W = 20 \text{ MeV}$  (Tevatrón). Toto bude kritický test platnosti EW teórie ak bude objavený Higgsov bozón.

### 2.2.2 Elektroslabá produkcia *top* kvarku

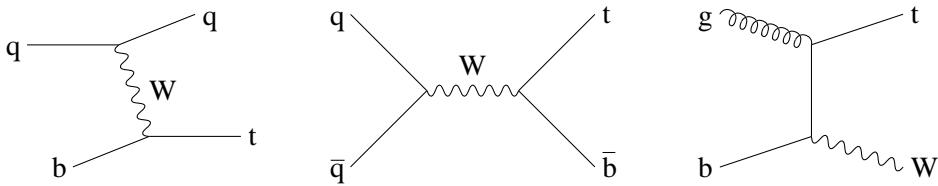
Na obrázku 2.13. sú znázornené diagramy elektroslabej produkcie *top* kvarku. Účinný prierez týchto procesov je úmerný  $|V_{tb}|^2$ , preto bude snaha určiť ho priamo z merania a nemusíme pritom použiť doplňujúce predpoklady unitarity ako v prípade prepočtu z koeficientu  $B$ . Pri integrálnej luminozite

zväzku  $2 \text{ fb}^{-1}$  na Tevatróne sa očakáva upresnenie  $V_{tb}$  na úrovni  $\approx 10\%$  [16], d'ľalšie upresnenie na  $\approx 5\%$  sa očakáva pri ročnej produkcií na LHC<sup>9</sup>.

V súvislosti s elektroslabou produkciou *top* kvarku sa veľmi atraktívnu javí produkcia polarizovaných *top* kvarkov alebo možný vplyv častíc mimo SM na účinný prierez [62],[43]. Predpokladané účinné prierezy elektroslabej produkcie *top* kvarku podľa SM na Tevatróne a LHC sú uvedené v tabuľke 2.2.

Tabuľka 2.2: Porovnanie účinných prierezov elektroslabej produkcie *top* kvarku na Tevatróne a LHC pri  $m_t = 175 \text{ GeV}$  [62].

proces	$qq \rightarrow bt$	$q\bar{q} \rightarrow t\bar{b}$	$gb \rightarrow Wt$	$t\bar{t}$
$\sigma_{Tevatron} [\text{pb}]$	$2.12 \pm 0.24$	$0.88 \pm 0.06$	$0.088 \pm 0.023$	$\approx 6.5$
$\sigma_{LHC} [\text{pb}]$	$245 \pm 27$	$10.2 \pm 0.7$	$51 \pm 9$	$\approx 800$



Obrázok 2.13: Kanály elektroslabej produkcie *top* kvarku [62].

### 2.2.3 Spinové korelácie a CP narušenie v $t\bar{t}$ produkcií

Produkcia  $t\bar{t}$  eventov už v prvom ráde poruchovej teórie vedie ku koreláciam medzi spinmi oboch *top* kvarkov, čo sa v konečnom dôsledku prejaví na priestorovej štruktúre ich rozpadových produktov [20]. V prípade Tevatrónových experimentov, kde je dominantná produkcia prostredníctvom kvark-antikvarkovej anihilácie, sa spinová korelácia prejaví v priestorovej asymetrii vzhľadom na pôvodný zväzok (zväzková korelácia  $\vec{p}_{beam} \cdot \vec{s}_{top}$ ). Iná je situácia na LHC, kde dominuje gluónová fúzia a spinová korelácia vzhľadom na os

<sup>9</sup>pri integrálnej luminozite  $10 \text{ fb}^{-1}$

zväzku zaniká, prejavuje sa koreláciou vzhľadom na hybnosť *top* kvarkov (helicitná korelácia  $\vec{p}_t \cdot \vec{s}_t$ ) alebo vzájomný spin *top* kvarkov  $\vec{s}_t \cdot \vec{s}_{\bar{t}}$  [42].

Meranie pozorovateľných veličín súvisiacich so spinovou koreláciou (ako je priestorové rozloženie produktov rozpadu *top* kvarku [43]) je d'alošou možnosťou testovania SM. Možná odchýlka by bola nepriamou predzvest'ou novej častice so spinom alebo interakcie vstupujúcej do  $t\bar{t}$  produkcie. LHC experimenty budú mať k dispozícii dost' veľkú vzorku *top* kvarkov na podrobnej analýze spinových efektov, ako aj možných efektov  $CP$  narušenia pri  $t\bar{t}$  produkcii.

## 2.2.4 Meranie kvantových čísel *top* kvarku

### Náboj *top* kvarku

Z doterajších experimentov nebola dosiahnutá dostatočná štatistika na to, aby bolo možné potvrdiť náboj *top* kvarku, ktorého hodnota v SM je  $2/3$ .

Nutnosť merania náboja je vyvolaná hlavne vďaka nekonzistentnostiam vznikajúcim pri porovnávaní precíznych elektroslabých experimentálnych dát s predpovedami SM. V článkoch [21], [22] je na základe dát získaných z merania rozpadového módu  $Z \rightarrow b\bar{b}$  na urýchľovačoch LEP a SLC, konkrétnie z relatívneho pomeru tohto rozpadového módu ku všetkým hadrónovým módom (parameter  $R_b$ ), predo-zadnej asymetrie ( $A_{FB}$ ) a pravo-ľavej asymetrie ( $A_b$ ) vyvedené, že hmotnosť *top* kvarku s nábojom  $2/3$  by mala byť  $m_t = 274^{+40}_{-47} \text{ GeV}$ . Interpretácia *top* kvarku z Tevatrónových experimentov je taká, že je to člen nového pravého izodubletu:  $(b, t)_R$ , pričom  $b$  je pravý bottom kvark zo štandardného modelu s nábojom  $-1/3$  a  $t$  je exotický *top* kvark s nábojom  $-4/3$ . V tomto prípade sú vyššie spomenuté experimentálne dáta konzistentné s takto rozšíreným teoretickým modelom. Je to jedna z možných interpretácií, článok [22] uvádza aj inú možnosť. Rozhodujúcim kritériom bude experiment.

### Spin *top* kvarku

Informáciu o spine *top* kvarku je možné zistíť z rozdelenia hybností produktov rozpadu. Experimentálne dáta z merania polarizácie  $W$  bozónu, ktorý

vznikol rozpadom *top* kvarku ukazujú pomerne dobrú zhodu so SM, ktorý predpokladaným spinom *top* kvarku  $-1/2$ .

Malá štatistická vzorka zatiaľ však neumožňuje vyvrátiť hypotézu, že pri meraní polarizácie  $W$  bozónu by mohol prispievať *stop* kvark ( $\tilde{t}$ ), ktorý je supersymetrickým partnerom *top* kvarku, avšak jedná sa o časticu snulovým spinom.

V práci [17] bola uskutočnená analýza, ako vplýva eventuálny príspevok  $t\bar{t}$  eventov s hmotnosťou  $m_{\tilde{t}} = 165 \text{ GeV}$  na celkový účinný prierez produkcie  $t\bar{t}$  eventov. Zistilo sa, že hoci by príspevok bol rádu  $\sim 10\%$ , nebolo by ho možné takýmto spôsobom oddeliť, veľmi sľubnou technikou zostáva detailné štúdium rozdelenia hybností rozpadových produktov, s väčšou štatistickou vzorkou.

### 2.2.5 *Top* kvark a fyzika MSSM<sup>10</sup>

V predchádzajúcich častiach sme načrtli možné vplyvy fyziky mimo SM na produkciu a rozpad *top* kvarku, popri nich existuje celý rad ďalších možných pozorovateľných veličín. Využíva sa pritom výhoda daná veľkou hmotnosťou *top* kvarku. Z hľadiska experimentu, v najbližších rokoch bude najdostupnejšie overovanie predpovedí vyplývajúcich z MSSM.

Spôsobov, akým môže vplývať MSSM na rozpad *top* kvarku je viacero [43]:

- 1.) Dvojčasticové rozpady *top* kvarku na skvarky (supersymetrický partner kvarkov) a gaugína (superpartner EW bozónom) môžu mať vetviaci pomer na úrovni rozpadu  $t \rightarrow Wb$ .
- 2.) Narušenie R-parity<sup>11</sup> by umožnilo ďalšie rozpadové kanály FCNC s vetviacimi pomermi na pozorovateľnej úrovni ( $10^{-4} - 10^{-3}$ ), zvýšili by sa aj vetviace pomery kanálov  $t \rightarrow cZ$ ,  $t \rightarrow c\gamma$  ( $\sim 10^{-8}$ ), avšak stále nie na pozorovateľnej úrovni.
- 3.) Meranie pomeru dileptónových k semileptónovým eventom  $R_{2l/1l}$  môže nepriamo naznačiť nový rozpadový kanál  $t \rightarrow WX$ . SM predpokladá pomer  $R_{2l/1l} = 2/9$ <sup>12</sup>, napríklad existencia nabitého higgsovho bozónu  $H^+$ , ktorý

---

<sup>10</sup>Minimal Supersymmetric Standard Model.

<sup>11</sup>R-parita je kvantové číslo, ktorého nadobúda dve vlastné hodnoty: +1 pre štandardné častice a -1 pre ich supersymetrických partnerov [37].

<sup>12</sup>ak uvažujeme len  $e, \mu$

sa dominantne rozpadá hadrónovo, by zapríčinila pokles  $R_{2l/1l}$ .

4.) Ak by  $m_{H^+} < m_t$ , pozorovateľný by bol rozpad  $t \rightarrow H^+ b$ , pre ktorý bolo na Tevatróne určené ohraničenie vetviaceho pomeru  $< 45\%$  na úrovni  $95\%CL$ , nové experimenty na Tevatróne budú citlivé na vetviaci pomer  $> 11\%$ , experimenty LHC na  $> 3\%$ .



## **II Praktická časť**



# Kapitola 3

## Ciele dizertačnej práce

Cieľom práce je preskúmať možnosť určenia náboja *top* kvarku v eksperimente ATLAS na urýchľovači LHC. Analýza vznikla spojením simulácií procesov časticových interakcií (využitie vlastných simulácií a ich implementácie do programu PYTHIA) a následnej analýzy odozvy detektora ATLAS využitím programového balíka ATLFAST.

Práca je venovaná preskúmaniu dvoch alternatívnych nábojov, a to  $Q = 2/3$  a  $Q = -4/3$  prostredníctvom dvoch možných prístupov:

- Určenie náboja meraním účinného prierezu radiačnej  $t\bar{t}$  produkcie.
  - Stanovenie účinných prierezov procesu  $pp \rightarrow t\bar{t}\gamma$  pre obe nábojové eventuality využitím partónového modelu interakcií.
  - Stanovenie účinných prierezov pozadových procesov k signálnemu procesu. Pod pozadím rozumieme procesy, ktorých účinný prierez nezávisí od náboja *top* kvarku, resp. má inú závislosť ako signálny proces, dávajú však so signálnym procesom podobnú odozvu.
  - Implementácia procesov do programového balíka PYTHIA, za účelom získania reálneho eventu, využitím fragmentácie, radiačných korekcií, mnohonásobných interakcií, a rozpadu nestabilných častíc na pozorovateľné čästice.
  - Implementácia eventu vytvoreného generátorom PYTHIA do programu ATLFAST, ktorý simuluje reálnu odozvu detektora ATLAS.

- Na základe namodelovaných výsledkov predpovedať možnosti detektora ATLAS určiť náboj pomocou procesu  $t\bar{t}\gamma$ .
- Určenie náboja  $top$  kvarku meraním náboja jeho rozpadových produktov s využitím zákona zachovania elektrického náboja.
  - Rekonštrukcia náboja  $b$ -kvarku po hadronizácii a rozpade na stabilné častice, ktorých náboj je možné merat' v detektore. Pre tento účel sme využili program PYTHIA.
  - Porovnanie dvoch fragmentačných modelov za účelom ohodnotenia systematiky vztahujúcej sa na použitý fyzikálny model
  - Prediskutovať možnosť rekonštrukcie náboja  $b$ -jetu v reálnych jetoch pomocou programu ATLFAST.
  - Rekonštrukcia náboja  $top$  kvarku na základe rekonštruovaných nábojov dvojice leptón- $b$ -kvark.

# Kapitola 4

## Priame určenie náboja $top$ kvarku

V tejto kapitole sa zaoberáme možnosťou určiť náboj  $top$  kvarku prostredníctvom emisie fotónu z  $top$  kvarku. Procesy, v ktorých je zahrnutá táto interakcia majú účinný prierez závislý od náboja  $top$  kvarku. V práci sme sa zamerali na výpočet účinného prierezu procesov radiačnej produkcie  $top$  kvarku ( $t\bar{t}\gamma$ ) a jeho radiačného rozpadu ( $t \rightarrow Wb\gamma$ ). Ešte predtým uvedieme niektoré technické záležitosti týkajúce sa výpočtov.

### Aproximácia úzkej rozpadovej šírky (NWA)<sup>1</sup>

$Top$  kvark je nestabilná častica, ešte predtým ako prebehne hadronizácia, rozpadá sa kanálom  $t \rightarrow Wb$ . To znamená, že proces produkcie a rozpadu  $t\bar{t}$  páru je daná maticovým elementom (za predpokladu, že  $W$  bozón uvažujeme ako stabilnú časticu).

$$M(pp \rightarrow WbWb) \tag{4.1}$$

Ak pri výpočte produkcie a rozpadu  $top$  kvarku použijeme approximáciu, že  $top$  kvark je produkovaný a rozpadá sa na svojej hmotnostinej hyperploche<sup>2</sup> a proces  $pp \rightarrow t\bar{t} \rightarrow WbWb$  budeme počítať ako

- produkciu  $t\bar{t}$  párov  $M(pp \rightarrow t\bar{t})$

---

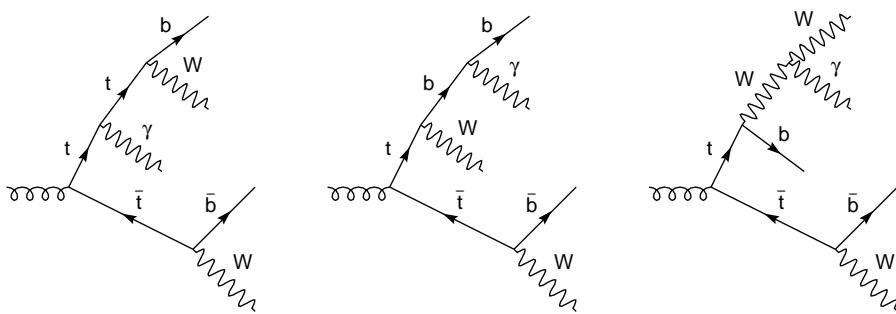
<sup>1</sup>Narrow width approximation.

<sup>2</sup>t.j. platí ( $p_{top}^2 \approx m_{top}^2$ ); kde  $p_{top}$  je štvorhybnosť  $top$  kvarku.

- rozpad top kvarku  $M(t \rightarrow Wb)$

platí, že príspevok v časti fázového priestoru  $(p_W + p_b)^2 \approx m_t^2$  je dominantný a ostatné diagramy, ktoré neobsahujú top kvarkové čiary alebo top čiary sú mimo hmotnostnej hyperplochy ( $p_{top}^2 \neq m_{top}^2$ ), možno zanedbať [41]. Toto priblíženie sa vo fyzike top kvarku všeobecne používa a nazýva sa *aproximácia úzkej rozpadovej šírky*. Jeho d'alšou prednosťou je, že nám umožňuje oddeliť fázu produkcie a fázu rozpadu top kvarku.

### Rozdelenie radiačnej produkcie a rozpadu



Obrázok 4.1: Diagramy radiačnej produkcie a rozpadu top kvarku.

Radiačná produkcia a rozpad top kvarku zodpovedá procesu

$$pp \rightarrow t\bar{t}(\gamma) \rightarrow (Wb)(Wb)\gamma. \quad (4.2)$$

Rozdiel medzi radiačnou produkciou a radiačným rozpadom top kvarku je daný invariantnou hmotnosťou produktov rozpadu top kvarku. Ak

- fotón je súčasťou produkcie top kvarku, potom

$$m_t^2 \approx (p_b + p_W)^2 \quad (4.3a)$$

- fotón je súčasťou rozpadu top kvarku, potom

$$m_t^2 \approx (p_b + p_W + p_\gamma)^2 \quad (4.3b)$$

Niekteré diagramy procesov radiačnej produkcie a rozpadu *top* kvarku sú znázornené na obrázku 4.1. Prvý diagram znázorňuje vyžiarenie fotónu z *top* čiary a prispieva do účinného prierezu aj radiačnej produkcie aj radiačného rozpadu *top* kvarku. Ostatné dva diagramy reprezentujú emisiu fotónu z rozpadových produktov *top* kvarku a teda prispievajú len k procesu radiačného rozpadu.

Rozdelenie prvého diagramu na produkčnú časť a rozpadovú časť možno uskutočniť pomocou rozdelenia fázového priestoru na dve časti dané vztahom 4.3. Problémom takéhoto rozdelenia môže byť vzájomná interferencia diagramov zodpovedajúcich radiačnej produkcie a rozpadu. Maticový element zodpovedajúci prvému diagramu na obrázku 4.1. je zložený z dvoch propagátorov pre *top* kvark pred a po emisii fotónu [41]

$$M \approx \frac{1}{2p_\gamma \cdot (p_W + p_b)} \left( \frac{1}{p_{Wb}^2 - m_t^2 + im_t\Gamma_t} - \frac{1}{p_{Wb\gamma}^2 - m_t^2 + im_t\Gamma_t} \right), \quad (4.4)$$

pričom do úvahy sa berie korekcia na nestabilitu *top* kvarku daná jeho rozpadovou šírkou  $\Gamma_t$ .

Tento člen v maticovom elemente má dve maximá - jedno keď  $m_t^2 = (p_b + p_W)^2$  korešpondujúce emisii fotónu pri produkcií *top* kvarku, druhé keď  $m_t^2 = (p_b + p_W + p_\gamma)^2$ , čo zodpovedá emisii fotónu pri rozpade *top* kvarku.

Celková amplitúda procesov produkcie a rozpadu je

$$M_{celk} = M_{prod} + M_{rozpad}. \quad (4.5)$$

Účinný prierez daný ako  $|M_{tot}|^2$  sa skladá z oddelených častí pre produkciu a rozpad ( $|M_{prod}|^2$ ,  $|M_{rozpad}|^2$ ) a z časti popisujúcej ich interferenciu ( $M_{prod} * M_{rozpad}^+$ ). Propagátory vo vztahu 4.4. určujú, že spektrá produkčného a rozpadového kanála budú mať tvar Breit-Wignerovej funkcie popisujúcej rezonancie. Šírka oboch rezonancií je daná parametrom  $\Gamma_t$ , ich stredné hodnoty  $m_t$ . Obe rezonancie sú v priestore hybností  $p_W$  a  $p_b$  oddelené energiou fotónu. Ak je energia fotónu porovnatelná s šírkou rezonancií  $\Gamma_t$ , nastáva ich prekrytie a interferenčný člen nemožno zanedbať. Naopak, ak je energia fotónu oveľa väčšia ( $E_\gamma \gg \Gamma_t$ ), prekrytie rezonancií a interferenčný člen sú zanedbatelné a v tom prípade sme oprávnení rozdeliť účinný prierez procesu 4.2. na produkčnú a rozpadovú fazu, teda použiť NWA priblíženie.

## Pozad'ové procesy

Ako pozad'ové procesy k obom radiačným procesom sme uvažovali:

- 1) pozadie vznikajúce pri  $t\bar{t}$  produkcií.
  - a) radiačný rozpad  $W$  bozónu;  $W \rightarrow jj\gamma$  a  $W \rightarrow l\nu\gamma$
  - b) pozadie pri radiačnom rozpade  $\pi^0$ ,  $\eta$  mezónov
- 2) pozadie pri produkcií hmotných vektorových bozónov s vysokou multiplicitou jetov
  - a) radiačná produkcia  $W$  bozónu, t.j.  $pp \rightarrow W + jet + \gamma$

## 4.1 Proces $pp \rightarrow t\bar{t}\gamma$

Pre účinný prierez procesu  $pp \rightarrow t\bar{t}\gamma$  v partónovom modeli platí [53]:

$$\sigma_{p1p2} = \int \int \int dx_1 dx_2 f_{p1}(x_1, Q^2) f_{p2}(x_2, Q^2) d\sigma(p1 + p2 \rightarrow t\bar{t}\gamma) \quad (4.6)$$

kde  $f_1(x_1, Q^2)$ ,  $f_2(x_2, Q^2)$  sú partónové štruktúrne funkcie udávajúce hustoty rozdelenia partónov (kvarkov a gluónov) v protóne v premennej  $x$  pri charakteristickej škále procesu  $Q^2$ ,  $d\sigma$  je diferenciálny účinný prierez procesu  $p_1 + p_2 \rightarrow t\bar{t}\gamma$ . Tento proces má v začiatočnom stave niekol'ko stupňov vol'nosti, môže vzniknúť bud' anihiláciu páru kvark-antikvark, ktoré majú rovnakú vôňu alebo fúziu dvoch gluónov (obr.4.2.).

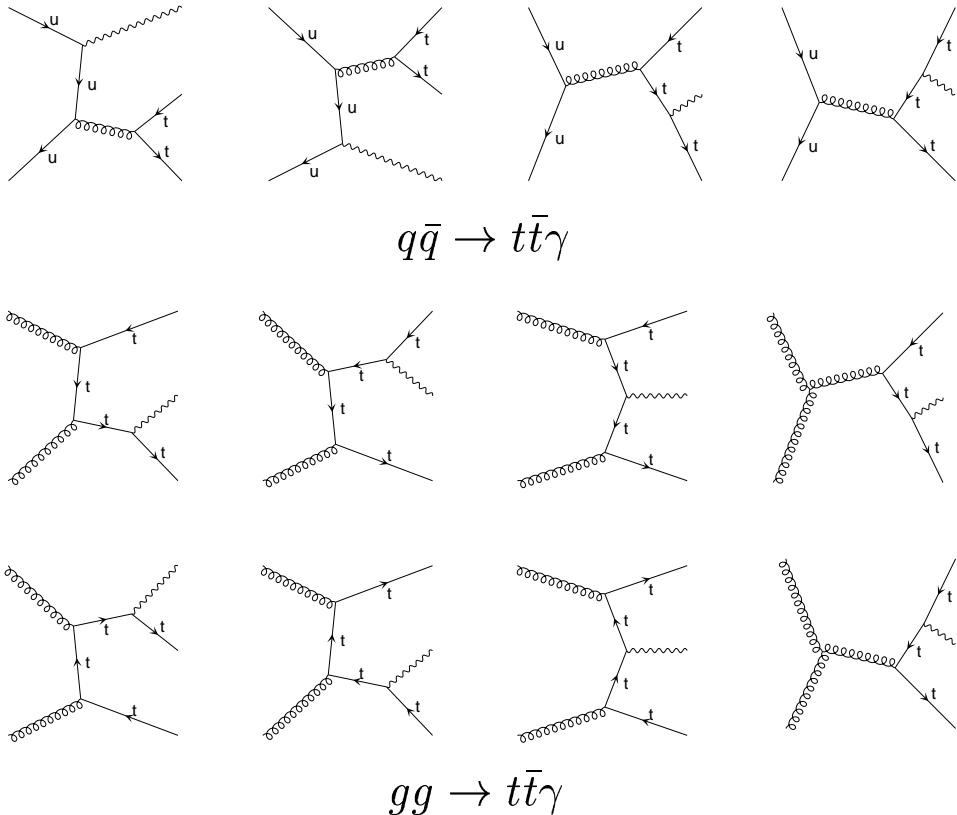
Berúc do úvahy všetky možné kombinácie vstupných partónov, pre totálny účinný prierez procesu  $pp \rightarrow t\bar{t}\gamma$  potom platí:

$$\sigma = \sum_{(p1,p2)} \sigma_{p1p2}. \quad (4.7)$$

Diferenciálny účinný prierez  $p1p2 \rightarrow t\bar{t}\gamma$  je daný vzt'ahom [46]:

$$d\sigma = \frac{1}{2E_1 2E_2 |v_{1z} - v_{2z}|} \times |M(p_{p1}p_{p2} \rightarrow p_t p_{\bar{t}} p_\gamma)|^2 \times dLips_3, \quad (4.8)$$

kde  $E_{1(2)}$  sú energie vstupných častíc,  $v_{1z(2z)}$  ich rýchlosť vzhľadom na os  $z$ ,  $dLips_3$  je fázový priestor častíc konečného stavu a  $|M(p_{p1}p_{p2} \rightarrow p_t p_{\bar{t}} p_\gamma)|^2$

Obrázok 4.2: Feynmanove diagramy pre  $t\bar{t}\gamma$  produkciu.

kvadrát modulu maticového elementu získaného z Feynmanových diagramov pre daný proces.

Fázový priestor častíc konečného stavu možno vyjadriť takto [59]:

$$\begin{aligned} dLips_3(P \rightarrow p_t + p_{\bar{t}} + p_\gamma) &\equiv \left( \prod_{f=t, \bar{t}, \gamma} \frac{d^3 p_f}{(2\pi)^3} \frac{1}{2E_f} \right) \times \\ &\times (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_{p1} + p_{p2} - p_t - p_{\bar{t}} - p_\gamma). \end{aligned} \quad (4.9)$$

Vychádzajúc z partónového modelu opísaného v časti 1.2.2., za predpokladu rovnakej energie protibežných zväzkov ( $E = \sqrt{s}/2$ )<sup>3</sup>, sa v laboratórnej

<sup>3</sup>s je hodnota energie v t'ažiskovej (CMS) sústave častíc vo zväzku.

sústave partónom  $p_1, p_2$  priradí štvorhybnosť:

$$p_{p1} = \frac{\sqrt{s}}{2}(x_1, x_1, 0, 0) \quad p_{p2} = \frac{\sqrt{s}}{2}(x_2, -x_2, 0, 0)$$

Kombináciou vztahov (4.6.) a (4.8.) dostaneme:

$$\begin{aligned} \sigma_{p1p2} = & \int dx_1 dx_2 f_{p1}(x_1, Q^2) f_{p2}(x_2, Q^2) \frac{|M(p_{p1}p_{p2} \rightarrow p_t p_{\bar{t}} p_\gamma)|^2}{2E_1 2E_2 |v_{1z} - v_{2z}|} \\ & \times dLips_3(P \rightarrow p_t + p_{\bar{t}} + p_\gamma) \end{aligned} \quad (4.10)$$

Využitím rekurentného vztahu pre fázový priestor [59]:

$$\begin{aligned} dLips_{n+1}(P \rightarrow q, p_1 \dots p_n) = & dLips_n(P - q \rightarrow p_1 \dots p_n) \\ & \times dM_1^2 \left[ d \cos \theta d\varphi \frac{1}{8(2\pi)^3} \frac{\lambda^{1/2}(M^2, M_1^2, m^2)}{M^2} \right]. \end{aligned} \quad (4.11)$$

kde  $M$  je invariantná hmotnosť systému  $n + 1$  častíc ( $M^2 = P^2$ ) ,  $m$  je hmotnosť a  $q$  štvorhybnosť vydelenej častice<sup>4</sup>,  $(\varphi, \vartheta)$  sú sférické koordináty smeru hybnosti a  $M_1$  invariantná hmotnosť systému zvyšných  $n$  častíc ( $M_1^2 = (p_1 + \dots + p_n)^2$ ).

Funkcia  $\lambda(a, b, c)$  je:

$$\lambda(a, b, c) \equiv a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2ac - 2bc. \quad (4.12)$$

A úpravou:

$$\frac{1}{2E_1 2E_2 |v_{1z} - v_{2z}|} = \frac{1}{2sx_1 x_2} \quad (4.13)$$

Vztah 4.10. prejde na:

$$\begin{aligned} \sigma_{p1p2} = & \int \frac{dx_1 dx_2}{2sx_1 x_2} |M(p_{p1}p_{p2} \rightarrow p_t p_{\bar{t}} p_\gamma)|^2 f_{p1}(x_1, Q^2) f_{p2}(x_2, Q^2) dM_{t\bar{t}}^2 \\ & \times \left[ d \cos \theta d\varphi \frac{1}{8(2\pi)^3} \frac{\lambda^{1/2}(M^2, M_{t\bar{t}}^2, 0)}{M^2} \right] dLips_2(P - p_\gamma \rightarrow p_t + p_{\bar{t}}) \end{aligned} \quad (4.14)$$

Totálny účinný prierez sme vypočítali numericky pomocou rejekčnej Monte Carlo metódy. Predtým sme vykonali transformáciu integračných premených:

$$(x_1, x_2, M_{t\bar{t}}^2, \vartheta, \varphi) \rightarrow (p_{t\gamma}, M_{t\bar{t}}, y_\gamma, y_{t\bar{t}}, \varphi) \quad (4.15)$$

---

<sup>4</sup>v našom prípade je to fotón

kde  $y_\gamma$  ( $y_{t\bar{t}}$ ) sú pseudorapidity fotónu (páru  $t\bar{t}$ ).

Po tejto úprave prejde integrál 4.14. do tvaru:

$$\sigma = \int dp_{t\gamma} dy_\gamma dy_{t\bar{t}} dM_{t\bar{t}} \times d\sigma(p_{t\gamma}, M_{t\bar{t}}, y_\gamma, y_{t\bar{t}}) \quad (4.16)$$

kde sme označili:

$$\begin{aligned} d\sigma(p_{t\gamma}, M_{t\bar{t}}, y_\gamma, y_{t\bar{t}}) &= \sum_{(p_1, p_2)} \int \frac{d\varphi}{2s(2\pi)^3} \frac{2M_{t\bar{t}} p_{t\gamma}^2 \cosh y_{t\bar{t}}}{\sqrt{M_{t\bar{t}}^2 + (p_{t\gamma} \cosh y_{t\bar{t}})^2}} \\ &\times \frac{f_{p2}(x_2, Q^2) f_{p1}(x_1, Q^2)}{2sx_1 x_2} |M(p_{p1} p_{p2} \rightarrow p_t p_{\bar{t}} p_\gamma)|^2 \\ &\times dLips_2(P - p_\gamma \rightarrow p_t + p_{\bar{t}}) \end{aligned} \quad (4.17)$$

pričom vzťah medzi  $x_1, x_2$  a novými premennými je daný nasledovne:

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{s}}{2}(x_1 + x_2) &= \sqrt{M_{t\bar{t}}^2 + (p_{t\gamma} \cosh y_{t\bar{t}})^2} + p_{t\gamma} \cosh y_\gamma \\ \frac{\sqrt{s}}{2}(x_1 - x_2) &= p_{t\gamma}(\sinh y_\gamma + \sinh y_{t\bar{t}}) \end{aligned} \quad (4.18)$$

Užitočnosť tejto transformácie je v tom, že výberom fázového priestoru fotónu (integračných hraníc) máme pod kontrolou infračervenú divergenciu vystupujúcu v maticovom elemente radiačného procesu. Integračné hranice vychádzajúce z kinematiky reakcie sú nasledovné<sup>5</sup>:

$$\begin{aligned} \varphi &\in \langle 0, 2\pi \rangle & M_{t\bar{t}} &\in \langle 2m_t, \sqrt{s} \rangle \\ y_\gamma &\in \langle -\infty, \infty \rangle & p_{t\gamma} &\in \langle 0, \frac{s - M_{t\bar{t}}^2}{2 \cosh y_\gamma} \rangle \\ \sinh y_{t\bar{t}} &\in \langle \frac{-\sqrt{s}}{2p_{t\gamma}}(1 - \frac{M_{t\bar{t}}}{\sqrt{s}}) - \sinh y_\gamma, \frac{+\sqrt{s}}{2p_{t\gamma}}(1 - \frac{M_{t\bar{t}}}{\sqrt{s}}) - \sinh y_\gamma \rangle \end{aligned} \quad (4.19)$$

Integráciu cez polárny uhol  $\varphi$  môžeme nahradit' obyčajným vynásobením vzťahu faktorom  $2\pi$  a v podintegrálnych funkciách ho fixovať lúbovolnou hodnotou. Dôvod je taký, že v CMS sústave systému  $t\bar{t}\gamma$  sú vektory hybností všetkých troch finálnych častíc v jednej rovine<sup>6</sup> a parameter  $\varphi$  len otáča

---

<sup>5</sup>odvodenie v dodatku a

<sup>6</sup>V CMS platí  $\vec{p}_t + \vec{p}_{\bar{t}} + \vec{k}_\gamma = \vec{0}$ , t.j. platí  $(\vec{p}_t \times \vec{p}_{\bar{t}}) \cdot \vec{k}_\gamma = 0$ . To vyjadruje skutočnosť, že vektor  $\vec{k}_\gamma$  leží v rovine danej vektorom  $\vec{p}_t, \vec{p}_{\bar{t}}$ , t.j. všetky vektorov ležia v jednej rovine.

rovinu okolo osi  $z$ , od čoho nie je závislá ani podintegrálna funkcia, ani integračný objem. Ako bolo spomenuté, hranice pre fotón sme upravili s ohľadom na infračervenú divergenciu a geometriu detektora ATLAS:

$$y_\gamma \in \langle -|\eta_{max}|, |\eta_{max}| \rangle \quad ; \quad p_{t\gamma} > p_{tmin} \quad (4.20)$$

#### 4.1.1 Generovanie náhodných vektorov a výpočet integrálu

V tejto časti je opísaný spôsob získania totálneho účinného prierezu procesu  $t\bar{t}\gamma$  a súbor náhodných vektorov, distribuovaných podľa diferenciálneho účinného prierezu daného funkciou 4.17. Aby sme sa vyhli systematickým chybám pri generovaní, postupovali sme troma rôznymi nezávislými spôsobmi, čo nám slúžilo pre kontrolu výpočtu a tým zvýšilo jeho spôsobilosť:

##### 1.) Generovanie štyroch nezávislých funkcií

zvolené vzorkovacie funkcie:

$$z_1(p_{t\gamma}) = \int d\sigma(M_{t\bar{t}}, p_{t\gamma}, y_{t\bar{t}}, y_\gamma) dM_{t\bar{t}} dy_{t\bar{t}} dy_\gamma \quad (4.21a)$$

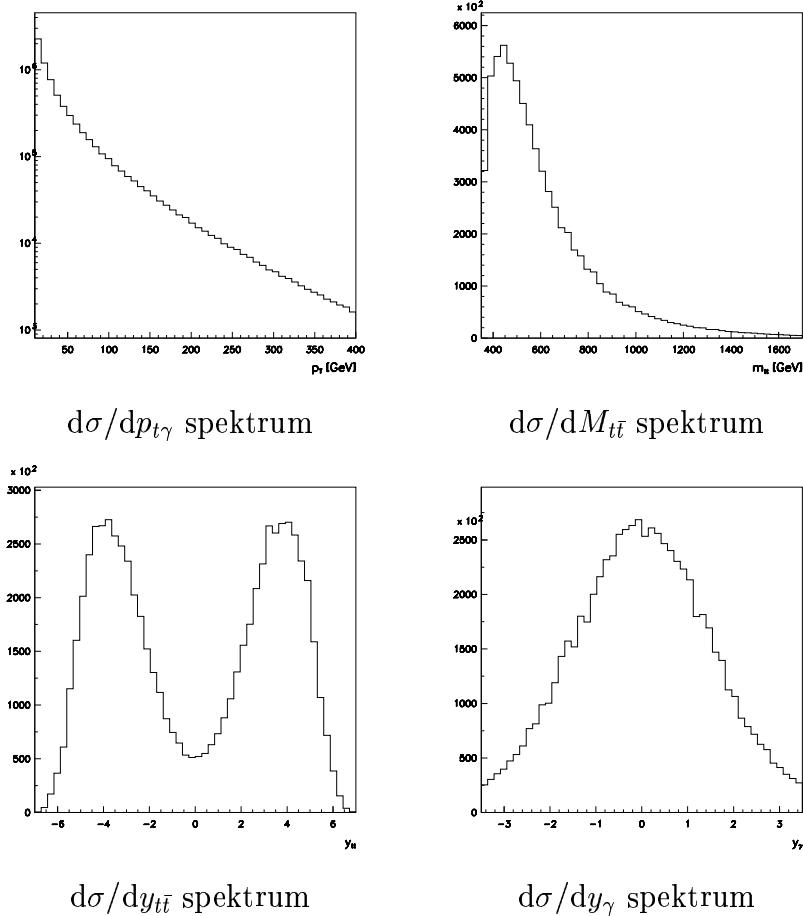
$$z_2(M_{t\bar{t}}) = \int d\sigma(M_{t\bar{t}}, p_{t\gamma}, y_{t\bar{t}}, y_\gamma) dp_{t\gamma} dy_{t\bar{t}} dy_\gamma \quad (4.21b)$$

$$z_3(y_{t\bar{t}}) = \int d\sigma(M_{t\bar{t}}, p_{t\gamma}, y_{t\bar{t}}, y_\gamma) dp_{t\gamma} dM_{t\bar{t}} dy_\gamma \quad (4.21c)$$

$$z_4(y_\gamma) = \int d\sigma(m_{t\bar{t}}, p_{t\gamma}, y_{t\bar{t}}, y_\gamma) dp_{t\gamma} dM_{t\bar{t}} dy_{t\bar{t}} \quad (4.21d)$$

Funkcie  $z_i$  boli získané numerickou integráciou. Integrál 4.16. prešiel do tvaru:

$$\sigma = \int dZ_1(p_{t\gamma}) dZ_2(M_{t\bar{t}}) dZ_3(y_{t\bar{t}}) dZ_4(y_\gamma) \frac{d\sigma(p_{t\gamma}, M_{t\bar{t}}, y_\gamma, y_{t\bar{t}})}{z_1(p_{t\gamma}) z_2(M_{t\bar{t}}) z_3(y_{t\bar{t}}) z_4(y_\gamma)} \quad (4.22)$$



Obrázok 4.3: Vzorkovacie spektrá pre výpočet účinného prierezu a generovanie fázového priestoru

kde:

$$dZ_1 = z_1 dp_{t\gamma} ; \quad dZ_2 = z_2 dM_{t\bar{t}} ; \quad \dots \quad (4.23)$$

Jednotlivé komponenty náhodného vektora  $\vec{\eta} \equiv (p_{t\gamma}, M_{t\bar{t}}, y_\gamma, y_{t\bar{t}})$  boli generované každá podľa prislúchajúceho rozdelenia hustoty pravdepodobnosti  $z_i$ , rejekčnú metódu sme v dovolenej časti fázového priestoru <sup>7</sup> aplikovali na funkciu

$$f(p_{t\gamma}, M_{t\bar{t}}, y_\gamma, y_{t\bar{t}}) = \frac{d\sigma(p_{t\gamma}, M_{t\bar{t}}, y_\gamma, y_{t\bar{t}})}{z_1(p_{t\gamma}) z_2(M_{t\bar{t}}) z_3(y_{t\bar{t}}) z_4(y_\gamma)}. \quad (4.24)$$

<sup>7</sup>ak náhodný vektor  $\vec{\eta}$  ležal v oblasti daného podmienkami 4.19. a 4.20.

Ak náhodný vektor  $\vec{\eta}$  padol mimo dovolenú oblast', funkciu  $f(p_{t\gamma}, M_{t\bar{t}}, y_\gamma, y_{t\bar{t}})$  sme položili rovnú nule.

Totálny účinný prierez je daný súčinom strednej hodnoty výrazu 4.17. a vel'kosti fázového priestoru:

$$\sigma = \langle f(p_{t\gamma}, M_{t\bar{t}}, y_\gamma, y_{t\bar{t}}) \rangle \Omega ; \quad \Omega = \prod_{k=1,4} \int_{z_{min}}^{z_{max}} dZ_k \quad (4.25)$$

## 2.) Generovanie dvoch funkcií dvoch premenných

Výhodou tohto spôsobu je, že vhodnou kombináciou dvojíc premenných berieme do úvahy vzájomné prepojenie týchto dvoch premenných v podintegrálnej funkcií.

$$\psi_1(M_{t\bar{t}}, p_{t\gamma}) = \int d\sigma(M_{t\bar{t}}, p_{t\gamma}, y_{t\bar{t}}, y_\gamma) dy_{t\bar{t}} dy_\gamma \quad (4.26a)$$

$$\psi_2(y_{t\bar{t}}, y_\gamma) = \int d\sigma(M_{t\bar{t}}, p_{t\gamma}, y_{t\bar{t}}, y_\gamma) dp_{t\gamma} dM_{t\bar{t}} \quad (4.26b)$$

Integrál 4.16. prechádza do tvaru:

$$\sigma = \int d\Psi_1(p_{t\gamma}, M_{t\bar{t}}) d\Psi_2(y_{t\bar{t}}, y_\gamma) \times \frac{d\sigma(p_{t\gamma}, M_{t\bar{t}}, y_\gamma, y_{t\bar{t}})}{\psi_1(M_{t\bar{t}}, p_{t\gamma}) \psi_2(y_{t\bar{t}}, y_\gamma)} \quad (4.27)$$

kde:

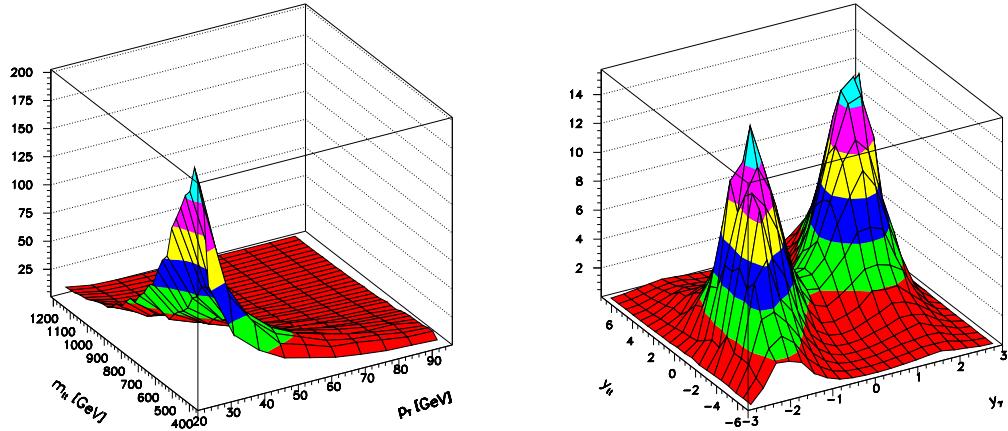
$$\begin{aligned} d\Psi_1(p_{t\gamma}, M_{t\bar{t}}) &= \psi_1(M_{t\bar{t}}, p_{t\gamma}) dp_{t\gamma} dM_{t\bar{t}} \\ d\Psi_2(y_{t\bar{t}}, y_\gamma) &= \psi_2(y_{t\bar{t}}, y_\gamma) dy_\gamma dy_{t\bar{t}} \end{aligned} \quad (4.28)$$

Prvé dve komponenty náhodného vektora boli generované podľa  $\psi_1$ , druhé dve podľa  $\psi_2$  a rejekčnú metóda sa aplikuje na funkciu

$$f(p_{t\gamma}, M_{t\bar{t}}, y_\gamma, y_{t\bar{t}}) = \frac{d\sigma(p_{t\gamma}, M_{t\bar{t}}, y_\gamma, y_{t\bar{t}})}{\psi_1(M_{t\bar{t}}, p_{t\gamma}) \psi_2(y_{t\bar{t}}, y_\gamma)} \quad (4.29)$$

Vel'kosť fázového priestoru je:

$$\Omega = \int d\Psi_1 \int d\Psi_2 = \iint \psi_1(M_{t\bar{t}}, p_{t\gamma}) dp_{t\gamma} dM_{t\bar{t}} \iint \psi_2(y_{t\bar{t}}, y_\gamma) dy_\gamma dy_{t\bar{t}} \quad (4.30)$$



spektrum  $d\psi_1(M_{t\bar{t}}, p_{t\gamma})/dM_{t\bar{t}}dp_{t\gamma}$

spektrum  $d\psi_2(y_{t\bar{t}}, y_\gamma)/dy_{t\bar{t}}dy_\gamma$

Obrázok 4.4: Vzorkovacie spektrá pre výpočet účinného prierezu a generovanie fázového priestoru

### 3.) Generovanie schodovitej funkcie štyroch premenných

$$\Psi(M_{t\bar{t}}, p_{t\gamma}, y_{t\bar{t}}, y_\gamma) \quad (4.31)$$

Funkciu  $\Psi$  sme skonštruovali podľa postupu uvedeného v časti 1.1.1. Celý fázový priestor bol rozdelený na štvorozmerné kvádre  $\varphi_{ijkl}$ , v ktorých sa vypočítal integrál funkcie  $\sigma$ , označili ho  $w_{ijkl}$  a zostrojili schodovitú funkciu  $w(M_{t\bar{t}}, p_{t\gamma}, y_{t\bar{t}}, y_\gamma)$ .

Kvádre sme usporiadali do postupnosti  $a_m$  pomocou predpisu:

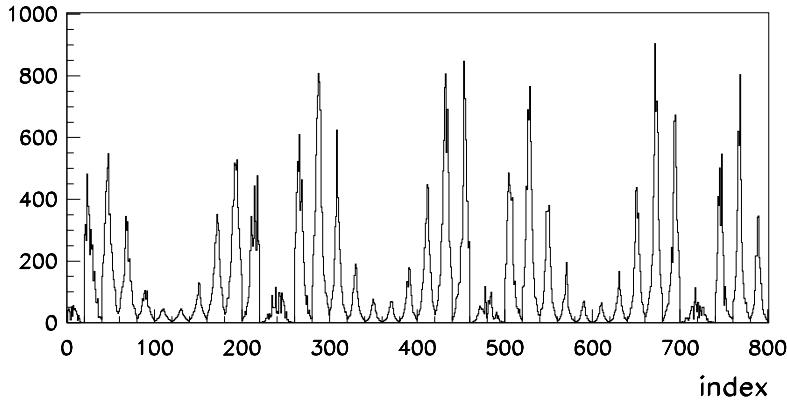
$$m = i \cdot n_j n_k n_l + j \cdot n_k n_l + k \cdot n_l + l \quad ; \quad a_m = w_{ijkl} \quad (4.32)$$

Hodnoty postupnosti sú uvedené na obrázku 4.5. integrál 4.16. možno prepísat' do tvaru:

$$\sigma = \int d\Psi(p_{t\gamma}, M_{t\bar{t}}, y_{t\bar{t}}, y_\gamma) \times \frac{d\sigma(p_{t\gamma}, M_{t\bar{t}}, y_\gamma, y_{t\bar{t}})}{w(p_{t\gamma}, M_{t\bar{t}}, y_{t\bar{t}}, y_\gamma)} \quad (4.33)$$

kde:

$$d\Psi = w(m_{t\bar{t}}, p_{t\gamma}, y_{t\bar{t}}, y_\gamma) dp_{t\gamma} dM_{t\bar{t}} dy_\gamma dy_{t\bar{t}} \quad (4.34)$$



Obrázok 4.5: Postupnosť  $a_m$  pre výpočet účinného prierezu a generovanie fázového priestoru

náhodný vektor  $\vec{\eta} = (p_{t\gamma}, M_{t\bar{t}}, y_{t\bar{t}}, y_\gamma)$  generujeme podľa funkcie  $w(\vec{\eta})$  a rejekčnú metódu aplikujeme na funkciu:

$$f(p_{t\gamma}, M_{t\bar{t}}, y_\gamma, y_{t\bar{t}}) = \frac{d\sigma(p_{t\gamma}, M_{t\bar{t}}, y_\gamma, y_{t\bar{t}})}{w(M_{t\bar{t}}, p_{t\gamma}, y_{t\bar{t}}, y_\gamma)} \quad (4.35)$$

Fázový objem je:

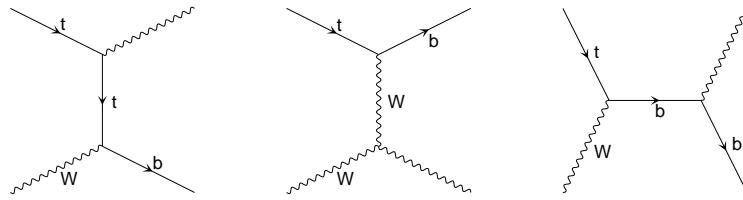
$$\Omega = \int d\Psi = \iiint w(m_{t\bar{t}}, p_{t\gamma}, y_{t\bar{t}}, y_\gamma) dp_{t\gamma} dM_{t\bar{t}} dy_\gamma dy_{t\bar{t}} \quad (4.36)$$

Ak definujeme strednú efektivitu generovania fázového priestoru pomerom

$$\langle \epsilon \rangle \equiv \frac{\langle f(p_{t\gamma}, M_{t\bar{t}}, y_\gamma, y_{t\bar{t}}) \rangle}{f_{max}}, \quad (4.37)$$

jej prevrátená hodnota udáva počet pokusov vedúcich k jednému dobrému pokusu.

Na prvý pohľad sa zdá, že v akom poradí sú postupy vymenované, vzrastá ich efektivita. Nie je však tomu vždy tak. Vzhľadom na to, že vzorkovacie funkcie sme mali v tvare čísel, s každým zvýšením stupňa prepojenia nezávislých premenných o rád narastajú pamäťové nároky na úschovu vzorkovacej funkcie. Takisto bolo treba uvážiť 'zjemňovanie' vzorkovacích funkcií a hľadat kompromis medzi pamäťovými nárokmi a efektívnosťou rejekčnej metódy.



Obrázok 4.6: Feynmanove diagramy pre radiačný rozpad top kvarku ( $t \rightarrow Wb\gamma$ ).

#### 4.1.2 Radiačný rozpad top kvarku $pp \rightarrow t\bar{t}$ , $t \rightarrow Wb\gamma$

Účinný prierez procesu  $pp \rightarrow t\bar{t} \rightarrow t(Wb\gamma)$  je daný účinným prierezom produkcie top kvarku a rozpadovou šírkou kanálu radiačného rozpadu top kvarku:

$$\sigma(pp \rightarrow t\bar{t} \rightarrow t(Wb\gamma)) = \sigma(pp \rightarrow t\bar{t}) \times \frac{2\Gamma_{t \rightarrow Wb\gamma}}{\Gamma_t}, \quad (4.38)$$

kde  $\Gamma_t$  je celková rozpadová šírka top kvarku (kap. 2.1.4.), faktor 2 vzniká v dôsledku možnosti radiačného rozpadu  $t$  alebo  $\bar{t}$  kvarku.

Rozpadová šírka častice  $i$ -tym rozpadovým kanálom ( $\Gamma_i$ ) je [46]

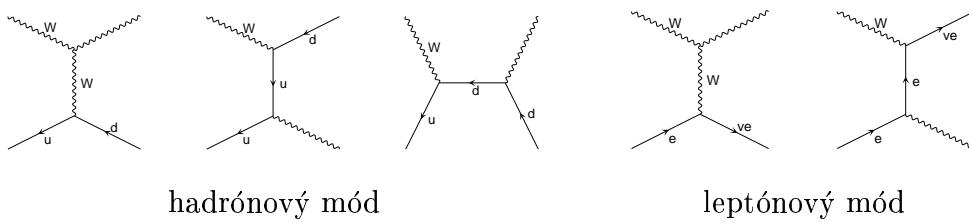
$$\Gamma_i = \frac{1}{2m} \int_{\Omega} |M_i|^2 dLips, \quad (4.39)$$

kde  $m$  je hmotnosť rozpadajúcej sa častice,  $M_i$  je maticový element príslušného rozpadu a  $dLips$  je element fázového priestoru produktov rozpadu.

V prípade rozpadu  $t \rightarrow Wb\gamma$  je rozpadová šírka:

$$\Gamma_{t \rightarrow Wb\gamma} = \frac{1}{2m_t} \int_{\Omega} |M(t \rightarrow Wb\gamma)|^2 dLips_3(p_W, p_b, p_\gamma) \quad (4.40)$$

Maticový element  $M(t \rightarrow Wb\gamma)$ <sup>8</sup> je daný súčtom Feynmanových diagramov na obrázku 4.6.



Obrázok 4.7: Feynmanove diagramy pre oba módy radiačného rozpadu  $W$  bozónu

#### 4.1.3 Radiačný rozpad $W$ bozónu pri $t\bar{t}$ produkcií, $W \rightarrow jj\gamma, (l\nu\gamma)$

Pretože *top* kvark sa takmer výhradne rozpadá slabým procesom ( $t \rightarrow Wq$ ), účinný prierez procesu  $pp \rightarrow t\bar{t} \rightarrow t\bar{W}b \rightarrow jj\gamma(l\nu\gamma)$  bude daný účinným prierezom produkcie *top* kvarku a súčtom rozpadových širok všetkých hadrónových a leptónových módov radiačného rozpadu  $W$  bozónu.

$$\Gamma_{rad} = \sum_{lept.} \Gamma_{W \rightarrow l\nu\gamma} + 3 \times \sum_{kvark} |V_{ij}|^2 \times \Gamma_{W \rightarrow q_i q_j \gamma} \quad (4.41)$$

Faktor 3 v hadrónovej časti zodpovedá počtu farieb kvarkov. Rozpadová šírka v jednotlivých kanáloch sa vypočíta modifikáciou vzťahu 4.39., zodpovedajúce diagramy sú uvedené na obrázku 4.7<sup>9</sup>.

Účinný prierez  $t\bar{t}$  produkcie s následným radiačným rozpadom  $W$  bozónu je analogický ako v predchádzajúcom prípade

$$\sigma(pp \rightarrow tt \rightarrow tWb \rightarrow t(p_1 p_2 \gamma)) = \sigma(pp \rightarrow tt) \frac{2\Gamma_{rad}}{\Gamma_W} \quad (4.42)$$

kde  $\Gamma_W$  je celková rozpadová šírka  $W$  bozónu, faktor 2 rovnako ako v predchádzajúcom prípade vzniká v dôsledku možnosti radiačného rozpadu  $W$  bozónov z oboch *top* kvarkov.

Celková šírka  $\Gamma_W$  v prvom ráde poruchovej teórie v rámci Štandardného Modelu je daná súčtom jednotlivých neradiačných rozpadových kanálov  $W$

<sup>8</sup>Odvodenie v dodatku C.

<sup>9</sup>Odvodenie maticového elementu nájdeme v práci [26], dá sa však získat' modifikáciou  $M(t \rightarrow Wb\gamma)$ .

bozónu na fermióny. Parciálna šírka rozpadu na daný fermiónový pár je [26]:

$$\Gamma_i = \frac{\alpha_{em}}{6} \frac{M_W}{2s_W^2} \frac{\sqrt{(M_W^2 - m_1^2 - m_2^2)^2 - 4m_1^2m_2^2}}{M_W^2} \left[ 1 - \frac{m_1^2 + m_2^2}{2M_W^2} - \frac{(m_1^2 - m_2^2)^2}{2M_W^4} \right] \quad (4.43)$$

kde  $\alpha_{em}$  je konštanta elektromagnetickej interakcie,  $s_W$  je koeficient  $EW$  zmiešavania<sup>10</sup>,  $m_{1(2)}$  sú hmotnosti fermiónov, na ktoré sa  $W$  bozón rozpadol.

#### 4.1.4 Generovanie radiačných rozpadov

Pri generovaní radiačného rozpadu *top* kvarku ako aj  $W$  bozónu sme postupovali dvoma nezávislými spôsobmi, ktoré zároveň slúžili ako vzájomná kontrola.

Z dôvodu infračervenej divergencie je účinný prierez radiačného rozpadu počítaný len pre fotóny s istou minimálnou hybnosťou  $p_{min}$ , ktorá je daná tak aby najmäkší vznikajúci fotón pri rozpade v pokojovej sústave *top* kvarku alebo  $W$  bozónu nemohol dosiahnuť hodnotu  $p_{Tmin} = 10 \text{ GeV}$  po transformácii do laboratórnej sústavy.

Prístupy:

##### a) Implementácia celého procesu

Tento spôsob zahŕňa implementáciu procesu do generátora PYTHIA, v ktorom je zahrnutý aj radiačný rozpad danej časticie. Totálny účinný prierez napríklad pre radiačný rozpad *top* kvarku možno vyjadriť nasledovne:

$$\sigma(t\bar{t} \rightarrow tWb\gamma) = \int_{\Omega} \frac{d}{d\Omega} \left( \sigma(pp \rightarrow t\bar{t}) \frac{2\Gamma_{t \rightarrow Wb\gamma}}{\Gamma_t} \right) \times d\Omega \quad (4.44)$$

kde  $d\Omega$  je element fázového priestoru daný časticami  $t$ ,  $W$ ,  $b$  a  $\gamma$ . Rejekčná metóda sa aplikuje na celú podintegrálnu funkciu.

##### b) Zámena rozpadového kanálu časticie za radiačný

V prípade  $t \rightarrow Wb\gamma$  postupujeme takto (**algoritmus 1**):

---

<sup>10</sup> $s_W = \sin \theta_W$ , kde  $\theta_W$  je Weinbergov uhol

1. V programe PYTHIA vygenerujeme pári  $t\bar{t}$  v laboratórnej sústave
2. Podľa kinematiky daného podintegrálnej funkciou vo vztahu 4.40. vygenerujeme event  $t \rightarrow Wb\gamma$  v pokojovej sústave *top* kvarku. Kvôli *IR* divergencii generujeme fotón s hybnosťou väčšou ako  $p'_{min}$ , vybranou tak, aby po transformácii fotónu do laboratórnej sústavy sme nevynechali časť dobrých eventov.
3. Podľa kinematiky príslušného *top* kvarku z kroku 1 pretransformujeme produkty radiačného *top* rozpadu (krok 2) z pokojovej sústavy uvažovaného *top* kvarku do laboratórnej sústavy.
4. V laboratórnej sústave aplikujeme kinematické kritéria na fotón ( $p_{Tmin}$ ,  $|\eta_{max}|$ ).
5. Ak fotón splňa kritéria v kroku 4, event akceptujeme, ak nie opakujeme postup od kroku 1. Ak pomer počtu akceptovaných eventov k ich celkovému počtu bude vyjadrovať premenná  $\epsilon$ , potom účinný prierez radiačného *top* rozpadu prostredníctvom tohto algoritmu bude:

$$\sigma(pp \rightarrow Wb\gamma\bar{t}) = \sigma(pp \rightarrow t\bar{t}) \times \frac{2\Gamma_{t \rightarrow Wb\gamma}}{\Gamma_t} \times \epsilon \quad (4.45)$$

Pri generovaní rozpadu  $W \rightarrow p_1 p_2 \gamma$  sme postupovali iným spôsobom. Vo všetkých kanáloch sme hmotnosť produktov pozili nulovú. To nám podstatne zjednodušilo Monte Carlo generovanie tohto procesu. Rovnaká hmotnosť produktov vo všetkých kanáloch nám umožnila najprv vygenerovať kinematiku rozpadových produktov, vypočítať  $|M|^2$  pre hadrónový a leptónový mód a na základe ich váh vybrať pre konkrétny event jeden z rozpadových kanálov.

Zanedbaním hmotností produktov sme si však do výpočtu vniesli problém **kolineárnej divergencie**.

Príčina kolineárnej divergencie je daná štruktúrou maticového elementu, kde vyžiarenie fotónu (štvorhybnosť  $k$ ) z fermiónu (štvorhybnosť  $p$ ) je reprezentované členom [28]:

$$|M|^2 \propto \frac{1}{p \cdot k} \quad (4.46)$$

Ak zanedbáme hmotnosť fermiónu, dostaneme pri rovnakých smeroch vektorov  $\vec{p}$ ,  $\vec{k}$  nekonečný výraz pre ľubovoľné veľkosti oboch hybností.

Kolineárnu divergenciu sme odstránili pridaním doplňujúceho kritéria pre produkty rozpadu. V detektore totiž nedokážeme odlišiť kolineárne častice, preto stačí zaviesť kritérium rozlíšiteľnosti už pri generovaní procesu. V našom prípade sme použili ohraničenie na kónus medzi výstupným fermiónom a fotónom ( $R_{min}$ ), ktorý sme aplikovali na finálne častice po transformácii do laboratórnej sústavy.

Algoritmus použitý pri generovaní procesu  $t \rightarrow Wb\gamma$  nie je možné použiť pri generovaní radiačného  $W$  rozpadu, pretože kolineárna divergencia spôsobuje:

$$\frac{2\Gamma_{W \rightarrow p_1 p_2 \gamma}}{\Gamma_W} \rightarrow \infty ; \quad \epsilon \rightarrow 0 \quad (4.47)$$

t.j. generovali by sme len kolineárne eventy a po použití ohraničenia ( $R_{min}$ ) v laboratórnej sústave by boli zamietnuté. Hoci ich súčin je v limite reálne číslo, algoritmus je prakticky nepoužiteľný.

Preto sme pre proces  $W \rightarrow p_1 p_2 \gamma$  modifikovali predchádzajúci postup (**algoritmus 2**):

1. V programe PYTHIA vygenerujeme pári  $t\bar{t}$  v laboratórnej sústave.
2. Vygenerujeme rozpad  $W \rightarrow p_1 + p_2 \gamma$  v pokojovej sústave  $W$  bozónu, kinematika produktov je generovaná podľa funkcie  $dLips_3$ , t.j. zatiaľ sa neberie do úvahy maticový element.
3. Produkty transformujeme do laboratórnej sústavy a následne aplikujeme kritériá na fotón ( $p_{Tmin}$ ,  $|\eta_{max}|$ ). Ak sú splnené vypočítame váhu eventu s danou kinematikou podľa vzťahu 4.39., ktorý už zohľadňuje maticový element procesu, a označíme  $\Gamma_{Wrad}$ . Ak kinematické kritériá nie sú splnené, položíme  $\Gamma_{Wrad} = 0$ .
4. Aplikujeme rejekčnú metódu na  $\Gamma_{Wrad}$ . Ak event nie je akceptovaný musíme opakovat' postup od kroku 1. Tým zabezpečíme, že pri výpočte rozpadovej šírky zohľadníme kinematiku  $t\bar{t}$  páru. Účinný prierez bude

$$\sigma(pp \rightarrow Wb\gamma\bar{t}) = \sigma(pp \rightarrow t\bar{t}) \times \frac{2\langle\Gamma_{Wrad}\rangle}{\Gamma_W} \quad (4.48)$$

Tento postup je oproti predchádzajúcemu zdĺhavejší, odstráni však problém kolineárnej divergencie. Algoritmus je možné použiť aj na rozpad  $t \rightarrow W b\gamma$ .

#### 4.1.5 Pozadie z neradiačnej $t\bar{t}$ produkcie

Neradiačný  $t\bar{t}$  proces prispieva k pozadiu v dôsledku elektromagnetických rozpadov mezónov, kedy produkty rozpadu mezónu sú interpretované ako jeden fóton. Proces bol generovaný v programe PYTHIA ako  $t\bar{t}$  produkcia s vypnutými elektromagnetickými radiačnými korekciami<sup>11</sup>. Zdrojom fotónov boli rozpady:

$$\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma \quad \eta^0 \rightarrow \gamma\gamma\gamma \quad \dots$$

#### 4.1.6 Pozadie vznikajúce pri produkcií bozónov

Tento typ pozadia tvoril najväčší príspevok pri rekonštruovaní hmotnosti  $top$  kvarku v  $t\bar{t}$  eventoch. Z tabuľky 4.1. vyplýva, že najväčším zdrojom z tohoto typu pozadia je v semileptónovom móde produkcia  $W$  bozónov s veľkým počtom radiačných QCD jetov. V tabuľke vidíme, že ostatné procesy sú oproti tomuto procesu relatívne potlačené. Generátor PYTHIA používa pri generovaní pozadia typu  $W + jety$  dva procesy:

$$q\bar{q} \rightarrow Wg \quad \text{a} \quad qg \rightarrow Wq$$

Ostatné jety sú produktami QCD radiačných procesov. Nami skúmané pro-

Tabuľka 4.1: Počet zaregistrovaných eventov v semileptónovom móde od jednotlivých procesov pri ročnej produkcií na LHC [32]. Výberové kinematické kritériá na častice sú takisto uvedené v práci [32].

	proces					
počet eventov	$t\bar{t}$	$W + jety$	$Z + jety$	$WW$	$WZ$	$ZZ$
na $10 fb^{-1}$	126000	1658	232	10	8	14

cesy sa oproti  $t\bar{t}$  eventom vyznačujú naviac produkciou fotónu s vysokou  $p_T$ . Na odhadnutie pozadia vznikajúceho pri produkcií  $W$  bozónov je technicky

<sup>11</sup>QCD korekcie na emisiu gluónov boli ponechané

možné použiť štandardnú produkciu  $W + jet$  v programe PYTHIA, kde zdrojom fotónov by bola QED radiačná korekcia (ISR a FSR). Ako sme spomínali v časti 1.2.5., takto získané spektrum fotónov platí len v priblížení mäkkých fotónov. Za účelom dosiahnutia reálneho fotónového spektra sme zvolili ako základ procesy:

$$q\bar{q} \rightarrow W\gamma g \quad \text{a} \quad qg \rightarrow Wq\gamma$$

kde produkcia fotónu je počítaná priamo v maticovom elemente. Ďalšie jety 'získame' pomocou QCD radiačných korekcií (ISR, FSR) v programe PYTHIA.

Pri generovaní fázového priestoru sme použili rovnakú parametrizáciu ako pri procese  $t\bar{t}\gamma$ , premennú  $M_{t\bar{t}}$  sme nahradili invariantnou hmotnosťou páru  $W+kvark$ , resp.  $W+gluón$ , ktorá sa pohybuje v intervale<sup>12</sup>:

$$M_{Wq(Wg)} \in (M_W, \sqrt{s}) \quad (4.49)$$

#### 4.1.7 Tabuľka účinných prierezov

Fázový priestor fotónu sme ohraničili podmienkou pre  $\gamma$ :

$$p_T > 10 \text{ GeV} \quad \& \quad |\eta| < 3.5 \quad (4.50)$$

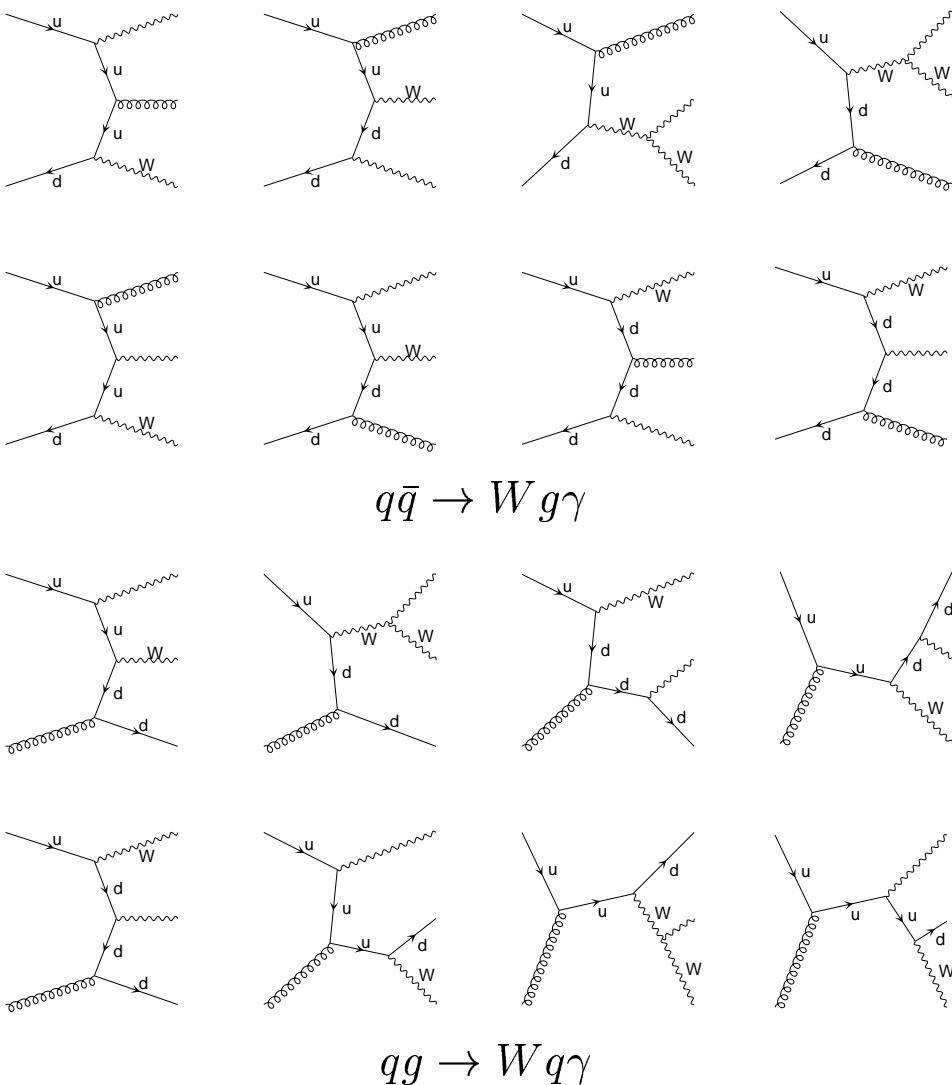
Čo zhruba zodpovedá schopnosti detekcie fotónov v centrálnej oblasti detektora ATLAS. Tým sme sa vyhli aj problému IR divergencie. Ako sme spomenuli vyššie, problém kolineárnej divergencie sme v prípade procesov  $W \rightarrow p_1 p_2 \gamma$  a oboch procesov  $W + jet + \gamma$  riešili ohraničením na kónus tvorený fotónom a jetom:

$$\Delta R_{\gamma,jet} > 0.05 \quad (4.51)$$

V tabuľke 4.2. sú vypočítané účinné prierezy signálneho a pozad'ových procesov v prípade oboch uvažovaných nábojov top kvarku  $Q = 2/3$  a  $Q = -4/3$ .

---

<sup>12</sup>zanedbali sme hmotnosť kvarkov



Obrázok 4.8: Uvažované diagramy pri  $W + \gamma + jet$  pozadí.

Hodnota konštanty silnej interakcie  $\alpha_S$  bola počítaná pre renormalizačnú škálu<sup>13</sup>:

$$\mu^2 = \frac{m_T^2(1) + m_T^2(2)}{2} \quad (4.52)$$

Kde  $m_T$  sú priečne hmotnosti produkovaných top kvarkov. V prípade pozadia  $W + jet + \gamma$  to boli priečna hmotnosť  $W$  bozónu a finálneho jetu.

---

<sup>13</sup>vid' 4.1.8.

Tabuľka 4.2: Účinné prierezy signálneho a pozad'ových procesov v prípade dvoch možných alternatív náboja top kvarku. Procesy boli počítané pri  $\alpha_S = \alpha_S(\sqrt{\frac{m_T^{(1)} + m_T^{(2)}}{2}})$ ,  $\alpha_{em} = \alpha_{em}(M_Z)$ . K výpočtu bola použitá séria štruktúrnych funkcií CTEQLM5.

	$pp \rightarrow t\bar{t}\gamma$ , $t \rightarrow Wb$	$pp \rightarrow t\bar{t}$ , $t \rightarrow Wb\gamma$	$pp \rightarrow t\bar{t}$ , $W \rightarrow jj\gamma (l\nu\gamma)$	$W + jet + \gamma$
$Q = 2/3$	2.31 pb	2.96 pb	8.25 pb	812 pb
$Q = -4/3$	7.34 pb	1.16 pb	8.25 pb	812 pb
pomer R	1/3.18	2.55		

Konštantu elektromagnetickej interakcie bola počítaná pri hmotnosti  $Z$  bozónu.

Pomer účinných prierezov pri  $t\bar{t}\gamma$  procese je asi 3.2 v prospech náboja  $Q = -4/3$ . Okrem prvých dvoch diagramov pri  $q\bar{q}$  anihilácii (obr.4.2.), keď je fotón vyžiarený z počiatočných partónov, kde väzbová konštantă  $\alpha_{em}$  závisí od náboja vstupných partónov, v ostatných diagramoch sa prejavuje závislosť amplitúdy od náboja top kvarku. T.j. prvé dva diagramy narúšajú priamu  $Q_{top}^2$  závislosť účinného prierezu.

Zaujímavý výsledok dostaneme pri rozpade top kvarku, kde negatívna interferencia diagramov na obrázku 4.6., zapríčinuje opačnú závislosť účinného prierezu od náboja top kvarku. Pomer medzi účinnými prierezmi vychádza v prospech náboja  $Q = 2/3$  ako faktor 2.6.

Dosiahnuté čísla dokumentujú, že náboj môžeme merat pomocou oboch procesov, avšak oba sú si navzájom pozad'ové. Účinné prierezy d'alších dvoch procesov ( $W \rightarrow p_1 p_2 \gamma$ ,  $W + jet + \gamma$ ) od náboja nezávisia.

### Poznámka k výpočtu účinných prierezov

Na výpočet maticových elementov na stromovej úrovni, či už polarizovaných alebo nepolarizovaných existuje celý rad programov (MADGRAPH [55], COMPHEP [23], atď.).

My sme v prípade procesov  $t \rightarrow Wb\gamma$  alebo  $W \rightarrow p_1 p_2 \gamma$  maticové elemen-

ty vypočítali exaktne. Úprava formálnych výrazov bola vykonaná pomocou programom FEYN [57].

Rozpad  $t \rightarrow Wb\gamma$  v prípade  $Q_{top} = -4/3$  sme získali zmenou náboja vo výraze pre štvorec maticového elementu  $|M(t \rightarrow Wb\gamma)|^2$ . Ak však predpokladáme rozpad pravého izodubletu  $(t, b)_R$ , ako bolo navrhnuté v práci [21], bolo by treba pri vertexe  $t \rightarrow Wb$  vo výraze pre maticový element zmeniť aj príslušné ľavé projekčné operátory  $(1 - \gamma_5)$  za pravé  $(1 + \gamma_5)$ . Má to za následok iné rozmiestnenie produktov rozpadu v priestore. Pretože veľkosť totálneho účinného prierezu je pre oba prípady rovnaká, považovali sme za postačujúce zmeniť len náboj *top* kvarku.

Pri procese  $t\bar{t}\gamma$  sme využili maticový element získaný od Ulricha Baura (Buffalo University, USA). Bol vo forme programu v jazyku FORTRAN77, základ tvoril kód vygenerovaný programom MADGRAPH, upravený U. Baurom pre prípad náboja  $Q = -4/3$ .

Program MADGRAPH bol použitý aj na vygenerovanie maticových elementov procesov súvisiacich s  $W + jet + \gamma$  produkciou.

#### 4.1.8 Neurčitosť výpočtu účinných prierezov

Numerický výpočet účinných prierezov bol počítaný s presnosťou na tretie platné číslo a v porovnaní s predpokladanou neurčitosťou použitého teoretického modelu je zanedbateľná. Teoretická neurčitosť je daná vol'bou konštanty silnej interakcie a štruktúrnymi funkciami.

Pretože naše výpočty boli uskutočnené len v prvom ráde poruchovej teórie (LO), snažili sme sa odhadnúť neurčitosť, ktorú do nášho výpočtu vnáša výber renormalizačnej škály. Pre ilustráciu, ako účinný prierez procesu  $t\bar{t}\gamma$  závisí od výberu škály, uvádzame tabuľku 4.3. Krajné body tabuľky, t.j. hodnoty pri  $\mu = m_{top}/2$  a  $\mu = 2m_{top}$  sa vo fyzike *top* kvarku zvyknú bráť ako dve krajné škály pre určenie chyby výpočtu účinného prierezu procesu  $t\bar{t}$  [43]. Ak zoberieme účinné prierezy v týchto bodoch, potom účinný prierez procesu  $t\bar{t}\gamma$  je:

$$\sigma(t\bar{t}\gamma, p_{T\gamma} > 10 \text{ GeV}, |\eta_\gamma| < 3.5) = 2.31 \text{ pb}_{-10\%}^{+30\%} \quad (4.53)$$

Čo sa týka štruktúrnych funkcií, využívali sme sadu CTEQ5, preto neurčitosť bola odhadnutá podľa príslušného údaju vo vztahu 1.37. a spolu

Tabuľka 4.3: Účinný prierez procesu  $t\bar{t}\gamma$  v LO pri niektorých hodnotách renormalizačnej škály.

škála	$m_t/2$	$m_t$	$\langle m_T^2 \rangle$	$2m_t$
$\sigma_{t\bar{t}\gamma} [pb]$	3.04	2.49	2.31	2.11

s neurčitost'ou renormalizačnej škály uvedenou vo vztahu 4.53. dostaneme odhad neurčitosti účinného prierezu:

$$\sigma(t\bar{t}\gamma, p_{T\gamma} > 10 \text{ GeV}, |\eta_\gamma| < 3.5) = 2.31 \text{ pb}_{-18\%}^{+38\%}, \quad (4.54)$$

čo korešponduje s neurčitost'ou, ktorá bola predpokladaná v práci [15].

Neurčitosť vzniká z toho istého dôvodu aj pri určení  $\alpha_{em}$ , ktorá vystupuje vďaka emitovanému fotónu, tá však nemá až taký strmý priebeh. Jej hodnotu sme vzhľadom na vysokú  $p_{T\gamma}$  nastavili pri hmotnosti  $Z$  bozónu <sup>14</sup>.

---

<sup>14</sup> $\alpha_{em}(M_Z) = 0.1200 \pm 0.0028.$

## 4.2 Rekonštrukcia odozvy detektora

V predchádzajúcich častiach sme sa zaoberali výpočtom účinného prierezu procesov a generovaním kinematiky podľa diferenciálneho účinného prierezu. Ukázali sme, že účinný prierez procesov radiačnej produkcie *top* kvarku ( $t\bar{t}\gamma$ ) a jeho radiačného rozpadu  $t \rightarrow Wb\gamma$  závisia od náboja. Ich závislosť je však opačná, preto oba procesy navzájom vystupujú ako pozad'ové.

V tejto časti práce sa zaoberáme ohodnotením odozvy detektora ATLAS pri aplikovaní nami študovaných procesov. Pomocou programu PYTHIA sme uvedené procesy nechali pomocou procesu hadronizácie a rozpadov dovest' do štátia, kde vystupujú častice pozorovateľné detektorom. Program ATLASTFAST na základe charakteristiky týchto častíc a na základe do neho vložených predpokladov funkčnosti detektora ATLAS vytvorí informáciu o tvare signálu a na základe jednoduchých algoritmov rekonštruuje častice, ktoré signál inicializovali.

Najprv sme uvažovali ako signálny proces  $t\bar{t}\gamma$ , pričom ostatné procesy boli považované za pozad'ové a na základe istých signatúr v odozve sme sa ich snažili oddeliť od signálneho procesu a tak eliminovať ich vplyv na výsledný pozorovaný účinný prierez. V ďalšej časti sme zopakovali analýzu, avšak ako signálny proces bol uvažovaný  $t \rightarrow Wb\gamma$ .

Oba procesy sme rekonštruovali v semileptónovom móde. Dôvodom je že analýza v semileptónovom móde bola na partónovej úrovni vykonaná v práci [15], kde boli navrhnuté optimálne kinematické kritéria na pozorovanie skúmaných procesov a semileptónový mód je všeobecne v *top* fyzike považovaný kvôli dobrému pomeru signálu k pozadiu a početnosti za najslubnejší. Pre odseparovanie signálneho procesu od pozad'ových procesov je treba vhodne zvoliť výberové kritériá. Pomocou nich vyberáme časť fázového priestoru, v ktorej dominuje signálny proces na úkor pozad'ových. Pri výbere fázového priestoru používame kinematické premenné alebo ich kombinácie, ktoré sú k dispozícii z odozvy detektora.

### 4.2.1 $t\bar{t}\gamma$ výberové kritériá (semileptónový mód)

#### Signatúra eventu (C1)

Predpokladaný konečný stav procesu  $t\bar{t}\gamma$  v semileptónovom móde je  $t\bar{t}\gamma \rightarrow$

$(bW)(bW)\gamma \rightarrow (bjj)(bl\nu)\gamma$ . Čiže ak zahrnieme gluónové korekcie, ktoré sa v konečnom dôsledku prejavia na náraste počtu jetov, v signále by mali byť zastúpené:

$$\begin{array}{lll} n_{jet} \geq 2 & p_T > 20 \text{ GeV} & |\eta| < 2.5 \\ nb_{jet} = 2 & p_T > 15 \text{ GeV} & |\eta| < 2 \\ n_{lep} = 1 & p_T > 20 \text{ GeV} & |\eta| < 2.5 \\ n_{phot} = 1 & p_T > 30 \text{ GeV} & |\eta| < 2.5 \\ miss & \cancel{p}_T > 20 \text{ GeV} & \end{array}$$

Kinematické kritériá na jednotlivé skupiny častíc sú optimalizované na detektor ATLAS a boli navrhnuté v práci [15].

Súbor týchto kritérií vychádza z potreby odstránenia pozadia vznikajúceho z produkcie  $W$  bozónov. Tieto procesy majú podobnú signatúru v prípade, ak sa  $W$  bozón rozpadne leptónovým rozpadom a pri produkcií je emitovaných niekoľko ďalších jetov, čo sú v rámci poruchovej QCD teórie efekty vyšších rádov, čiže potlačené približne o jednu konštantu  $\alpha_S$  na každý ďalší jet. Ďalšie potlačenie pozadia tohto typu vzniká požiadavkou dvoch  $b$ -jetov.  $B$ -tagging bol úspešne použitý na redukciu pozadia v experimentoch CDF a D0.

### Podmienka rekonštrukcie $W$ bozónov (C2)

Ďalším opatrením pre odstránenie pozad'ových eventov je rekonštrukcia hmotnosti  $W$  bozónov, ktoré v ďalšom kroku v kombinácii s  $b$ -jetmi vedú k rekonštrukcii top kvarkov. Pri generácii všetkých procesov sme využili *aproximáciu úzkej šírky*, t.j.  $W$  bozón a top kvark boli produkované blízko hmotnostnej hyperplochy.

Tento fakt bol využitý pri rekonštrukcii  $W$  bozónu rozpadajúceho sa hadrónovo na dva jety, kedy máme k dispozícii informáciu o hybnosti jetov. Keďže vo vzorkách boli produkované aj iné jety, o tom, ktorá dvojica pochádza z  $W$  rozpadu sme rozhodli tak že sme vybrali dvojicu s najbližšou invariantnou hmotnosťou k hmotnosti  $W$  bozónu. Ak rozdiel ich hmotností bol mimo toleranciu 20 GeV, event sme zamietli.

Druhý  $W$  bozón sa rozpadá leptónovo, a tak nám uniká informácia o kinematike neutrína. Tá sa dá čiastočne nahradit informáciou o chýbajúcej

priečnej hybnosti v celkovom signále detektora, ktorú v kombinácii s hybnosťou nabitého leptónu ( $e, \mu$ ) môžeme využiť pri výpočte priečnej hmotnosti<sup>15</sup>. Ak leptón a neutríno pochádzajú z toho istého  $W$  rozpadu, ich priečna hybnosť nemôže byť väčšia ako hmotnosť  $W$  bozónu. Preto pri rozhodovaní, či neutríno a leptón pochádzajú z  $W$  rozpadu, sme akceptovali len eventy, ktorých priečna hmotnosť neprevyšovala hmotnosť  $W$  bozónu o viac ako  $20\text{ GeV}$ .

$$\begin{aligned} |m(jj) - m_W| &< 20\text{ GeV}, \quad \text{kde } m(jj) = \min\{m(j_i, j_j) - m_W\} \\ (m_T(l\nu) - m_W) &< 20\text{ GeV} \end{aligned}$$

### Virtualita oboch $top$ kvarkov (C3)

Za predpokladu, že  $\gamma$  je vyžiarené v  $t\bar{t}$  produkcií, predpokladáme, že oba  $top$  kvarky ležia na hmotnostnej hyperploche. Chceme odstrániť eventy, kde  $\gamma$  vzniká pri rozpade  $top$  kvarku, ktorý je na hmotostnej hyperploche a platí, že invariantná hmotnosť všetkých produktov rozpadu je rovná hmotnosti  $top$  kvarku. V opačnom prípade, t.j. keď fotón a  $top$  sú dve nezávislé častice, invariantná hmotnosť produktov  $top$  rozpadu a fotónu musí byť väčšia ako hmotnosť  $top$  kvarku. Požadovaním tohto kritéria pre oba rekonštruované  $top$  kvarky, odstráname pozadie vznikajúce pri radiačnom rozpade či už  $top$  kvarku alebo  $W$  bozónu. Požiadavka pre vyčlenenie radiačnej  $top$  produkcie teda je:

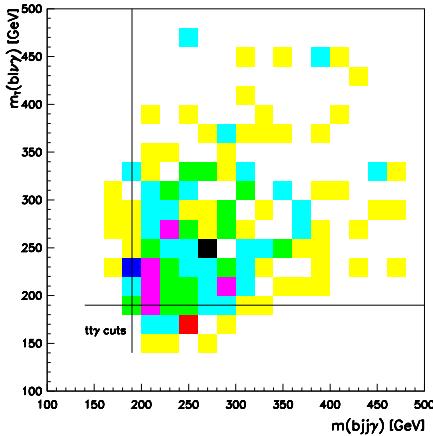
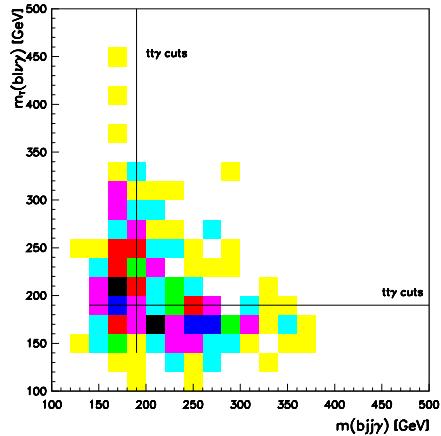
$$m(b_{1,2}jj\gamma) > 190\text{ GeV} \quad \text{a} \quad m_T(b_{1,2}l\gamma; \not{p}_T) > 190\text{ GeV} \quad (4.55)$$

V tabuľke 4.4. je ukázané ako jednotlivé výberové kritériá vplývajú na početnosť signálneho a pozadiových eventov. V riadku prislúchajúcim radiačnému rozpade  $top$  kvarku vidíme prudký pokles prechádzajúcich eventov po aplikácii kritéria C3.

Na obrázkoch 4.9. a 4.10. sú znázornené normované dvojrozmerné spektá procesov radiačnej  $top$  produkcie a radiačného  $top$  rozpadu v závislosti od invariantnej hmotnosti systému  $jjb\gamma$  a priečnej hmotnosti systému  $l\nu b\gamma$ .

---

<sup>15</sup>vid'. dodatok F.

Obrázok 4.9: kritérium C3 aplikované na proces  $tt\gamma$ Obrázok 4.10: kritérium C3 aplikované na proces  $Wb\gamma$ 

Tabuľka 4.4: Percentuálna početnosť eventov prechádzajúcimi jednotlivými výberovými kritériami (C1, C2, C3) pre signálne a pozad'ové eventy

proces	vzorka	$C1[\%]$	$C2[\%]$	$C3[\%]$
$pp \rightarrow tt\gamma$	$350k$	0.723	0.48	$0.338 \pm 0.0098$
$pp \rightarrow tt; t \rightarrow Wb\gamma$	$200k$	0.423	0.292	$0.021 \pm 0.0025$
$pp \rightarrow tt; W \rightarrow p_1 p_2 \gamma$	$200k$	0.148	0.0795	$0.013 \pm 0.0037$
$pp \rightarrow tt; (\pi^0, \eta, \dots)$	$6.9M$	$1.5 \cdot 10^{-3}$	$7.6 \cdot 10^{-4}$	$(3.8 \pm 0.76) \cdot 10^{-4}$
$pp \rightarrow W\gamma jet$	$2.1M$	$1.2 \cdot 10^{-3}$	$6.2 \cdot 10^{-4}$	$(4.3 \pm 1.4) \cdot 10^{-4}$

Väčšina  $t\bar{t}\gamma$  eventov leží v oblasti nad oblasťou vydelenou priamkami zodpovedajúcimi  $t\bar{t}\gamma$  výberovým kritériám. Naopak, eventy zodpovedajúce vzniku  $\gamma$  pri rozpadе top kvarku sú kritériami **C3** značne potlačené. V menšej miere aplikácia kritéria  $C3$  spôsobuje pokles početnosti aj v prípade ostatných pozad'ových procesov (tab.4.4.).

V tabuľke 4.5. sú zosumarizované výsledky pre oba náboje. Účinné priezory jednotlivých procesov sú prenásobené účinnosťou rekonštrukcie uvedenej v tabuľke 4.4. V poslednom stĺpci je uvedený predpokladaný počet

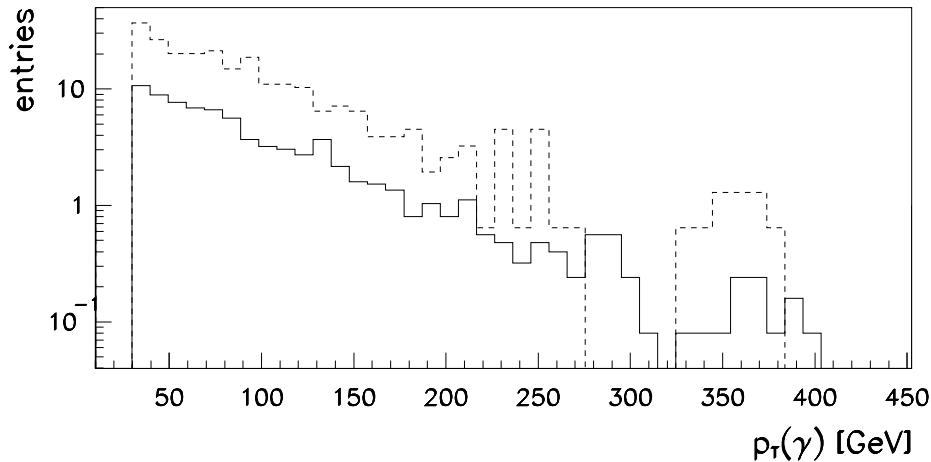
pozorovaných eventov pri jednom roku chodu detektora pri predpokladanej nízkej luminozite zväzku ( $10 \text{ fb}^{-1}$ ). Porovnanie spektier priečnej hmotnosti

Tabuľka 4.5: Konečná štatistika signálneho procesu a pozad'ových procesov ( $t\bar{t}\gamma$  kritériá). Výsledný počet eventov je prepočítaný na predpokladanú ročnú produkciu.

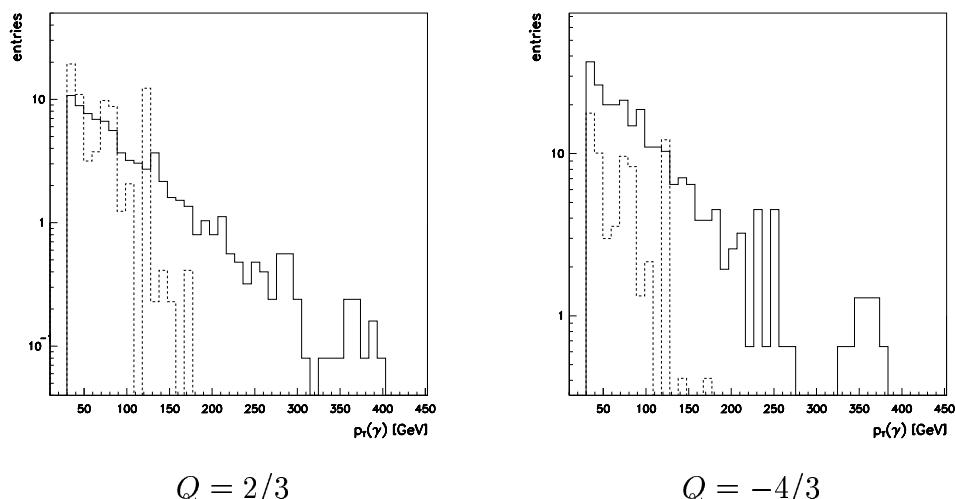
$t\bar{t}\gamma$ výberové kritériá			
<b>Q=2/3</b>	$\sigma[\text{pb}]$ $p_T > 10\text{GeV}  y  < 3.5$	$\epsilon [ \% ]$ <i>Atlfast</i>	eventy (1 rok)
$pp \rightarrow tt\gamma$	2.31	0.338	<b>78 ± 8.8</b>
$pp \rightarrow tt; t \rightarrow Wb\gamma$	2.96	0.021	$6.2 \pm 2.5$
$pp \rightarrow tt; W \rightarrow p_1 p_2 \gamma$	8.25	0.013	$10.7 \pm 3.4$
$pp \rightarrow tt; (\pi^o, \eta, ..)_{\text{pythia}}$	550	$3.8 \cdot 10^{-4}$	$20.7 \pm 4.5$
$pp \rightarrow W + \gamma + \text{jety}$	812	$4.3 \cdot 10^{-4}$	$35.0 \pm 6.$
pozadie celkovo			<b>72.6 ± 8.5</b>
<b>Q=-4/3</b>	$\sigma[\text{pb}]$ $p_T > 10\text{GeV}  y  < 3.5$	$\epsilon [ \% ]$ <i>Atlfast</i>	eventy (1 rok)
$pp \rightarrow tt\gamma$	7.34	0.338	<b>248 ± 16</b>
$pp \rightarrow tt; t \rightarrow Wb\gamma$	1.16	0.021	$2.4 \pm 1.55$
$pp \rightarrow tt; W \rightarrow p_1 p_2 \gamma$	8.25	0.014	$11.5 \pm 3.4$
$pp \rightarrow tt; (\pi^o, \eta, ..)_{\text{pythia}}$	550	$3.76 \cdot 10^{-4}$	$20.7 \pm 4.5$
$pp \rightarrow W + \gamma + \text{jety}$	812	$4.3 \cdot 10^{-4}$	$35.0 \pm 6.$
pozadie celkovo			<b>69.6 ± 8.3</b>

fotónu akceptovaných eventov pre obe nábojové eventuality je na obrázku 4.11.

Na obrázku 4.12. je porovnané spektrum priečnej hmotnosti fotónu pre eventy prechádzajúce všetkými výberovými kritériami v prípade signálneho procesu a sumy pozad'ových procesov.



Obrázok 4.11: Porovnanie pozorovaných  $p_{T\gamma}$  spektier pre náboje  $Q_t = 2/3$  (súvislá čiara) a  $Q_t = -4/3$  (prerušovaná čiara) pri ročnej produkcií na LHC.



Obrázok 4.12: Porovnanie pozorovaných  $p_{T\gamma}$  spektier pre signálny proces  $t\bar{t}\gamma$  (súvislá čiara) a sumy pozad'ových procesov (prerušovaná čiara). Grafy sú normalizované na ročnú produkciu na LHC ( $10 fb^{-1}$ ).

### 4.2.2 $Wb\gamma$ výberové kritériá

Prvé dve výberové kritériá necháme rovnaké ako pri  $t\bar{t}\gamma$  výberových kritériách, zmení sa kritérium **C3**, kde na rozdiel od predchádzajúceho budeme požadovať', aby fotón bol produktom  $top$  rozpadu, preto invariantné hmotnosti rekonštruovaného  $top$  kvarku a fotónu musia byť' blízke hmotnosti  $top$  kvarku. Pre zjednodušenie analýzy, rozčleníme toto kritérium na dve, ked' fotón vzniká s  $W$  bozónom, ktorý sa rozpadne bud' leptónovo alebo hadrónovo.

Tabuľka 4.6: Percentuálna početnosť eventov prechádzajúcimi jednotlivými výberovými kritériami (C1, C2, C3', C4a, C4b) pre signálny ( $Wb\gamma$ ) a pozad'ové eventy

proces	vzorka	$C1[\%]$	$C2[\%]$	$C3'[\%]$	$C4a[\%]$	$C4b[\%]$
$pp \rightarrow tt\gamma$	$350k$	0.725	0.483	0.452	$0.011$ $\pm 1.8 \cdot 10^{-3}$	$2.9 \cdot 10^{-3}$ $\pm 9.2 \cdot 10^{-4}$
$pp \rightarrow tt;$ $t \rightarrow Wb\gamma$	$200k$	0.458	0.316	0.254	$0.024$ $\pm 3.5 \cdot 10^{-3}$	$0.011$ $\pm 2.3 \cdot 10^{-3}$
$pp \rightarrow tt$ $W \rightarrow p_1 p_2 \gamma$	$200k$	0.143	0.0836	0.0285	$1.5 \cdot 10^{-3}$ $\pm 8.7 \cdot 10^{-4}$	$5.1 \cdot 10^{-4}$ $\pm 5.1 \cdot 10^{-4}$
$pp \rightarrow tt$ $(\pi^0, \eta, \dots)$	$8.25M$	$2.0 \cdot 10^{-3}$	$1.0 \cdot 10^{-3}$	$8.7 \cdot 10^{-4}$	$2.4 \cdot 10^{-5}$ $\pm 1.7 \cdot 10^{-5}$	$3.6 \cdot 10^{-5}$ $\pm 2.1 \cdot 10^{-5}$
$W + \gamma + jet$	$2.18M$	$1.5 \cdot 10^{-3}$	$4.6 \cdot 10^{-4}$	$4.6 \cdot 10^{-4}$	$4.6 \cdot 10^{-5}$ $\pm 4.6 \cdot 10^{-5}$	$4.6 \cdot 10^{-5}$ $\pm 4.6 \cdot 10^{-5}$

Kritériá d'alej doplníme o podmienku, aby fotón nepochádzal z radiačného rozpadu  $W$  bozónu, ktorá bola v  $t\bar{t}\gamma$  automaticky odstránená podmienkou **C3**. Kritériá teda vyzerajú nasledovne:

- **C1** signatúra eventu (rovnaké ako  $t\bar{t}\gamma$ )
- **C2** rekonštruované  $W$  bozóny (rovnaké ako  $t\bar{t}\gamma$ )
- **C3'** potlačenie radiačného  $W$  rozpadu:

Využijeme analogickú podmienku ako v kroku **C3** pre  $t\bar{t}\gamma$ , t.j. ak fotón nepochádza z rozpadu  $W$  bozónu, ktorý je na hmotnostnej hyperplo-

Tabuľka 4.7: Konečná štatistika signálneho procesu a pozad'ových procesov ( $Wb\gamma$  kritériá). Výsledný počet eventov je prepočítaný na predpokladanú ročnú produkciu.

<b><math>Wb\gamma</math> výberové kritériá</b>			
<b>Q=2/3</b>	$\sigma[pb]$ $p_T > 10GeV  y  < 3.5$	$\epsilon [ \% ]$ <i>Atlfast</i>	eventy (1 rok)
$pp \rightarrow tt; t \rightarrow Wb\gamma$	2.96	0.035	<b><math>10.4 \pm 3.2</math></b>
$pp \rightarrow tt\gamma$	2.31	0.014	$3.2 \pm 1.8$
$pp \rightarrow tt; W \rightarrow p_1p_2\gamma$	8.25	0.0020	$1.7 \pm 1.3$
$pp \rightarrow tt; (\pi^o, \eta, ..)_{pythia}$	550	$6.1 \cdot 10^{-5}$	$3.3 \pm 1.8$
$pp \rightarrow W + \gamma + jety$	812	$9.2 \cdot 10^{-5}$	$7.4 \pm 2.7$
pozadie celkovo			<b><math>15.6 \pm 3.9</math></b>
<b>Q=-4/3</b>	$\sigma[pb]$ $p_T > 10GeV  y  < 3.5$	$\epsilon [ \% ]$ <i>Atlfast</i>	eventy (1 rok)
$pp \rightarrow tt; t \rightarrow Wb\gamma$	1.16	0.035	<b><math>4.1 \pm 2.0</math></b>
$pp \rightarrow tt\gamma$	7.34	0.014	$10.1 \pm 3.2$
$pp \rightarrow tt; W \rightarrow p_1p_2\gamma$	8.25	0.0020	$1.7 \pm 1.3$
$pp \rightarrow tt; (\pi^o, \eta, ..)_{pythia}$	550	$6.1 \cdot 10^{-5}$	$3.3 \pm 1.8$
$pp \rightarrow W + \gamma + jety$	812	$9.2 \cdot 10^{-5}$	$7.4 \pm 2.7$
pozadie celkovo			<b><math>22.5 \pm 4.7</math></b>

che, musí invariantná hmotnosť systému  $W\gamma$  byť väčšia ako hmotnosť samotného  $W$  bozónu.

$$m(jj\gamma) > 90 \text{ GeV} \quad \text{a} \quad m_T(l\gamma; \not{p}_T) > 90 \text{ GeV}$$

- **C4a** fotón pochádza z leptónovej vetvy  $t \rightarrow Wb\gamma \rightarrow (l\nu)b\gamma$ :

$$m(b_{1,2}jj\gamma) > 190 \text{ GeV} \quad \text{a} \quad m_T(b_{1,2}l\gamma; \not{p}_T) < 190 \text{ GeV} \quad (4.56a)$$

- **C4b** fotón pochádza z hadrónovej vetvy  $t \rightarrow Wb\gamma \rightarrow (jj)b\gamma$ :

$$160 \text{ GeV} < m(b_{1,2}jj\gamma) < 190 \text{ GeV} \quad \text{a} \quad m_T(b_{1,2}l\gamma; \not{p}_T) > 190 \text{ GeV} \quad (4.56b)$$

V tabuľke 4.7. sú zosumované celkové výsledky analýzy. Účinné prierezy jednotlivých procesov sú prenásobené účinnosťou rekonštrukcie uvedenej v tabuľke 4.6. V poslednom stĺpci je uvedený predpokladaný počet pozorovaných eventov pri jednom roku chodu detektora pri predpokladanej nízkej luminozite zväzku ( $10 \text{ fb}^{-1}$ ).

## 4.3 Výsledky a diskusia

### Meraný signál

V tabuľke 4.8. sú porovnané predpokladané počty zaregistrovaných eventov (suma signálneho a pozad'ových eventov, ktoré prešli príslušnými výberovými kritériami) na detektore ATLAS pri predpokladanej ročnej produkcií (luminozita  $10 \text{ fb}^{-1}$ ) V prípade  $t\bar{t}\gamma$  výberových kritérií je približný pomer medzi oboma uvažovanými nábojmi daný faktorom 2.

Ak vezmeme do úvahy teoretickú neurčitosť určenia účinného ( $20 - 30\%$ ), dosiahnutý výsledok dáva dobré vyhliadky na prezentovanú metódu.

Naopak pri  $Wb\gamma$  výberovom kritériu nie je medzi oboma nábojmi prakticky žiadny rozdiel, čo znamená, že tento súbor kritérií nie je na identifikáciu náboja použiteľný.

Tabuľka 4.8: Porovnanie predpokladaného počtu registrovaných eventov (signálny proces + pozadie) pre oba typy výberových kritérií pre oba uvažované náboje pri integrálnej luminozite  $10 \text{ fb}^{-1}$  (ročná produkcia na LHC).

kritériá	náboj		pomer
	$2/3$	$-4/3$	
$t\bar{t}\gamma$	150	320	$\approx 1/2$
$Wb\gamma$	26	28	$\approx 1/1$

### Porovnanie s prácou [15]

V tabuľke 4.8. je porovnanie výsledkov prezentovaných v tejto práci s publikáciou [15]. Práce sa líšia v niekoľkých aspektoch. Práca [15]:

- 1 Obsahuje len dva základné procesy ( $t\bar{t}\gamma$ ,  $Wb\gamma$ ).
- 2 Na rozdiel od programu ATLFAST kde sú typy častíc identifikované algoritmami na základe signálu, v [15] sú pevne určené. Takisto ich energia je pevne daná a nie získaná rekonštrukčným algoritmom.
- 3 Neobsahuje žiadne ďalšie jety vzniknuté ako radiačné korekcie.

Tabuľka 4.9: Porovnanie detekčných účinných prierezov procesov  $t\bar{t}\gamma$  a  $Wb\gamma$  na LHC ( $pp$  zrážka  $\sqrt{s} = 14 \text{ TeV}$ ) pre obe skupiny výberových kritérií dosiahnutých v tejto práci a v publikácii [15].

		$t\bar{t}\gamma$ kritériá			$Wb\gamma$ kritériá		
		$t\bar{t}\gamma$	$Wb\gamma$	spolu	$t\bar{t}\gamma$	$Wb\gamma$	spolu
tu	$Q = 2/3$	7.81 $fb$	0.62 $fb$	8.43 $fb$	0.32 $fb$	1.04 $fb$	1.36 $fb$
	$Q = -4/3$	24.8 $fb$	0.24 $fb$	25.0 $fb$	1.01 $fb$	0.41 $fb$	1.45 $fb$
[15]	$Q = 2/3$	33.30 $fb$	10.64 $fb$	43.9 $fb$	0.83 $fb$	10.63 $fb$	11.5 $fb$
	$Q = -4/3$	111.40 $fb$	2.18 $fb$	114 $fb$	2.74 $fb$	2.57 $fb$	5.31 $fb$

4 Neobsahuje kritérium  $C2$ , pretože presne pozná oba jety z  $W$  rozpadu.

5 Dvojnásobný  $b$  tagging je zohľadnený pevným koeficientom 0.4.

Všetky vymenované zjednodušenia v [15] prispievajú k jej optimisticejším odhadom v porovnaní s našimi. V prípade  $t\bar{t}\gamma$  kritérií je pozorovaný účinný prierez v práci [15] asi 4-krát vyšší, pomer medzi účinnými prierezmi rôznych nábojov v každej z prác je veľmi podobný (faktor  $\approx 3$  v prospech  $Q = -4/3$ ).

V prípade  $Wb\gamma$  kritérií je rozdiel v účinných prierezoch oboch prác priepastnejší (faktor  $\sim 10$ ). Práca [15] uvádza rozdiel medzi účinnými prierezmi pri oboch nábojových eventualitách (faktor  $\sim 2$  v prospech  $Q = 2/3$ ), kým naša práca predpovedá takmer rovnaký účinný prierez.

### Neurčitosť výpočtu $W$ pozadia

Pri odhade neurčitosti výpočtu signálnych a pozad'ových procesov, kde sú produkované  $t\bar{t}$  páry, predpokladáme neurčitosť výpočtu účinného prierezu daná renormalizačnou škálou a výberom štruktúrnych funkcií na úrovni 20%  $\sim 30\%$  (vid' 4.1.8.).

Komplikovanejšia je situácia v prípade procesu  $W + jet + \gamma$ , kde okrem spomínaných dvoch neurčitostí vstupuje mechanizmus produkcie dodatočných jetov, ktorý je v programe PYTHIA riešený prostredníctvom gluónových

radiačných korekcií, ktorých nepresnosť v hodnote pozorovaného účinného prierezu sa môže pohybovať v rámci jedného rádu. Z toho dôvodu výpočet tohto pozadia treba brat' len orientačne a je nedostatkom našej analýzy.

Upresnenie by sa mohlo dosiahnuť zakomponovaním maticových elementov mnohojetovej  $W + \gamma$  produkcie na stromovej úrovni, podobne ako pracuje program VECBOS pri výpočte pozadia pri  $t\bar{t}$  produkcií, a ktorý bol použitý pre odhad pozadia na Tevatrónových experimentoch. Pri porovnaní experimentu s programom VECBOS, pričom výsledky simulácie z programu boli ešte implementované do programu HERWIG, ktorý vykonal radiačné korekcie a fragmentáciu, dosiahli pomer medzi experimentom a simuláciami v rozmedzí  $0.5 - 1.7$  [5], v závislosti od použitej renormalizačnej a fragmentačnej škály.

Vývoj podobného programu, ktorý by začleňoval  $W + \gamma + N*jet$  produkciu prostredníctvom maticových elementov na stromovej úrovni by bol značne časovo náročný a preto v rámci tejto práce nebol realizovaný.

Z uvedených výpočtov konštatujeme, že prostredníctvom  $t\bar{t}\gamma$  procesu je možné získať informáciu o náboji top kvarku na detektore ATLAS.

V práci [15] bola vykonaná podobná analýza pre experiment CDF2. Na tomto experimente určenie náboja prostredníctvom radiačných procesov nebude možné. Dôvodom je nízky účinný prierez procesu  $t\bar{t}\gamma$  ( $\sigma_{2/3} = 1.7 \text{ fb}$  a  $\sigma_{-4/3} = 2.4 \text{ fb}$ ), čo pri integrálnej luminozite  $2 \text{ fb}^{-1}$  dáva veľmi nízku štatistiku pozorovaných eventov.



# Kapitola 5

## Nepriame určenie náboja *top* kvarku

V tejto časti poukážeme na možnosť určenia náboja *top* kvarku prostredníctvom merania nábojov rozpadových produktov.

Zo zákona zachovania náboja vyplýva:

$$Q_{top} = Q_{bottom} + Q_W \quad (5.1)$$

Náboj  $W$  bozónu možno určiť z jeho leptónového rozpadu, kde znamienko náboja leptónu zodpovedá znamienku rozpadnutého  $W$  bozónu ( $W^\pm \rightarrow l^\pm \nu$ ) a dá sa určiť zo zakrivenia dráhy v trekovom detektore, umiestnenom v magnetickom poli.

Iná, oveľa t'ažšia je situácia v prípade určenia náboja  $b$  kvarku. V dôsledku javu uväznenia kvarkov náboj nemožno určiť priamym meraním, informácia o ňom sa prenáša prostredníctvom produktov hadronizácie. Pre tieto účely bola zavedená premenná **náboj jetu** definovaná takto [24]:

$$q_{bjet} = \frac{\sum_i q_i |\vec{j} \cdot \vec{p}_i|^\kappa}{\sum_i |\vec{j} \cdot \vec{p}_i|^\kappa} \quad (5.2)$$

kde:  $q_i(\vec{p}_i)$  je náboj (hybnosť) treku prislúchajúcemu danému jetu (častice s hybnosťou nachádzajúcou sa v definovanom kónuse okolo smeru jetu),  $\vec{j}$  je smer rekonštruovaného  $b$ -jetu a  $\kappa$  váhovací exponent<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup>V ďalšej analýze sme položili  $\kappa = 1$

Takto definovaná veličina bola použitá na experimentálne určenie parametrov súvisiacich so zmiešavaním neutrálnych  $B$  mezónov ([7], [24], [36]), pri určení Weibergovho uhla [40], pri meraní predo-zadnej asymetrie [6] či pri určení parametra  $CP$  narušenia [52].

## 5.1 Simulácia náboja $b$ -jetu v $t\bar{t}$ produkcií pri energii $14 \text{ TeV}$

To, či je vôbec možné zistíť typ  $b$  kvarku z náboja jetu sme overili simuláciou častíc vzniknutých z  $b$  kvarku v  $t\bar{t}$  produkcií. Do úvahy sme zobrali častice vzniknuté fragmentáciou  $b$ -kvarku a následným rozpadom nestabilných produktov fragmentácie na nabité čästice, ktoré sú priamo pozorovateľné v dráhových detektoroch. (pióny, kaóny, leptóny, protóny). Na každý systém sme aplikovali vztah 5.2., pričom referenčným vektorom bola hybnosť  $b$  kvarku. Analýza bola uskutočnená pre modely strunovej a nezávislej fragmentácie.

Na obrázku 5.1. vidíme, že stredná hodnota náboja  $b$ -jetu je voči šírke rozdelenia veľmi blízka nule. Ak porovnáme distribučné rozdelenia nábojov oboch typov  $b$ -jetov, na každom vidíme systematický posun v prospech znamienka pôvodného  $b$ -kvarku<sup>2</sup>. Čiže nato, aby sme mohli nájsť typ  $b$ -kvarku, potrebujeme mať niekoľko skúmaných jetov toho istého typu, aby sme mohli dostatočne presne určiť ich strednú hodnotu.

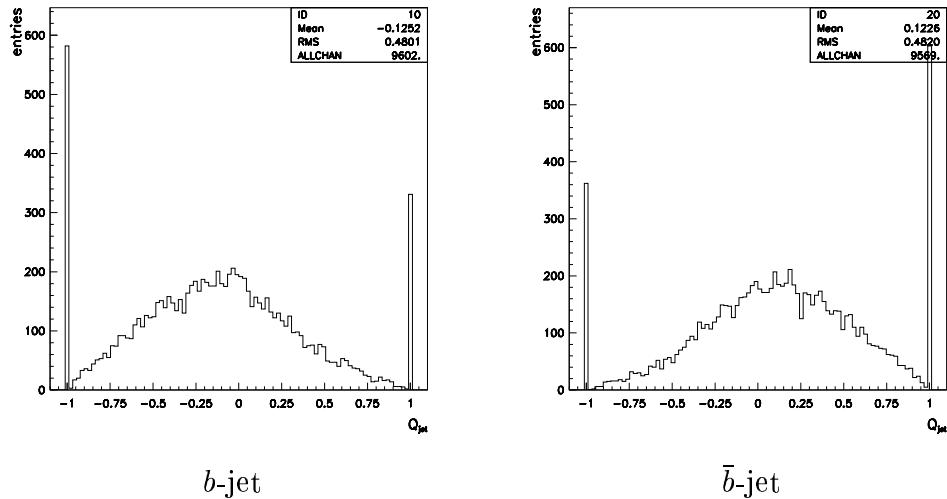
V tabuľke 5.1. sú uvedené stredné hodnoty náboja  $b$ -jetu s odpovedajúcimi neurčitosťami určenia v skúmanej vzorke a smerodajná odchýlka rozdelenia<sup>3</sup>. V rámci chyby určenia strednej hodnoty náboja<sup>4</sup>, oba fragmentačné modely dávajú rovnaké výsledky, čo eliminuje možné systematické vplyvy dané výberom fragmentačnej metódy.

<sup>2</sup>Distribúcie majú v bodoch  $\pm 1$  zväčšený počet eventov. Je to spôsobené skutočnosťou, že ak sa do analýzy berie jedna čästica, náboj jetu môže nadobúdať len tieto dve hodnoty, v prípade viac čästíc, je spojite rozložený na celom intervale.

<sup>3</sup>Smerodajnú odchýlku rozdelenia sme odhadli vztahom:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{n=1}^N (Q_i - \langle Q \rangle)^2}$$

<sup>4</sup>Chybu určenia  $\langle Q \rangle$  sme odhadli výrazom  $\sigma_{\langle Q \rangle} = \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$ .



Obrázok 5.1: Náboj  $b$ -jetu získaný z konečných produktov rozpadu  $b$  kvarku pomocou generátora PYTHIA.

Tabuľka 5.1: Parametre rozdelenia náboja  $b$ -jetu pri použití strunového a nezávislého hadronizačného modelu (generátor PYTHIA, 10k eventov, kužel'  $R = 0.2$ ).

fragmentačná schéma	typ jetu	$\langle Q \rangle \pm \sigma_{\langle Q \rangle}$	$\langle \sigma \rangle$
strunová	$b_{jet}$	$-0.125 \pm 0.005$	0.48
	$\bar{b}_{jet}$	$0.123 \pm 0.005$	0.48
nezávislá	$b_{jet}$	$-0.131 \pm 0.005$	0.48
	$\bar{b}_{jet}$	$0.120 \pm 0.005$	0.48

## 5.2 Rekonštrukcia náboja $b$ -jetu pri $t\bar{t}$ v di-leptónovom móde

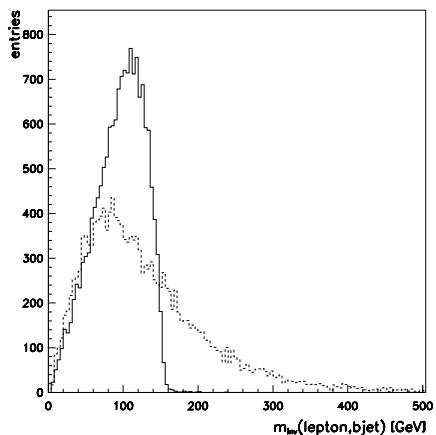
### 5.2.1 Výberové kinematické kritériá

Za účelom eliminácie fyzikálneho a kombinatorického pozadia v eksperimente, využili sme podmienky na detekovaný signál, predbežne navrhnuté pre

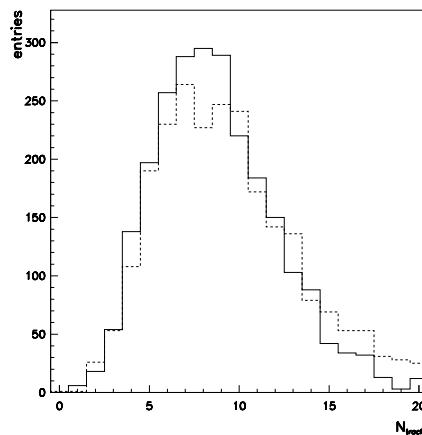
detektor ATLAS [43]:

- Dva opačne nabité izolované leptóny ( $e, \mu$ ) s vysokou priečnou hybnosťou:  $p_t^{(1)} > 35 \text{ GeV}$ ,  $p_t^{(2)} > 25 \text{ GeV}$ , pričom  $|\eta| < 2.5$ .
- Veľká chýbajúca priečna energia:  $E_T^{miss} > 40 \text{ GeV}$ .
- Najmenej dva jety, aspoň jeden označený ako  $b$ -jet:  $p_T > 25 \text{ GeV}$ ,  $|\eta| < 2.5$ .
- Kritérium na  $Z$  bozón (eliminovanie pozadia vznikajúceho pri produkcií  $Z$  bozónu): ak  $e^+e^-$  alebo  $\mu^+\mu^-$ , potom:  $|M^{ll} - M^Z| > 10 \text{ GeV}$ .

### 5.2.2 Asociácia leptónu a $b$ -jetu



Obrázok 5.2: Spektrum invariantnej hmotnosti  $m(l, b\text{-jet})$  pre dvojicu z rovnakého (súvislá čiara)  $top$  kvarku a z rôznych (prerušovaná)  $top$  kvarkov.



Obrázok 5.3: Počet zrekonštruovaných dráh v detektore ATLAS pri nízkej luminozite zväzku (ATL-FAST). Súvislá čiara reprezentuje strunovú a prerušovaná čiara nezávislú fragmentáciu.

K tomu, aby sme odlišili dvojicu  $b$ -jet a leptón z rozpadu toho istého  $top$  kvarku od dvojice, kde častice vznikajú každá z iného  $top$  rozpadu, využijeme

invariantnú hmotnosť páru  $l$ - $b$ -jet. Ak pár pochádza z toho istého rozpadu, jeho invariantná hmotnosť nie je väčšia ako pokojová hmotnosť top kvarku:

$$\begin{aligned} m_{t \rightarrow W b \gamma}^2 &= m_{W b \gamma}^2 = [(E_l + E_b) + E_\nu]^2 - [(\vec{p}_l + \vec{p}_b) + \vec{p}_\nu]^2 \\ &= [(E_l + E_b)^2 - (\vec{p}_l + \vec{p}_b)^2] + 2[(E_l + E_b) \cdot E_\nu - (\vec{p}_l + \vec{p}_b) \cdot \vec{p}_\nu] \\ &\geq m_{lb}^2. \end{aligned} \quad (5.3)$$

V opačnom prípade, ak častice nemajú rovnaký pôvod, ich invariantná hmotnosť nie je vyššie uvedenou podmienkou ohraničená.

Na základe kritériá invariantnej hmotnosti systému leptón-jet, navrhli sme pre dileptónový mód kritériá, ktoré sú uvedené v tabuľke 5.2. Pre väčší prehľad, sme invariantnú hmotnosť  $i$ -teho leptónu a  $j$ -teho  $b$ -jetu označili takto:

$$m_{ij} \equiv m_{inv}(l_i, b_j) \quad (5.4)$$

Princíp asociovania je nasledovný. Máme dve základné situácie. Bud' zrekonštruujeme oba  $b$ -jety alebo len jeden.

V prípade jedného  $b$ -jetu porovnáme jeho invariantné hmotnosti s prvým a druhým leptónom. Ak jedna z nich je menšia ako kritická a druhá väčšia, môžeme na základe kritéria 5.4. predpokladat', že dvojica s menšou hmotnosťou pochádza z jedného top rozpadu (č.1 Tab.5.2.). Ak by obe hmotnosti boli menšie resp. väčšie ako kritická hmotnosť, podľa nášho kritéria nevieme nájst' správnu dvojicu a takýto event zahadzujeme (č.2-3).

Ak detektor označí oba  $b$ -jety, črtá sa možnosť viaceru kombinácií (v tabuľke 5.2.):

Prvá vhodná kombinácia je označená číslom 1 zodpovedá napríklad situáciu, keď  $\{ m_{11} < m_{cr}, m_{21} > m_{cr}, m_{12} > m_{cr} \text{ a } m_{22} < m_{cr} \}$ . V tomto prípade možno na základe prvých dvoch nerovností priradiť leptónu č.1  $b$ -jet č.1 a naviac je nezávisle splnená podmienka aj pre druhú dvojicu.

Ďalšia kombinácia (č.2. Tab.5.2.), ktorá prichádza do úvahy je daná systémom nerovností  $\{ m_{11} < m_{cr}, m_{21} > m_{cr}, m_{12} < m_{cr} \text{ a } m_{22} < m_{cr} \}$ . Tu je vhodnou dvojicou 11, druhá dvojica nevyplýva priamo z posledných dvoch nerovností, avšak kritérium na invariantnú hmotnosť a výber 11 nám dovoľuje priradiť 22.

Tretia kombinácia (č.3. Tab.5.2.) predstavuje prípad, keď  $\{ m_{11} < m_{cr}, m_{21} > m_{cr}, m_{12} > m_{cr} \text{ a } m_{22} > m_{cr} \}$ , z nej vyplýva možnosť priradenia 11, nie však 22 (zakázaná kritériom na invariantnú hmotnosť). Táto situácia môže nastat ak častica z druhej dvojice je pozadová alebo pri horšom rozlíšení detektora.

Prípad  $\{ m_{11} < m_{cr}, m_{21} > m_{cr}, m_{12} < m_{cr} \text{ a } m_{22} > m_{cr} \}$  (č.4. Tab.) neuvažujeme, lebo z neho nedokážeme povedať nič a event zahadzujeme.

Poslednou je možnosť keď všetky hmotnosti sú menšie (väčšie) ako  $m_{cr}$  (č.5. a č.6.), vtedy takisto nevieme nič povedať a event zahadzujeme.

Tabuľka 5.2: Navrhnuté kombinácie kritérií pre asociáciu leptónu s  $b$ -jetom pre dileptónový mód.

dva $b$ -jety			jeden $b$ -jet		
č.	kombinácia	pár	č.	kombinácia	pár
1.	$(m_{ik} < m_{cr}) \wedge (m_{jk} > m_{cr}) \wedge (m_{il} > m_{cr}) \wedge (m_{jl} < m_{cr})$	$l_i b_k$ $l_j b_l$	1.	$(m_{i1} > m_{cr}) \wedge (m_{j1} < m_{cr})$	$l_i b_1$
	$(m_{ik} < m_{cr}) \wedge (m_{jk} > m_{cr}) \wedge (m_{jl} > m_{cr}) \wedge (m_{il} > m_{cr})$	$l_i b_k$	2.	$(m_{i1} > m_{cr}) \wedge (m_{j1} > m_{cr})$	zlé
3.	$(m_{ik} < m_{cr}) \wedge (m_{jk} > m_{cr}) \wedge (m_{il} < m_{cr}) \wedge (m_{jl} < m_{cr})$	$l_i b_k$ $l_j b_l$	3.	$(m_{i1} < m_{cr}) \wedge (m_{j1} < m_{cr})$	eventy
	$(m_{ik} > m_{cr}) \wedge (m_{il} < m_{cr}) \wedge (m_{jk} > m_{cr}) \wedge (m_{jl} < m_{cr})$	zly event			
4.	$(m_{ik} > m_{cr}) \wedge (m_{il} > m_{cr}) \wedge (m_{jk} > m_{cr}) \wedge (m_{jl} > m_{cr})$	zly event			
5.	$(m_{ik} < m_{cr}) \wedge (m_{il} > m_{cr}) \wedge (m_{jk} > m_{cr}) \wedge (m_{jl} > m_{cr})$	zly event			
6.	$(m_{ik} < m_{cr}) \wedge (m_{il} < m_{cr}) \wedge (m_{jk} < m_{cr}) \wedge (m_{jl} < m_{cr})$	zly event			

## 5.3 Rekonštrukcia v semileptónovom móde

### 5.3.1 Kinematické kritériá

Na redukciu pozadia pri  $t\bar{t}$  produkcií v semileptónovom móde (uvažované pozadové procesy:  $W + \text{jety}$ ;  $Z + \text{jety}$ ;  $WW$ ;  $WZ$ ;  $ZZ$ ) sme použili "štandardné" výberové kritériá pre ATLAS [32]:

Tabuľka 5.3: Štatistika semileptónových a dileptónových eventov.

Počet $t\bar{t}$ eventov	480000	
	semileptónové	dileptónové
počet rozpadnutých	161 200	22 240
kinematické kritériá	7 360	15 500
$m_{inv}$ kritérium	2 375	3 694
$N_{trekov} \geq 1$		
$b_{jet}$	1 200	1 210
$\bar{b}_{jet}$	1 190	1 210

- 1 izolovaný leptón ( $e, \mu$ ) s veľkou  $p_T$ :  $p_T^{(1)} > 20 \text{ GeV}$  a  $|\eta| < 2.5$ .
- Chýbajúca priečna energia  $E_T^{miss} > 20 \text{ GeV}$ .
- Dva  $b$ -jety s  $p_T > 40 \text{ GeV}$  a  $|\eta| < 2.5$ .
- Celkovo najmenej 4 jety s  $p_T > 40 \text{ GeV}$  a  $|\eta| < 2.5$ .

Ich použitím dosiahneme pomer signál pozadie na úrovni  $\approx 65$  [32].

### 5.3.2 Asociácia $b$ -jetu a leptónu

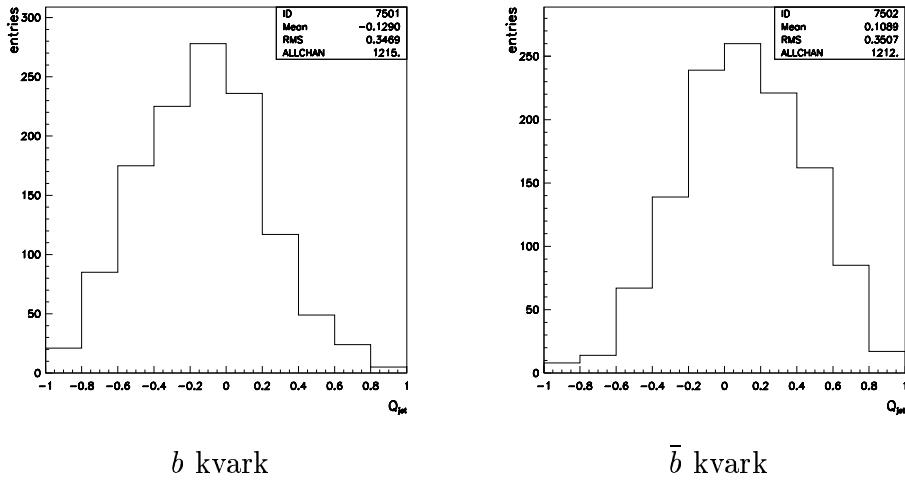
Analogicky ako v dileptónovom móde použijeme kritérium invariantnej hmotnosti ( $m_{cr} = 160 \text{ GeV}$ ):

$$(m_i < m_{cr}) \wedge (m_j > m_{cr}) \Rightarrow lb_i \quad (5.5)$$

Ked' obe invariantné hmotnosti sú menšie ako  $m_{cr}$ , nedokážeme asociovať častice resp. pri oboch hmotnostiach väčších ako  $m_{cr}$  event je nevyhovujúci.

## 5.4 Štatistika rekonštruovaných eventov

V tabuľke 5.3. je uvedená štatistika rekonštruovaných eventov po aplikácii jednotlivých krokov analýzy. Množstvo analyzovaných eventov (480.000),



Obrázok 5.4: Rozdelenie rekonštruovaného náboja  $b$ -jetov. Kvôli vašej štatistiké sú spočítané eventy z oboch fragmentačných modelov.

predstavuje asi desatinu predpokladanej ročnej produkcie na  $LHC$  pri nízkej luminozite. Najväčší pokles zaznamenávame pri rekonštrukcii trekov v kónuse  $b$ -jetu ( $\Delta R_{b\text{-jet},\text{treky}} < 0.4$ ), veľkosť kónusu súhlasí s hodnotou akceptovanou pre jety experimentu ATLAS).

## 5.5 Rekonštruovaný náboj $b$ ( $\bar{b}$ )-jetu

V tabuľke 5.4. sú uvedené rekonštruované náboje  $b$ -jetov pre oba fragmentačné modely, do výslednej štatistiky sme zahrnuli semileptónový aj dileptónový kanál. Určili sme strednú hodnotu náboja, strednú kvadratickú odchýlku distribúcie náboja, z ktorej sme vypočítali neurčitosť strednej hodnoty určenej v našej vzorke a prepočítali ju na neurčitosť strednej hodnoty pri ročnej produkcií na  $LHC$ .

Ak zavedieme parameter  $\alpha$  charakterizujúci ako mieru rozlíšenia  $b$  a  $\bar{b}$  jetu takto:

$$\alpha \equiv \frac{\langle Q(b) \rangle - \langle Q(\bar{b}) \rangle}{\sigma_{\langle Q \rangle}} \quad (5.6)$$

kde čitatel' je rozdiel stredných hodnôt distribúcií oboch nábojov, menovateľ'

Tabuľka 5.4: Zrekonštruovaný náboj  $b$ -jetu pri oboch spôsoboch hadronizácie (*ATLFAST*,  $500k$  eventov, kónus  $R = 0.4$ ).

schéma hadronizácie	typ jetu	$\langle Q \rangle \pm \sigma_{\langle Q \rangle}$ (rekonštr. dát)	$\langle \sigma \rangle$	$\sigma_{\langle Q \rangle}$ ( $10^{-1} fb \approx 5M events$ )
strunová	$b_{jet}$	$-0.109 \pm 0.007$	0.35	0.002 2
	$\bar{b}_{jet}$	$0.112 \pm 0.007$	0.35	0.002 2
nezávislá	$b_{jet}$	$-0.113 \pm 0.0077$	0.36	0.002 6
	$\bar{b}_{jet}$	$0.117 \pm 0.0078$	0.35	0.002 6

je neurčitosť určenia strednej hodnoty, parameter  $\alpha$  zodpovedá vzdialenosť stredných nábojov vyjadrených v násobkoch neurčitosti ich určenia.

Ak za rozlíšiteľné budeme považovať distribúcie charakterizované parámetrom  $\alpha \geq 5$ , výsledky simulácie ukazujú (viď Tab.5.4.):

- Na ročnej vzorke dosiahneme  $\alpha \equiv 100$ , t.j. uvedenou metódou dokážeme s vysokou presnosťou nájsť strednú hodnotu náboja separovaných  $b$  a  $\bar{b}$  jetu a tým odlišiť ich od seba už na zlomku ročnej produkcie.
- K identifikácii typu jetu budeme potrebovať  $n \approx \left( \alpha \frac{\sigma_{\langle Q \rangle}}{\langle Q(b) \rangle - \langle Q(\bar{b}) \rangle} \right)^2 \approx 2\alpha^2 \approx 50$  eventov z každej distribúcie. Tento odhad dáva veľmi príaznivé predpovede pre určenie typu  $b$ -jetu nielen na LHC, ale už na běžiacom experimente CDF, kde predpokladaná ročná produkcia je  $20000$  top kvarkov pri luminozite  $1 fb^{-1}$  [19].

Ak uvážime znamienko leptónu, pri asociácii  $(l^+, b)$  a  $(l^-, \bar{b})$  naša analýza potvrdzuje rozpad  $t \rightarrow W^+ b$  a  $\bar{t} \rightarrow W^- \bar{b}$ , čo sa prikláňa k hypotéze *SM top* kvarku s nábojom  $Q = 2/3$ . V prípade  $(l^-, b)$  a  $(l^+, \bar{b})$  implikujeme rozpad  $t \rightarrow W^- b$  a  $\bar{t} \rightarrow W^+ \bar{b}$  a teda v prospech top kvarku s nábojom  $Q = -4/3$ .



# Záver

Predložená dizertačná práca sa zaoberá štúdiom možnosti určenia náboja *top* kvarku v experimente ATLAS. V práci boli analyzované dva spôsoby určenia náboja *top* kvarku pre dve nábojové alternatívy ( $Q = 2/3$  a  $Q = -4/3$ ):

- 1 Spôsob založený na meraní účinného prierezu radiačnej produkcie a rozpadu *top* kvarku.
- 2 Prostredníctvom rekonštrukcie nábojov jeho rozpadových produktov.

Ciele dizertačnej práce, uvedené v kapitole č.3., boli podľa môjho názoru splnené.

Spomínanou problematikou som sa zaoberal spolu s mojím školiteľom. Rozpracovanie postupov riešenia uvedených úloh možno chápat' ako spoločnú prácu, konkrétna realizácia problému pomocou výpočtovej techniky bola mojou doménou.

V rámci prvého cieľa práce - určenie náboja prostredníctvom merania účinného prierezu radiačných procesov (kapitola č.4.) som na základe využitia poruchovej QED a QCD a partónového modelu odvodil vzťahy na výpočet účinných prierezov a algoritmus na generovanie spektier podľa príslušných diferenciálnych účinných prierezov týchto radiačných procesov:  $pp \rightarrow t\bar{t}\gamma$ ,  $t \rightarrow Wb\gamma$ ,  $W \rightarrow q\bar{q}\gamma$ ,  $W \rightarrow l\nu\gamma$ ,  $qg \rightarrow Wq\gamma$  a  $q\bar{q} \rightarrow Wg\gamma$ .

Maticové elementy procesov  $t \rightarrow Wb\gamma$ ,  $W \rightarrow q\bar{q}\gamma$  a  $W \rightarrow l\nu\gamma$  som vypočítal exaktne, ostatné procesy mali účinný prierez vypočítaný numericky pomocou programu MADGRAPH.

Uvedené procesy som implementoval do programu PYTHIA, pomocou ktorého bola simulovaná hadronizácia kvarkov a gluónov, rozpad nestabilných častíc na čästice pozorované detektorom, radiačné QCD korekcie základných

procesov a mnohonásobná interakcia zväzku primárnych častíc. Na základe aplikácie týchto fyzikálnych mechanizmov bola nasimulované spektrum časťí produkovaných v interakcii zväzku primárnych častíc.

Takto získané eventy signálnych a pozad'ových radiačných procesov som implementoval do programu ATLFAST, ktorý simuluje odozvu detektora ATLAS po dopade častíc produkovaných v interakcii.

Po získaní simulovanej odozvy detektora na skúmané fyzikálne procesy som sa zaoberal možnosťou ich rekonštrukcie. Na základe výberových kritérií navrhnutých v práci [15], čiastočne modifikovaných pre naše potreby, som ohodnotil možnosti pozorovania týchto procesov na detektore ATLAS.

Z analýzy ročnej produkcie urýchľovača bolo ukázané, že:

- 1 Oba radiačné procesy, t.j.  $pp \rightarrow t\bar{t}\gamma$  majú pri oboch skúmaných nábojových alternatívach pozorovateľný účinný prierez.
- 2 Proces  $t\bar{t}\gamma$  je oddeliteľný od pozadia, t.j. možno eliminovať pozadie do takej miery, že je pozorovateľný rozdiel v signále medzi skúmanými nábojmi.
- 3 Proces  $t \rightarrow Wb\gamma$  spolu s pozadím dáva pri oboch nábojoch podobný signál, čo znamená, že je nepoužiteľný.

Treba poznamenať, že príspevok od pozad'ového procesu  $W + \gamma + jet$  bol ohodnotený tak, že ako základ sa použil maticový element procesov typu  $W + \gamma + 1jet$  a na produkciu ďalších jetov bol použitý prístup cez gluónové radiačné korekcie v rámci generátora PYTHIA. Jeho spresnenie by bolo možné dosiahnuť výpočtom maticových elementov procesov produkcie  $W$  bozónu s viacerými jetmi (analógia programu VECBOS pri výpočte  $t\bar{t}$  pozadia).

Druhý spôsob merania náboja je prostredníctvom rozpadových produktov procesu  $t \rightarrow Wb$  (kapitola č.5.). Hlavným problémom je nemožnosť merat' náboj  $b$  kvarku priamo kvôli efektu uväznenosti, ale len z rozpadových produktov v jete. Na oddelenie  $b$  a  $\bar{b}$  jetu sme využili premennú  $Q_{jet}$ , označovanú ako náboj b-jetu zavedenú z experimentov na LEP urýchľovačoch.

V tejto časti práce som nasimuloval proces  $pp \rightarrow t\bar{t}$  v programe PYTHIA a odozvu detektora pomocou programu ATLFEST. Potom sme spolu so školiteľom navrhli rekonštrukčný algoritmus, pomocou ktorého by bolo možné asociovať rozpadové produkty *top* kvarku.

Vzorku nasimulovaných eventov som spracoval v dileptónovom rozpadovom móde. Analýze vzorky v semileptónovom móde sa venovala študentka Monika Jurčovičová.

Na základe dosiahnutých výsledkov sme dospeli k nasledovným záverom:

- 1 Na základe invariantnej hmotnosti páru leptón-*b*-jet dokážeme asociovať *b*-jet s leptónom daného znamienka. Z rozdelenia náboja *b*-jetov asociovaných s daným typom leptónu, sme schopní rozlíšiť ktorý *b*-jet pochádza z *b*-kvarku, a ktorý z jeho antičastice  $\bar{b}$ . Nakoniec z náboja *b* kvarku a znamienka leptónu určíme náboj *top* kvarku.
- 2 Už zlomok ročnej produkcie urýchľovača LHC dáva dostatočnú štatistiku na určenie náboja *top* kvarku.
- 3 Možnosť určenia náboja týmto spôsobom sa javí sl'ubnou už v experimentoch CDF a D0 na Tevatróne.

Nedostatkom druhej analýzy je fakt, že program PYTHIA, ktorý generuje fyzikálny proces, neobsahuje možnosť simulovania pozadia od difrakčných rozptylov hadrónov<sup>5</sup>. Tieto procesy budú prispievať do signálu potrebného na rekonštrukciu trekov častíc, potrebných pre určenie premennej  $Q_{jet}$ .

---

<sup>5</sup>Sú to procesy, pri ktorých sa nepružnou zrážkou excitujú hadróny vo zväzku. Ich deexcitáciou sa produkujú ľahké hadróny.



# Literatúra

- [1] F. Abe *et al.* [CDF Collaboration], Phys. Rev. Lett. **80** (1998) 2779
- [2] F. Abe *et al.* [CDF Collaboration], Phys. Rev. D **50** (1994) 2966.
- [3] B. Abbot et. al., Fermilab-Pub-98/031-E
- [4] T. Affolder *et al.* [CDF Collaboration], Phys. Rev. D **63** (2001) 032003
- [5] T. Affolder *et al.* [CDF Collaboration], Phys. Rev. D **63** (2001) 072003.
- [6] Aleph coll., Physics Letters B 426 (1998), 217-230.
- [7] Aleph coll., Physics Letters B 356 (1995), 409-422.
- [8] G. Altarelli and G. Parisi, Nucl. Phys. B126 (1977) 298.
- [9] B. Andersson, G. Gustafson, M. Ringner and P. J. Sutton, Eur. Phys. J. C **7** (1999) 251
- [10] B. Andersson, S. Mohanty and F. Soderberg, hep-ph/0212122.
- [11] B. Andersson, S. Mohanty and F. Soderberg, Eur. Phys. J. C **21** (2001) 631.
- [12] B. Andersson, G. Gustafson and B. Soderberg, Nucl. Phys. B **264** (1986) 29.
- [13] ATLAS Coll., *Atlas Detector and Physics Performance:Technical design Report 1*, CERN-LHCC-99-014 (ATLAS-TDR-14).
- [14] ATLAS Coll., *Atlas Detector and Physics Performance:Technical design Report 2*, CERN-LHCC-99-015 (ATLAS-TDR-15).

- [15] U. Baur, M. Buice and L. H. Orr, Phys. Rev. D **64** (2001) 094019.
- [16] P. C. Bhat, H. Prosper and S. S. Snyder, Int. J. Mod. Phys. A **13** (1998) 5113
- [17] L. Berger, T. Tait, hep-ph/0002305.
- [18] F. A. Berends, H. Kuijf, B. Tausk and W. T. Giele, Nucl. Phys. B **357** (1991) 32.
- [19] R. Blair *et al.* [CDF-II Collaboration], FERMILAB-PUB-96-390-E
- [20] A. Brandenburg, Phys. Lett. B **388** (1996) 626 [hep-ph/9603333].
- [21] D. Chang, W. F. Chang and E. Ma, Phys. Rev. D **59** (1999) 091503
- [22] D. Chang, W. F. Chang and E. Ma, Phys. Rev. D **61** (2000) 037301
- [23] A. Pukhov *et al.*, hep-ph/9908288.
- [24] Delphi coll., CERN-PPE/93-220.
- [25] L. Demortier, R. Hall, R. Hughes, B. Klíma, R. Roser and M. Strovink [The Top Averaging Group Collaboration], FERMILAB-TM-2084
- [26] A. Denner and T. Sack, Z. Phys. C **46** (1990) 653.
- [27] A. Denner and T. Sack, Nucl. Phys. B **358** (1991) 46.
- [28] S. Dittmaier, HEP-PH/99044440
- [29] M. J. Duncan and M. H. Reno, Phys. Rev. D **56** (1997) 3129
- [30] R. D. Field and R. P. Feynman, Nucl. Phys. B **136** (1978) 1.
- [31] D. E. Groom *et al.* [Particle Data Group Collaboration], Eur. Phys. J. C **15** (2000) 1.
- [32] P. Grenier, ATL-PHYS-99-026 (2000).
- [33] K. Hagiwara *et al.* [Particle Data Group Collaboration], Phys. Rev. D **66** (2002) 010001.

- [34] F. Halzen and A. D. Martin, *Quarks And Leptons: An Introductory Course In Modern Particle Physics*, New York, Wiley ( 1984) 396p, 188.-225.
- [35] G. Chiarelli, Int. J. Mod. Phys. A **13** (1998) 2883.
- [36] D.J. Jackson, Nuclear Physics B 55A (1997), 203-207.
- [37] D. I. Kazakov, hep-ph/0012288.
- [38] E. Laenen, J. Smith and W. L. van Neerven, Phys. Lett. B **321** (1994) 254
- [39] B. Lampe, hep-ph/9512276.
- [40] L3 coll., Physics Letters B 439 (1998), 225-236.
- [41] C. Macesanu and L. H. Orr, Phys. Rev. D **65** (2002) 014004 [hep-ph/0012177].
- [42] G. Mahlon and S. Parke, Phys. Lett. B **411** (1997) 173 [hep-ph/9706304].
- [43] M. Mangano, Yellow report, CERN-2000-004 (1999), Top Quark Physics section, p.445.
- [44] M. Mangano, Yellow report, CERN-2000-004 (1999), QCD section, p.445.
- [45] A. Menzione, FERMILAB-CONF-95-340-E
- [46] M.E. Peskin, D.V. Schroeder, *An Introduction to Quantum Field Theory*, Addison-Wesley (1995) 842p, 77.-130.
- [47] H. Plothow-Besch, Comput. Phys. Commun. **75** (1993) 396 [CERN-ETT/TT (2000)].
- [48] J. Pumplin, Phys. Rev. D **55** (1997) 173 [hep-ph/9606236].
- [49] C. Quigg, hep-ph/9802320.
- [50] Ch. Quigg, Phys. Today **50N5** (1997) 20

- [51] D.P. Roy, talks given at ' The Seminar on Recent Advances in Theoretical Physics', Hyderabad, April 1995.
- [52] K.V.L. Sarma, Physics Letters B 421 (1998), 289-294.
- [53] T. Sjosrand, CERN-TH.7112/93.
- [54] T. Sjostrand, L. Lonnblad and S. Mrenna, arXiv:hep-ph/0108264.
- [55] T. Stelzer and W. F. Long, Nucl. Phys. Proc. Suppl. **37B** (1994) 158.
- [56] R. S. Thorne, hep-ph/0211113.
- [57] J. A. Vermaseren, KEK-TH-326.
- [58] E. Richter-Was, ATL-COM-PHYS-98-011.
- [59] Z. Was, CERN-TH-7154/94.
- [60] S. Weinzierl, hep-ph/0006269.
- [61] S. Willenbrock, Rev. Mod. Phys. **72** (2000) 1141
- [62] S. Willenbrock, hep-ph/0103033.

# Summary

This dissertation is dedicated to the *top* quark physics. In the theoretical part we introduce some major aspects of this area of the particle physics. We show some recent results obtained by the Tevatron experiments (CDF, D0), where the top quark was discovered for the first time and we describe the capabilities of the future experiments, interested in the top quark physics (upgraded Tevatron collider and detectors CDF, D0 and LHC experiments ATLAS,CMS).

The main task of these experiments is to perform more precise measurements of top mass, which has been determined with uncertainty of  $\sim 5\text{ GeV}$  due to low statistics of the produced top quarks in recent experiments. The precise top quark mass determination with the goal at the level of  $\sim 1\text{ GeV}$  will be very useful for determination of the possible Higgs boson mass range. Very important is the measurement of the CKM matrix coefficients corresponding to the top quark electroweak branching ratios of the SM decay ( $t \rightarrow Wb$ ,  $t \rightarrow Bs$  or  $t \rightarrow Wd$ ). The values of the coefficients can tell us whether there are only three generations of quark doublets, or whether there are more of them.

It is supposed that with an improved experimental power due to increased luminosity and energy of the accelerators and more sensitive detectors, new interactions will be seen connected with top quark, particularly the single top production. In this process the top quark is produced by the electroweak coupling of the bottom (strange, down) quark.

Another interesting field, which will enable testing of the SM are: top spin measurement, charge measurement or search for new phenomena, in particular the predictions given by Minimal Supersymmetry Standard Model.

One of the basic top quark properties - the top charge has not been determined by any experiment. In spite of generally accepted value  $Q = 2/3$ , which is expected by the SM, there is a necessity to constrain it directly from experiment. This dissertation is dedicated to an analysis of the top quark charge measurement on the ATLAS detector at LHC. We focused on two of the possible charges:  $Q = 2/3$  (the SM quark) and  $Q = -4/3$ . The second value was proposed as an alternative for explaining the experimental data from  $Z$  boson decay by the theory [21]. For this purpose we performed the computer analysis of the ATLAS detector capability to determine the top charge by two possible approaches.

The first method is measurement of the cross sections of two processes - radiative top production ( $pp \rightarrow t\bar{t}\gamma$ ) and radiative top decay ( $t \rightarrow Wb\gamma$ ). At the first look, their cross sections are sensitive to the top quark charge. Including the assumed irreducible physical background and the ATLAS detector aspects, we showed that in case of radioactive top production, the ratio between the cross sections of both top quark charges is  $R(\frac{-4/3}{2/3}) \approx 2$ . It gives a favourable prediction for the top charge reconstruction in the ATLAS experiment. Unfortunately, in case of radiative top decay, the charge sensitivity is suppressed by background processes and the process cannot be used for the top charge determination.

The second method is based on measurement of the top decay products charge. Top quark decays predominantly by the channel  $t \rightarrow Wb$ . Measurement of the  $W$  boson charge is based on its leptonic decay ( $W^\pm \rightarrow l^\pm \nu$ ), where the charge of produced lepton is the same as the one of the mother particle. The charge of the lepton can be obtained from the curvature of its trajectory in the magnetic field of the detector.

In case of the bottom quark charge determination, the situation is more difficult. Due to the quark confinement we can see particles only after the hadronisation to jet of hadrons. Here we suppose that the charge correlation between the bottom quark and the hadrons is partly conserved. To find it, we used a parameter called the *jet charge* defined in electroweak experiments, where it was successfully used and the charge correlation was found. We showed that in ATLAS, there was a possibility to find a correlation between lepton and bottom quark and from their charges we were able to find either

$(l^+ b)$  correlation corresponding to the SM top quark charge or  $(l^+ \bar{b})$  correlation preferring the top quark with charge  $Q = -4/3$ . The analysis showed that it would be possible to find the charge in the Tevatron experiments by this way too. These experiments are working already, with six years time advance compare to the ATLAS experiment.

As a tool for the analysis we used the program PYTHIA, which performs the simulation of the physical processes and the program ATLAFAST for simulation of the ATLAS detector response. The description of these programs and Monte Carlo tools is given at the beginning of the thesis.

## Pod'akovanie

Rád by som sa pod'akoval svojmu školiteľovi doc. Stanislavovi Tokárovi, CSc. za vedenie dizertačnej práce, za diskusie a rady pri riešení navrhnutých úloh, za poznámky a pripomienky pri vyhotovení jej konečnej podoby.

Ďalej moja vd'aka patrí členom Katedry Jadrovej Fyziky, prof. Jozefovi Masarikovi, DrSc. a doc. Karolovi Hollému, CSc. za poskytnutie možnosti dokončenia práce ako zamestnancovi Katedry Jadrovej Fyziky.

V neposlednom rade patrí moja vd'aka mojim rodičom za morálnu a finančnú podporu počas postgraduálneho štúdia a priateľke Ivane za podporu a trpezlivosť.



### **III Dodatky**



# Dodatok A

## Kinematické premenné

Pre časticu s hmotnosťou  $m$  a štvorhybnosťou  $\mathbf{p} = (E, p_x, p_y, p_z)$ , ktorej os  $z$  stotožníme s uhlom  $\vartheta = 0$  a os  $x$  s uhlom  $\varphi = 0$  v pravotočivej súradnicovej sústave, sa vo fyzike vysokých energí používajú tieto premenné:

Priečna hybnosť[31]

$$p_T \equiv \sqrt{p_x^2 + p_y^2} \quad (\text{A.1})$$

Priečna hmotnosť[31]

$$m_T \equiv \sqrt{m^2 + p_x^2 + p_y^2} \quad (\text{A.2})$$

Priečna energia[58]

$$E_T \equiv E \cdot \cos \vartheta \quad (\text{A.3})$$

Rapidita[31]

$$y \equiv \frac{1}{2} \ln \left( \frac{E + p_z}{E - p_z} \right) \quad (\text{A.4})$$

Pseudorapidita[31]

$$\eta \equiv -\ln(\tan \frac{\vartheta}{2}), \quad (\text{A.5})$$

ak  $m = 0 \rightarrow y = \eta$ .

Invariantná hmotnosť n-častíc

$$m_{inv}^2 \equiv (E_1 + \dots + E_n)^2 - (\vec{p}_1 + \dots + \vec{p}_n)^2 \quad (\text{A.6})$$

Kónus v  $\eta - \phi$  rovine [58]

$$\Delta R \equiv \sqrt{\Delta\eta^2 + \Delta\varphi^2}, \quad (\text{A.7})$$

kde  $\Delta\phi = \min\{|\phi_1 - \phi_2|, 2\pi - |\phi_1 - \phi_2|\}$ .

## Dodatok B

### Určenie fázového priestoru pre proces $t\bar{t}\gamma$

Účinný prierez procesu  $pp \rightarrow t\bar{t}\gamma$  bol vyjadrený v parametrizácii (kapitola 4.1.) ( $m_{tt}, p_T, y_\gamma, y_{tt}$ ). Pre fázový priestor týchto premenných platí:

#### Premenná $M_{tt}$ :

Jej minimum je dané hmotnosťou  $2m_t$  (aby mohli  $t$  kvarky vôbec vzniknúť), maximálna hodnota je určená z maximálnej energie vstupných partónov. Ak  $p_1 = E(x_1, 0, 0, x_1)$  a  $p_2 = E(x_2, 0, 0, -x_2)$ . Premenné  $x_1$  ( $x_2$ ) sú v partónovom modeli v rozsahu  $(0, 1)$ , avšak požiadavka vzniku dvoch top kvarkov redukuje štvorcovú oblasť. Energia v CMS sústave partónov je:

$$E_{CMS} = 2Ex_1x_2 \quad (\text{B.1})$$

Pri vzniku dvoch  $t$  kvarkov sú premenné  $x_1$  a  $x_2$  zdola ohraničené podmienkou:

$$2m_t \leq E_{CMS} = 2Ex_1x_2. \quad (\text{B.2})$$

Táto podmienka dáva dolné ohraničenie premenných  $x_1$  a  $x_2$ .

Energia dosahuje maximum pri  $x_1 = x_2 = 1$ , t.j. produkty sú v pokoji aj v laboratórnej sústave a ak položíme fotón s nulovou energiou, je táto energia totožná s maximálnou hodnotou  $M_{tt}$ . Čiže:

$$M_{tt} \in (2m_t; 2E) \quad (\text{B.3})$$

Parameter  $2E$  sa zvykne označovať aj  $\sqrt{s}$ , kde  $s = (E + E)^2$ .

### Premenná $y_\gamma$

Pri ľubovoľnom  $M_{tt}$  môže vzniknúť fotón s nulovou energiou emitovaný do všetkých smerov, preto:

$$y_\gamma \in (-\infty; \infty) \quad (\text{B.4})$$

### Premenná $p_T$

Priečnu hybnosť fotónu možno vyjadriť cez súradnice, ktorých definičný obor už poznáme:

$$p_T = \frac{sx_1x_2 - m^2}{\sqrt{s}(x_1 \exp -y_\gamma + x_2 \exp y_\gamma)} \quad (\text{B.5})$$

Hranice intervalu  $p_T$  budú určené ako maximum (minimum) funkcie  $p_T$  v premenných  $x_1$  ( $x_2$ ) pri daných parametroch  $m_{tt}$  a  $y_\gamma$ .

Ked'že derivácie  $dp_T/dx_1$  a  $dp_T/dx_2$  sú na daných intervaloch  $x_1$  a  $x_2$  nenulové, nemá funkcia  $p_T$  lokálne extrémy, t.j. treba hľadať maximum na hraniciach premenných  $x_1$ ,  $x_2$ . Funkcia  $p_T$  dosahuje:

minimum: na krvke  $sx_1x_2 = m_{tt}^2$  ;  $p_T = 0$

maximum: v bode  $x_1 = x_2 = 1$  ;  $p_T = \frac{s-m_{tt}^2}{\sqrt{s}(\exp -y_\gamma + \exp y_\gamma)}$

$$p_T \in (0; \frac{s - m_{tt}^2}{\sqrt{s}(\exp -y_\gamma + \exp y_\gamma)}) \quad (\text{B.6})$$

### Premenná $y_{tt}$

Takisto túto premennú vyjadríme cez predchádzajúce:

$$\sinh y_4 = \frac{\sqrt{s}}{2p_T}(x_1 - x_2) - \sinh y_\gamma \quad (\text{B.7})$$

postupujeme rovnako ako v predchádzajúcom prípade; funkcia dosahuje:

minimum: v bode  $x_1 = m_{tt}/\sqrt{s}$  ,  $x_2 = 1$

maximum: v bode  $x_2 = m_{tt}/\sqrt{s}$  ,  $x_1 = 1$

Interval pre  $y_{tt}$ :

$$\sinh y_{tt} \in \left( \frac{-\sqrt{s}}{2p_{t\gamma}} \left( 1 - \frac{m}{\sqrt{s}} \right) - \sinh y_\gamma, \frac{+\sqrt{s}}{2p_{t\gamma}} \left( 1 - \frac{m}{\sqrt{s}} \right) - \sinh y_\gamma \right) \quad (\text{B.8})$$

Ako spätná kontrola generovania vektora  $(m_{tt}, p_T, y_\gamma, y_{tt})$  slúži kontrolný výpočet premenných  $x_1$  a  $x_2$  (vzťah 4.18.). Ak nie je splnená podmienka B.2., alebo ak jedna z hodnôt presiahne hodnotu 1, nachádzame sa v nedovolenej časti fázového priestoru a tieto eventy treba ošetriť (vyhodit' alebo funkciu v nich položiť rovnú nule).



# Dodatok C

## Parametrizácia fázového priestoru procesu $pp \rightarrow t\bar{t}$

Účinný prierez procesu  $pp \rightarrow t\bar{t}$  je [53]:

$$\begin{aligned} \sigma(pp \rightarrow t\bar{t}) &= \sum_{p_1, p_2} \int dx_1 dx_2 f_{p1}(x_1, Q^2) f_{p2}(x_2, Q^2) \\ &\times \frac{|M(p_{p1}p_{p2} \rightarrow p_t p_{\bar{t}})|^2}{2E_1 2E_2 |v_{1z} - v_{2z}|} dLips_2(P \rightarrow p_t + p_{\bar{t}}) \end{aligned} \quad (\text{C.1})$$

Pri generovaní fázového priestoru sme použili parametrizáciu z programu PYHTIA, kde sa premenné  $x_1$  a  $x_2$  transformujú na [53]:

$$\tau = x_1 x_2 \quad y = \frac{1}{2} \ln \frac{x_1}{x_2} \quad (\text{C.2})$$

Prechodom roviny do  $(\tau, y)$  prejde fázový priestor z pôvodných  $x_1 \in (\frac{2m_t}{\sqrt{s}}, 1)$  a  $x_2 \in (\frac{2m_t}{\sqrt{s}x_1}, 1)$  na:

$$\tau \in (\frac{m_t}{\sqrt{s}}; 1) \quad y \in (\frac{1}{2} \ln \tau; -\frac{1}{2} \ln \tau) \quad (\text{C.3})$$



## Dodatok D

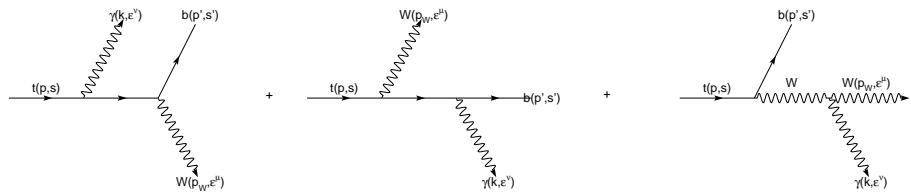
### Maticový element procesu $t \rightarrow W b \gamma$

S-matica procesu  $t \rightarrow W b \gamma$  je:

$$S = \frac{-ig}{\sqrt{2}} \epsilon_\mu^{W*} \epsilon_\nu^*(-ie) \bar{u}(p', s') \left\{ \dots \right\} u(p, s). \quad (\text{D.1})$$

kde výraz v zátvorke má tvar

$$\begin{aligned} \left\{ \dots \right\} &= Q_t \cdot \gamma^\mu \frac{1 - \gamma^5}{2} \cdot \frac{i(\not{p} - \not{k} + m_t)}{(p - k)^2 - m_t^2} \cdot \gamma^\nu \\ &+ Q_b \cdot \gamma^\nu \cdot \frac{i(\not{p}' + \not{k} + m_b)}{(p' + k)^2 - m_b^2} \cdot \gamma^\mu \cdot \frac{1 - \gamma^5}{2} \\ &+ (Q_t - Q_b) \cdot \gamma^\varphi \cdot \frac{1 - \gamma^5}{2} \cdot \frac{-i}{(p - p')^2 - M_W^2} \\ &\cdot \left( -g_{\lambda\varphi} + \frac{(p - p')_\lambda (p - p')_\varphi}{M_W^2} \right) \cdot \\ &\cdot (g^{\mu\lambda} (2p - 2p' - k)^\nu + g^{\mu\nu} (-p + p' + 2k)^\lambda + g^{\nu\lambda} (-p + p' - k)^\mu) \end{aligned}$$



(D.2)

Maticový element M, ktorý je daný vztahom:

$$|M|^2 = \text{Tr}(S^+ S) \quad (\text{D.3})$$

po technických úpravách prejde na:

$$\begin{aligned} |M|^2 / (4\pi\alpha/s_W)^2 = & Q_t^2 \frac{f_{tt}}{(p_t \cdot k)^2} - Q_t \cdot (Q_t - Q_b) \frac{f_{tw}}{(p_t \cdot k)(-p_w \cdot k)} \\ & + Q_b^2 \frac{f_{bb}}{(p_b \cdot k)^2} - Q_b \cdot (Q_t - Q_b) \frac{f_{bw}}{(-p_w \cdot k)(p_b \cdot k)} \\ & + Q_t \cdot Q_b \frac{f_{tb}}{(p_t \cdot k)(p_b \cdot k)} + (Q_t - Q_b)^2 \frac{f_{ww}}{(-p_w \cdot k)^2} \end{aligned} \quad (\text{D.4})$$

kde:

$$\begin{aligned} f_{tt} = & -m_t^6 m_w^{-2} + 2m_t^4 m_b^2 m_w^{-2} - 2m_t^4 m_w^{-2} (p_t \cdot k) - m_t^4 - m_t^2 m_b^4 m_w^{-2} + 2m_t^2 m_b^2 m_w^{-2} (p_t \cdot k) - m_t^2 m_b^2 + 2m_t^2 m_w^2 - (1/2)m_t^2 m_w^{-2} (-p_w \cdot k) (p_t \cdot k) - m_t^2 m_w^{-2} (p_t \cdot k)^2 - m_t^2 (p_t \cdot k) \\ & + (1/2)m_b^2 m_w^{-2} (-p_w \cdot k) (p_t \cdot k) + (1/2)(p_t \cdot k)^2 - (1/2)m_w^{-2} (-p_w \cdot k) (p_t \cdot k)^2 + (-p_w \cdot k) (p_t \cdot k) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_{bb} = & -m_t^4 m_b^2 m_w^{-2} + 2m_t^2 m_b^4 m_w^{-2} + 2m_t^2 m_b^2 m_w^{-2} (p_b \cdot k) - m_t^2 m_b^2 + (1/2)m_t^2 m_w^{-2} (-p_w \cdot k) (p_b \cdot k) - m_b^6 m_w^{-2} - 2m_b^4 m_w^{-2} (p_b \cdot k) - m_b^4 + 2m_b^2 m_w^2 - (1/2)m_b^2 m_w^{-2} (-p_w \cdot k) (p_b \cdot k) \\ & - m_b^2 (p_b \cdot k) - m_b^2 m_w^{-2} (p_b \cdot k)^2 - (1/2)m_w^{-2} (-p_w \cdot k) (p_b \cdot k)^2 + (1/2)(p_b \cdot k)^2 + (-p_w \cdot k) (p_b \cdot k) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_{tb} = & -m_t^6 m_w^{-2} + m_t^4 m_b^2 m_w^{-2} - m_t^4 m_w^{-2} (p_t \cdot k) + m_t^4 m_w^{-2} (p_b \cdot k) + m_t^2 m_b^4 m_w^{-2} \\ & - 4m_t^2 m_b^2 + 3m_t^2 m_w^2 - m_t^2 m_w^{-2} (p_b \cdot k)^2 - m_t^2 (p_t \cdot k) - m_b^6 m_w^{-2} + m_b^4 m_w^{-2} (p_t \cdot k) - m_b^4 m_w^{-2} (p_b \cdot k) + 3m_b^2 m_w^2 - m_b^2 m_w^{-2} (p_t \cdot k)^2 - m_b^2 (p_b \cdot k) - 2m_w^4 + 2m_w^2 (p_t \cdot k) + 2m_w^2 (p_b \cdot k) - m_w^{-2} (p_t \cdot k)^2 (p_b \cdot k) - m_w^{-2} (p_t \cdot k) (p_b \cdot k)^2 + (p_t \cdot k) (p_b \cdot k) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_{tw} = & m_t^6 m_w^{-2} - 3m_t^4 m_b^2 m_w^{-2} - m_t^4 m_w^{-2} (-p_w \cdot k) + (3/2)m_t^4 m_w^{-2} (p_t \cdot k) - (1/4)m_t^4 m_w^{-4} (-p_w \cdot k) (p_t \cdot k) + 2m_t^4 + 3m_t^2 m_b^4 m_w^{-2} - 3m_t^2 m_b^2 m_w^{-2} (p_t \cdot k) + (1/2)m_t^2 m_b^2 m_w^{-4} (-p_w \cdot k) (p_t \cdot k) - 2m_t^2 m_b^2 - m_t^2 m_w^2 - m_t^2 m_w^{-2} (-p_w \cdot k)^2 - (7/4)m_t^2 m_w^{-2} (-p_w \cdot k) (p_t \cdot k) - (1/2)m_t^2 m_w^{-2} (p_t \cdot k)^2 - (1/4)m_t^2 m_w^{-4} (-p_w \cdot k) (p_t \cdot k)^2 + (1/2)m_t^2 (p_t \cdot k) - m_b^6 m_w^{-2} + m_b^4 m_w^{-2} (-p_w \cdot k) + (3/2)m_b^4 m_w^{-2} (p_t \cdot k) - (1/4)m_b^4 m_w^{-4} (-p_w \cdot k) (p_t \cdot k) + 3m_b^2 m_w^2 - (1/4)m_b^2 m_w^{-2} (-p_w \cdot k) (p_t \cdot k) + (1/2)m_b^2 m_w^{-2} (p_t \cdot k)^2 + (1/4)m_b^2 m_w^{-4} (-p_w \cdot k)^2 (p_t \cdot k) + (1/4)m_b^2 m_w^{-4} (-p_w \cdot k) (p_t \cdot k)^2 + m_b^2 (-p_w \cdot k) + (1/2)m_b^2 (p_t \cdot k) - 2m_w^4 - 2m_w^2 (-p_w \cdot k) + m_w^2 (p_t \cdot k) - m_w^{-2} (-p_w \cdot k)^2 (p_t \cdot k) \end{aligned}$$

$$- (1/2)m_w^{-2}(-p_w \cdot k)(p_t \cdot k)^2 - (1/2)m_w^{-2}(p_t \cdot k)^3 - 2(-p_w \cdot k)(p_t \cdot k) - 2(p_t \cdot k)^2$$

$$f_{ww} = (1/2)m_t^4m_w^{-2}(-p_w \cdot k) - (1/4)m_t^4m_w^{-4}(-p_w \cdot k)^2 - m_t^4 - m_t^2m_b^2m_w^{-2}(-p_w \cdot k) + (1/2)m_t^2m_b^2m_w^{-4}(-p_w \cdot k)^2 + 2m_t^2m_b^2 - m_t^2m_w^2 - (1/4)m_t^2m_w^{-2}(-p_w \cdot k)^2 - (1/2)m_t^2m_w^{-2}(-p_w \cdot k)(p_t \cdot k) - (1/4)m_t^2m_w^{-4}(-p_w \cdot k)^2(p_t \cdot k) - (1/2)m_t^2(-p_w \cdot k) + (1/2)m_b^4m_w^{-2}(-p_w \cdot k) - (1/4)m_b^4m_w^{-4}(-p_w \cdot k)^2 - m_b^4 - m_b^2m_w^2 + (1/4)m_b^2m_w^{-2}(-p_w \cdot k)^2 + (1/2)m_b^2m_w^{-2}(-p_w \cdot k)(p_t \cdot k) + (1/4)m_b^2m_w^{-4}(-p_w \cdot k)^3 + (1/4)m_b^2m_w^{-4}(-p_w \cdot k)^2(p_t \cdot k) - (1/2)m_b^2(-p_w \cdot k) + 2m_w^4 + 3m_w^2(-p_w \cdot k) - (1/2)m_w^{-2}(-p_w \cdot k)^3 - (1/2)m_w^{-2}(-p_w \cdot k)^2(p_t \cdot k) - (1/2)m_w^{-2}(-p_w \cdot k)(p_t \cdot k)^2 + (1/2)(-p_w \cdot k)^2 + 2(-p_w \cdot k)(p_t \cdot k) + 2(p_t \cdot k)^2$$

$$f_{bw} = m_t^6m_w^{-2} - 3m_t^4m_b^2m_w^{-2} - m_t^4m_w^{-2}(-p_w \cdot k) - (3/2)m_t^4m_w^{-2}(p_b \cdot k) + (1/4)m_t^4m_w^{-4}(-p_w \cdot k)(p_b \cdot k) + 3m_t^2m_b^4m_w^{-2} + 3m_t^2m_b^2m_w^{-2}(p_b \cdot k) - (1/2)m_t^2m_b^2m_w^{-4}(-p_w \cdot k)(p_b \cdot k) + 2m_t^2m_b^2 - 3m_t^2m_w^2 + (1/4)m_t^2m_w^{-2}(-p_w \cdot k)(p_b \cdot k) - (1/2)m_t^2m_w^{-2}(p_b \cdot k)^2 - (1/4)m_t^2m_w^{-4}(-p_w \cdot k)^2(p_b \cdot k) - (1/4)m_t^2m_w^{-4}(-p_w \cdot k)(p_b \cdot k)^2 - m_t^2(-p_w \cdot k) - (1/2)m_t^2(p_b \cdot k) - m_b^6m_w^{-2} + m_b^4m_w^{-2}(-p_w \cdot k) - (3/2)m_b^4m_w^{-2}(p_b \cdot k) + (1/4)m_b^4m_w^{-4}(-p_w \cdot k)(p_b \cdot k) - 2m_b^4 + m_b^2m_w^2 + m_b^2m_w^{-2}(-p_w \cdot k)^2 + (7/4)m_b^2m_w^{-2}(-p_w \cdot k)(p_b \cdot k) + (1/2)m_b^2m_w^{-2}(p_b \cdot k)^2 + (1/4)m_b^2m_w^{-4}(-p_w \cdot k)(p_b \cdot k)^2 - (1/2)m_b^2(p_b \cdot k) + 2m_w^4 + 2m_w^2(-p_w \cdot k) - m_w^2(p_b \cdot k) + m_w^{-2}(-p_w \cdot k)^2(p_b \cdot k) + (1/2)m_w^{-2}(-p_w \cdot k)(p_b \cdot k)^2 + (1/2)m_w^{-2}(p_b \cdot k)^3 + 2(-p_w \cdot k)(p_b \cdot k) + 2(p_b \cdot k)^2.$$

použité označenie:  $\alpha$  konštanta elektromagnetickej interakcie,  $s_w$  je faktor zmiešavania EW polí (Weinbergov uhol),  $k$  ( $p_t$ ,  $p_b$ ,  $p_w$ ) štvorhybnosť fotónu (*top* kvarku, *bottom* kvarku,  $W$  bozónu) a  $Q$  ich príslušné náboje.



## Dodatok E

### Event v programe PYTHIA

Na obrázku E.1. je skrátený výpis jedného eventu v generátore PYTHIA (proces  $pp \rightarrow t\bar{t}$ ). Informácie sú zoradené nasledovne:

číslo riadku (i)	typ častice	status častice (Ks)	identifikačné
číslo častice (KF)	číslo riadku materskej častice (orig)	hybnosť,	
		energia a hmotnosť častice ( $p_x, p_y, p_z, E, m$ )	

Riadky (1,2) určujú kinematiku primárneho zväzku. Za hrubou čiarou nasledujú vstupné (5,6) a výstupné častice (8,9) základnej interakcie <sup>1</sup> riadkoch 3,4 sú materské produkty častíc 5,6, získané mechanizmom ISR. Častice v riadkoch 9-12 sú produkty rozpadu oboch top kvarkov, 13-16 sú produkty rozpadu  $W$  bozónov z riadkov 9 a 11.

Za čiarou nasleduje výpis všetkých produktov interakcie, zvyškov zväzku (riadok 20). Kvarky a zvyšky zväzky sa spárujú a produkujú gluóny pomocou mechanizmu FSR. Príkladom sú riadky 21-26, kde kvark (21) vzniknutý z ISR a  $b$ -kvark (26), ktorý je produkтом rozpadu top kvarku (8) vytvorí dvojicu produkujúcu radiačné gluóny (22-25). Riadky 17-18 majú len informačnú hodnotu, pretože oba bozóny sa rozpadli a v tejto fáze sa pracuje už len s produktami rozpadu, ktoré ak sú hadróny, vytvoria pári pre FSR.

Ďalšia etapa je venovaná procesu hadronizácie a rozpadu nestabilných produktov hadronizácie. V tomto Event je využitý strunový model fragmentácie, pre ilustráciu systém 21-26 vytvorí strunu (riadok 79), výsledkom hadronizácie sú hadróny (80-84), ktoré sa následne rozpadajú na stabilnej-

---

<sup>1</sup>jedná sa o proces  $pp \rightarrow t\bar{t}$

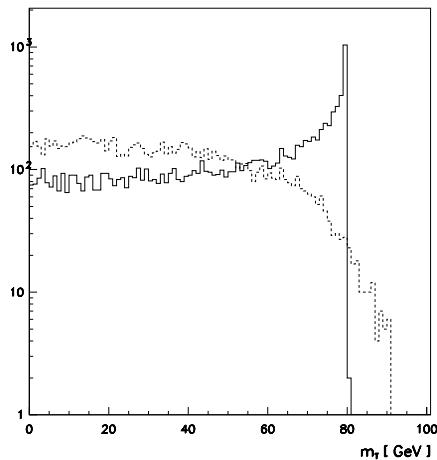
šie častice (609-612). Program končí event vytvorením systému stabilných častíc, ktoré sú priamo pozorovateľné detektorom ( $e, \mu, \nu, \pi, K, p, n, \gamma$ ).

Event listing (summary)								
I	particle/jet KS	KF orig	p_x	p_y	p_z	E	m	
1	!p+!	21	2212	0	0.000	0.000 7000.000	7000.000	0.938
2	!p+!	21	2212	0	0.000	0.000-7000.000	7000.000	0.938
3	!g!	21	21	1	-0.210	-0.058 91.405	91.406	0.000
4	!u~!	21	-2	2	-0.499	-0.023-3084.490	3084.490	0.000
5	!g!	21	21	3	-4.680	21.179 26.806	34.482	0.000
6	!g!	21	21	4	3.422	16.814-1576.603	1576.697	0.000
7	!t~!	21	-6	0	4.098	-81.390 -430.121	471.561	175.282
8	!t!	21	6	0	-5.357	119.383-1119.676	1139.618	175.427
9	!W-	21	-24	7	62.816	-28.150 -305.809	324.045	82.146
10	!b~!	21	-5	7	-58.718	-53.240 -124.312	147.515	5.000
11	!W+!	21	24	8	-9.810	11.155 -748.361	752.795	80.214
12	!b!	21	5	8	4.453	108.227 -371.314	386.823	5.000
13	!d!	21	1	9	38.125	-55.360 -232.788	242.298	0.010
14	!u~!	21	-2	9	24.349	27.203 -72.180	80.887	0.006
15	!d~!	21	-1	11	22.794	8.610 -76.715	80.491	0.010
16	!u!	21	2	11	-32.136	4.359 -650.619	651.427	0.006
17	(W-)	11	-24	9	62.473	-28.157 -304.967	323.185	82.146
18	(W+)	11	24	11	-9.342	12.969 -727.334	731.919	80.214
19	gamma	1	22	14	4.571	7.200 -19.188	20.998	0.000
20	p+	1	2212	2	0.647	-0.039-3017.256	3017.256	0.938
21	(u~)	A 12	-2	4	-7.901	-15.388 -625.032	625.271	0.006
22	(g)	I 12	21	4	-1.769	-3.944 -131.154	131.225	0.000
23	(g)	I 12	21	4	-0.303	0.549 -7.210	7.237	0.000
24	(g)	I 12	21	12	-4.505	7.828 -62.755	63.402	0.000
25	(g)	I 12	21	12	1.274	1.786 -4.768	5.248	0.000
26	(b)	V 11	5	12	7.215	96.799 -324.819	339.049	5.000
.....								
79	(string)	11	92	21	-5.988	87.630-1155.737	1171.433	169.740
80	pi-	1	-211	79	-2.826	-4.778 -201.112	201.189	0.140
81	pi+	1	211	79	-1.542	-4.347 -147.231	147.303	0.140
82	K-	1	-321	79	-1.069	-2.065 -78.248	78.284	0.494
83	K+	1	321	79	-0.551	-2.348 -99.806	99.836	0.494
84	(omega)	11	223	79	-3.762	-4.763 -211.754	211.843	0.788
.....								
609	K-	1	-321	589	-5.379	-4.966 -10.246	12.602	0.494
610	(pio)	11	111	589	-5.239	-4.859 -10.858	12.999	0.135
611	gamma	1	22	610	-2.077	-2.017 -4.410	5.275	0.000
612	gamma	1	22	610	-3.162	-2.842 -6.448	7.723	0.000
.....								
	sum:	2.00		0.00	0.00	0.00 14000.00	14000.00	

Obrázok E.1: Skrátená verzia výpisu eventu z programu PYTHIA.

## Dodatok F

### Priečna hmotnosť systému s neutrínom



Obrázok F.1: Plnou čiarou je znázornené spektrum priečnej hmotnosti systému elektrón-neutríno získaného rozpadom  $W$  bozónu v jeho pokojovej sústave, prerušovaná čiara udáva príklad spektra nekorelovaného systému častica-neutríno.

Priečna hmotnosť systému  $n$ -častíc + neutríno je definovaná takto [29]:

$$m_T^2(1\dots n; \nu) \equiv \left( \sqrt{p_T^2(1\dots n) + m^2(1\dots n)} + \vec{p}_T(\nu) \right)^2 - \left( \vec{p}_T(1\dots n) + \vec{p}_T(\nu) \right)^2, \quad (\text{F.1})$$

kde  $p_T(m)$  je priečna hybnosť (invariantná hmotnosť)  $n$ -častíc a  $\vec{p}_T$  je priečna hybnosť neutrína.

Pri rozpade častice  $P$  ( $P \rightarrow 1 + \dots + n + \nu$ ) platí:

$$m_T(1 + \dots + n; \nu) \leq m_{inv}(1 + \dots + n; \nu) \equiv m_P \quad (\text{F.2})$$

Na obrázku F.1. je znázornené spektrum priečnej hmotnosti pri rozpade  $W \rightarrow l\nu$  v pokojovej sústave a príklad spektra nekorelovaných častíc, presnejšie ak leptón a neutríno sú emitované z dvoch rôznych  $W$  bozónov v pokoji. Zatiaľ čo prvé spektrum má pík a zároveň horné ohraničenie pri hmotnosti rozpadnutej častice ( $W$  bozónu), nekorelované spektrum nemá pík a dosahuje aj hodnoty za hmotnosťou pôvodnej častice.

## Dodatok G

# Implementácia procesu do programu PYTHIA

V prípadoch, že chceme skúmať proces, ktorý nie je súčasťou programového balíka PYTHIA, jej autori nám umožnili tento proces dodefinovať a využívať ďalšie mechanizmy, ktoré sú dôležité k získaniu reálneho eventu na úrovni pozorovateľných častíc (hadronizácia, radiačné korekcie, rozpad častíc).

My sme túto možnosť využili pri implementácii radiačných procesov. V prípade procesu  $t\bar{t}\gamma$  sme do programu vložili algoritmus výpočtu diferenciálneho účinného prierezu, čím sme vygenerovali spektrum vstupných a výstupných častíc. Generátor doviedol nami vygenerované čästice do eventu pozostávajúceho z pozorovateľných čästíc.

Proces implementácie sa skladá z dvoch rutín:

- 1 call PYUPIN(int ID,string MENO,real SIGMAX)

V tej označíme nový proces identifikačným číslom (ID) a menom (MENO). Zároveň dosadíme maximálnu hodnotu diferenciálneho účinného prierezu (SIGMAX), ktorú využívame pri generovaní kinematiky daného procesu.

- 2 call PYUPEV(real SIGEV)

v tejto rutine generujeme kinematiku vstupných a výstupných čästíc nášho procesu a podľa diferenciálneho účinného prierezu pri danej ki-

nematike, dodáme váhu eventu:

$$SIGEV = \frac{d\sigma}{d\Omega} \cdot \Omega \quad (\text{G.1})$$

kde  $\Omega$  je fázový priestor procesu.

Po doplnení týchto údajov generátor PYTHIA generuje event nasledovným spôsobom:

- 1 volá rutinu PYUPEV.
- 2 aplikuje rejekčnú metódu na premennú SIGEV.
- 3 ak event zamietne, pokračuje v bode 1.
- 4 ak je event akceptovaný, pokračuje s vývojom eventu (hadronizácia a pod.)

Totálny účinný prierez získame po generovaní požadovaného počtu eventov:

$$\sigma = \frac{N_{gen}}{N_{pok}} \cdot SIGMAX \quad (\text{G.2})$$

kde  $N_{pok}$  je celkový počet pokusov v generovaní (celkový počet volaní rutiny PYUPEV),  $N_{gen}$  je počet úspešne vygenerovaných eventov.